

Uốn tĩnh của dầm quay quanh trục cố định và tựa một phần trên nền đàn hồi

Static bending response of rotating beams with partially resting on an elastic foundation

> TS NGUYỄN CHÍ THỌ¹, TS LÊ TRƯỜNG SƠN¹, KS TRẦN VĂN THƯƠNG², THS LÊ HỒNG HẢI¹

¹Học viện Kỹ thuật Quân sự

²Bộ Tham mưu - Quân khu 3

TÓM TẮT

Dựa trên lý thuyết biến dạng cắt bậc cao cải tiến, bài báo tiến hành nghiên cứu đáp ứng uốn tĩnh của dầm quay quanh một trục cố định, trong đó dầm chỉ tựa một phần trên nền đàn hồi. Các công thức được thiết lập dựa trên phương pháp phần tử hữu hạn, trong đó không cần đến bất kỳ hệ số hiệu chỉnh cắt nào, điều này về lý thuyết tính toán thể hiện tính ưu việt hơn so với lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất của Mindlin. Thông qua việc kiểm chứng độ tin cậy, bài báo tiến hành khảo sát ảnh hưởng của một số tham số cụ thể, đến đáp ứng uốn tĩnh của dầm này, đặc biệt là chiều dài nền, tốc độ quay và khoảng cách từ dầm đến trục quay. Các nhận xét đưa ra có nhiều ý nghĩa khoa học và thực tiễn đối với các kết cấu dầm quay.

Từ khóa: Dầm quay; phương pháp phần tử hữu hạn; uốn tĩnh.

ABSTRACT

Based on a new theory of high-order shear strain, this paper examines the static bending response of a beam rotating about a fixed axis and resting only partially on an elastic base. The formulations are established using the finite element method, which eliminates the need for a shear correction factor. This demonstrates that computational theory is preferable to Mindlin's first-order shear strain theory. The article investigates the effect of certain specific parameters on the static bending response of this beam, particularly the foundation length, rotational speed, and distance from the beam to the axis of rotation, by establishing the beam's reliability. There are numerous scientific and practical implications of the findings for rotating beam structures.

Keywords: Rotating beam; finite element method; static bending.

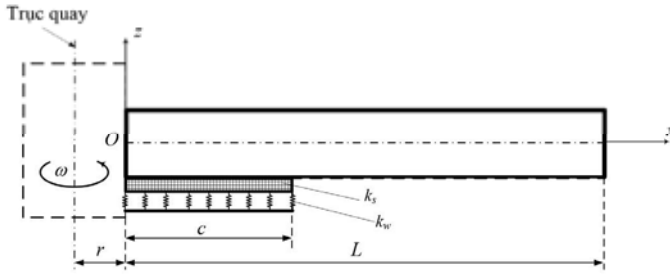
1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Trong thực tế, nhiều kết cấu có thể được mô hình như dầm có chuyển động quay quanh trục cố định. Việc nghiên cứu đáp ứng cơ học của chúng cũng thu hút sự quan tâm của nhiều nhà khoa học [1]-[4], [5]. Ngoài ra, đối với các kết cấu làm bằng vật liệu có khuyết tật dạng lỗ rỗng, kết cấu tựa trên nền đàn hồi, và có xét tới ảnh hưởng của nhiệt độ cũng được các nhà khoa học đề cập đến. Jalaei và Civalek [6] đã sử dụng giải pháp của Navier và cách tiếp cận của Bolotin để nghiên cứu sự mất ổn định động của dầm có cơ tính biến đổi tựa trên nền đàn nhớt-Pasternak. Demir và Civalek [7] đã nghiên cứu đáp ứng uốn của dầm dưới tải trọng tập trung và phân bố dựa trên lý thuyết dầm cổ điển Euler Bernoulli. Akgoz và Civalek [8] trình bày lời giải chính xác đối với bài toán uốn tĩnh của dầm có hai đầu chịu liên kết tựa đơn tựa trên nền đàn hồi. Lời giải giải tích được Hanten và các cộng sự [9] sử dụng để phân tích dao động riêng của dầm gồm nhiều lớp vật liệu. Việc nghiên cứu ứng xử cơ học của các kết cấu dầm, tựa trên các dạng nền đàn hồi khác nhau đã được các nhà khoa học quan tâm nghiên cứu, điển hình như trong các công trình [10]-[19]. Trong các công trình [20]-[26], [27], các tác giả lại đưa ra đáp ứng cơ học của dầm, cũng có xét đến ảnh hưởng của nhiệt độ với nhiều lý thuyết tính toán khác nhau.

Qua đánh giá trên, có thể thấy rằng chưa có công trình khoa học nào về đáp ứng uốn tĩnh của dầm quay quanh trục cố định và tựa một phần trên nền đàn hồi. Do đó, bài báo này nghiên cứu giải bài toán này bằng cách kết hợp phương pháp phần tử hữu hạn và lý thuyết biến dạng cắt kiểu mới dạng hàm sin hyperbolic. Lý thuyết được đề xuất rất đơn giản và dễ dàng thiết lập các mối quan hệ ứng suất và biến dạng, không cần thêm bất kỳ hệ số hiệu chỉnh cắt nào, trong khi các đáp ứng cơ học của kết cấu vẫn đảm bảo độ chính xác cần thiết. Thông qua các tính toán, bài báo muốn khẳng định rằng đáp ứng uốn tĩnh của dầm có chuyển động quay và tựa một phần trên nền đàn hồi mang nhiều đặc điểm khác hẳn với các dầm thông thường đã biết, các kết quả nghiên cứu này là tài liệu tham khảo có giá trị khi thiết kế, chế tạo và sử dụng chúng trong thực tế.

2. MÔ HÌNH TÍNH TOÁN VÀ CÔNG THỨC TÍNH TOÁN

Xét dầm có mô hình như hình 1, dầm quay quanh trục cố định với vận tốc góc ω . Khoảng cách từ đầu dầm đến trục quay là r . Dầm tựa một phần trên nền đàn hồi với hai tham số của nền đàn hồi là k_w và k_s , chiều dài phần tựa trên nền đàn hồi là c . Dầm có chiều dài L , mặt cắt ngang có chiều cao h và bề rộng b .



Hình 1. Dầm chịu uốn quay quanh trục cố định

Dầm chịu tải trọng phân bố đều, để thiết lập công thức tính toán, bài báo sử dụng lý thuyết biến dạng cắt bậc cao cải tiến [28, 29], theo đó, trường chuyển vị tại điểm bất kỳ có dạng:

$$\begin{cases} u(x, z) = u_0(x, y) - z \frac{\partial w_b}{\partial x} - f(z) \frac{\partial w_s}{\partial x} \\ w(x, z) = w_b + w_s \end{cases} \quad (1)$$

trong đó $f(z) = z - h \sinh\left(\frac{z}{h}\right) + z \cosh\left(\frac{1}{2}\right)$.

Thành phần biến dạng dài và cắt của dầm được xác định như sau:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} - f(z) \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} = \\ &= \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \left(-\frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} \right) + f(z) \left(-\frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} \right) = \varepsilon_{0x} + z \varepsilon_{bx} + f(z) \varepsilon_{sx} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial f(z)}{\partial z} \frac{\partial w_s}{\partial x} = \frac{\partial f(z)}{\partial z} \gamma_{sx}$$

trong đó:

$$\varepsilon_{0x} = \frac{\partial u_0}{\partial x}, \quad \varepsilon_{bx} = \left(-\frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} \right), \quad \varepsilon_{sx} = \left(-\frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} \right), \quad \gamma_{sx} = \frac{\partial w_s}{\partial x} \quad (3)$$

Ứng suất pháp σ_{xx} liên quan đến biến dạng dài, và ứng suất cắt τ_{xz} liên quan biến dạng cắt có các biểu thức sau:

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = E(z) \varepsilon_{xx} \\ \tau_{xz} = \frac{E(z)}{2(1+\nu(z))} \gamma_{xz} \end{cases} \quad (4)$$

Năng lượng của dầm được tính như sau:

$$\begin{aligned} U^{dam} &= \frac{1}{2} \int_V (\sigma_{xx}^T \varepsilon_{xx} + \tau_{xz}^T \gamma_{xz}) dV = \\ &= \frac{1}{2} \int_V \left\{ \varepsilon_{0x} \quad z \varepsilon_{bx} \quad f(z) \varepsilon_{sx} \right\}^T E \begin{Bmatrix} \varepsilon_{0x} \\ z \varepsilon_{bx} \\ f(z) \varepsilon_{sx} \end{Bmatrix} dV + \\ &+ \frac{1}{2} \int_V \left\{ \frac{\partial f(z)}{\partial z} \gamma_{sx} \right\}^T \frac{E(z)}{2(1+\nu(z))} \left\{ \frac{\partial f(z)}{\partial z} \gamma_{sx} \right\} dV \\ &= \frac{1}{2} \int_V \left(\varepsilon_{0x}^T E(z) \varepsilon_{0x} + \varepsilon_{0x}^T z E(z) \varepsilon_{bx} + \varepsilon_{0x}^T f(z) E(z) \varepsilon_{sx} \right. \\ &\quad \left. + \varepsilon_{bx}^T E(z) z \varepsilon_{0x} + \varepsilon_{bx}^T E(z) z^2 \varepsilon_{bx} + \varepsilon_{bx}^T E(z) z f(z) \varepsilon_{sx} \right. \\ &\quad \left. + \varepsilon_{sx}^T E(z) f(z) \varepsilon_{0x} + \varepsilon_{sx}^T E(z) z f(z) \varepsilon_{bx} + \varepsilon_{sx}^T E(z) f^2(z) \varepsilon_{sx} \right) dV + \\ &+ \frac{1}{2} \int_V \left(\left(\frac{\partial f(z)}{\partial z} \right)^2 \frac{E(z)}{2(1+\nu(z))} \gamma_{sx}^T \gamma_{sx} \right) dV \end{aligned} \quad (5)$$

Năng lượng của nền đàn hồi được định nghĩa là:

$$U^{nen} = \frac{1}{2} b \int_L \left(k_w (w_b + w_s)^2 + k_s \left(\frac{\partial (w_b + w_s)}{\partial x} \right)^2 \right) dx \quad (6)$$

với k_w và k_s là hai hệ số của nền đàn hồi.

Vì dầm quay quanh trục cố định, năng lượng của lực quán tính

do chuyển động quay gây ra đối với dầm [30, 31]:

$$U^{quay} = \frac{1}{2} \int_L F_\omega(x) \left(\frac{\partial (w_b + w_s)}{\partial x} \right)^2 dx \quad (7)$$

với lực ly tâm F_ω được tính như sau [30]:

$$F_\omega = \frac{1}{2} \int_S \left(\rho \omega^2 \left[r(L-x) + \frac{1}{2}(L^2 - x^2) \right] \right) dS \quad (8)$$

trong đó ρ là mật độ của vật liệu.

Công của ngoại lực phân bố đều lên dầm Q_0 có dạng sau:

$$W^{huc} = b \int_L (w_b^T + w_s^T) Q_0 dx \quad (9)$$

Để xác định phương trình cân bằng của dầm, bài báo sử dụng nguyên lý Hamilton:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (W^{huc} - U^{dam} - U^{nen} - U^{quay}) dt = 0 \quad (10)$$

Trong bài báo này, dầm chia thành các phần tử hai điểm nút,

mỗi nút chứa bốn bậc tự do:

$$q_e = \sum_{i=1}^2 \begin{Bmatrix} u_{0i} \\ w_{bi} \\ w_{si} \\ \left(\frac{\partial w_b}{\partial x} \right)_i \\ \left(\frac{\partial w_s}{\partial x} \right)_i \end{Bmatrix} \quad (11)$$

trong đó các thành phần chuyển vị tại mỗi điểm trong phần tử dầm được xấp xỉ thông qua các hàm nội suy Lagrange và Hermite N_i và H_i như sau:

$$\begin{aligned} u_0 &= \sum_{i=1}^2 N_i u_{0i} = N_u q_e \\ w_b &= \sum_{i=1}^2 \left\{ H_i w_{bi} + H_{i+1} \left(\frac{\partial w_b}{\partial x} \right)_i \right\} = H_b q_e \\ w_s &= \sum_{i=1}^2 \left\{ H_i w_{si} + H_{i+1} \left(\frac{\partial w_s}{\partial x} \right)_i \right\} = H_s q_e \\ \frac{\partial w_b}{\partial x} &= \sum_{i=1}^2 \left\{ \frac{\partial H_i}{\partial x} w_{bi} + \frac{\partial H_{i+1}}{\partial x} \left(\frac{\partial w_b}{\partial x} \right)_i \right\} = H_{bx} q_e \\ \frac{\partial w_s}{\partial x} &= \sum_{i=1}^2 \left\{ \frac{\partial H_i}{\partial x} w_{si} + \frac{\partial H_{i+1}}{\partial x} \left(\frac{\partial w_s}{\partial x} \right)_i \right\} = H_{sx} q_e \\ \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} &= \sum_{i=1}^2 \left\{ \frac{\partial^2 H_i}{\partial x^2} w_{bi} + \frac{\partial^2 H_{i+1}}{\partial x^2} \left(\frac{\partial w_b}{\partial x} \right)_i \right\} = H_{b2x} q_e \\ \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} &= \sum_{i=1}^2 \left\{ \frac{\partial^2 H_i}{\partial x^2} w_{si} + \frac{\partial^2 H_{i+1}}{\partial x^2} \left(\frac{\partial w_s}{\partial x} \right)_i \right\} = H_{s2x} q_e \end{aligned} \quad (12)$$

hoặc viết gọn ở dạng ma trận như sau:

$$u = \begin{Bmatrix} u_0 \\ w_b \\ w_s \\ \left(\frac{\partial w_b}{\partial x} \right) \\ \left(\frac{\partial w_s}{\partial x} \right) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N_u \\ H_b \\ H_s \\ H_{bx} \\ H_{sx} \end{Bmatrix} q_e = H q_e \quad (13)$$

và các thành phần biến dạng được tính theo véc tơ chuyển vị nút như:

$$\begin{cases} \varepsilon_{0x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} = \frac{\partial N_u}{\partial x} \mathbf{q}_e = \mathbf{B}_u \mathbf{q}_e \\ \varepsilon_{bx} = -\frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} = -\mathbf{H}_{b2x} \mathbf{q}_e = \mathbf{B}_b \mathbf{q}_e \\ \varepsilon_{sx} = -\frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} = -\mathbf{H}_{s2x} \mathbf{q}_e = \mathbf{B}_s \mathbf{q}_e \end{cases} \quad (14)$$

$$\gamma_{sxz} = \frac{\partial w_s}{\partial x} = \mathbf{H}_{sx} \mathbf{q}_e$$

Từ đó, thu được biểu thức năng lượng của phần tử dầm như sau:

$$\begin{aligned} U_e^{dam} &= \frac{1}{2} \mathbf{q}_e^T \int_V \begin{pmatrix} \mathbf{B}_u^T E \mathbf{B}_u + \mathbf{B}_u^T z E \mathbf{B}_b + \mathbf{B}_u^T f(z) E \mathbf{B}_s \\ \mathbf{B}_b^T E z \mathbf{B}_u + \mathbf{B}_b^T E z^2 \mathbf{B}_b + \mathbf{B}_b^T E z f(z) \mathbf{B}_s \\ \mathbf{B}_s^T E f(z) \mathbf{B}_u + \mathbf{B}_s^T E z f(z) \mathbf{B}_b + \mathbf{B}_s^T E f^2(z) \mathbf{B}_s \end{pmatrix} dV \mathbf{q}_e + \\ &+ \frac{1}{2} \mathbf{q}_e^T \int_V \left(\left(\frac{\partial f(z)}{\partial z} \right)^2 \frac{E}{2(1+\nu)} \mathbf{H}_{sx}^T \mathbf{H}_{sx} \right) dV \mathbf{q}_e \\ &= \frac{1}{2} \mathbf{q}_e^T \int_V \begin{pmatrix} \mathbf{B}_u^T E \mathbf{B}_u + \mathbf{B}_u^T z E \mathbf{B}_b + \mathbf{B}_u^T f(z) E \mathbf{B}_s \\ \mathbf{B}_b^T E z \mathbf{B}_u + \mathbf{B}_b^T E z^2 \mathbf{B}_b + \mathbf{B}_b^T E z f(z) \mathbf{B}_s \\ \mathbf{B}_s^T E f(z) \mathbf{B}_u + \mathbf{B}_s^T E z f(z) \mathbf{B}_b + \mathbf{B}_s^T E f^2(z) \mathbf{B}_s \end{pmatrix} dV \mathbf{q}_e + \\ &+ \frac{1}{2} \mathbf{q}_e^T \int_V \left(\left(\frac{\partial f(z)}{\partial z} \right)^2 \frac{E}{2(1+\nu)} \mathbf{H}_{sx}^T \mathbf{H}_{sx} \right) dV \mathbf{q}_e \\ &= \frac{1}{2} \mathbf{q}_e^T \mathbf{K}_e^{dam} \mathbf{q}_e \end{aligned} \quad (15)$$

Năng lượng của lực quán tính ly tâm và của nền đàn hồi được tính như sau:

$$\begin{aligned} U_e^{nen} &= \frac{1}{2} \mathbf{q}_e^T \left(b \int_L \left(k_w (\mathbf{H}_b + \mathbf{H}_s)^T (\mathbf{H}_b + \mathbf{H}_s) + k_s (\mathbf{H}_{bx} + \mathbf{H}_{sx})^T (\mathbf{H}_{bx} + \mathbf{H}_{sx}) \right) dx \right) \mathbf{q}_e \\ U_e^{quay} &= \frac{1}{2} \mathbf{q}_e^T \left(\int_L \left(F_{\omega}(x) (\mathbf{H}_{bx} + \mathbf{H}_{sx})^T (\mathbf{H}_{bx} + \mathbf{H}_{sx}) \right) dx \right) \mathbf{q}_e = \frac{1}{2} \mathbf{q}_e^T \mathbf{F}_e \end{aligned} \quad (16)$$

Công của ngoại lực tác dụng lên dầm được tính toán bằng biểu thức sau:

$$\Pi^{luc} = \mathbf{u}_e^T \left(b \int_L (\mathbf{H}_b + \mathbf{H}_s) \mathbf{Q}_0 dx \right) = \mathbf{u}_e^T \mathbf{F}_e \quad (17)$$

Thay các biểu thức từ (15) - (17) vào phương trình (10), phương trình cân bằng tĩnh của dầm quay quanh trục cố định có dạng sau:

$$\sum_e (\mathbf{K}_e^{dam} + \mathbf{K}_e^{nen} + \mathbf{K}_e^{quay}) \mathbf{u}_e = \sum_e \mathbf{F}_e \quad (18)$$

Chuyển vị của dầm chịu uốn sẽ nhận được từ giải phương trình (18), bằng việc thay đổi các tham số nền, tốc độ quay, khoảng cách r từ dầm tới trục quay, sẽ ảnh hưởng đến các ma trận độ cứng tương ứng ở vế trái của phương trình (18), do đó đáp ứng của dầm sẽ khác nhau.

3. VÍ DỤ KIỂM CHỨNG ĐỘ TIN CẬY

Phần này xem xét 2 ví dụ để đánh giá độ tin cậy của lý thuyết và mô hình cơ học đã trình bày ở phần trên, trong đó kết quả tính toán số của bài báo được so sánh với các công trình khác đã công bố.

Ví dụ 1: Ví dụ này so sánh đáp ứng uốn của dầm tựa đơn hai đầu (S-S). Các tham số hình học và vật liệu của dầm là $L/h=16$, $E=70$ Gpa và $\nu=0.3$. Dầm chịu tải trọng phân bố đều cường độ q_0 , Tham số

chuyển vị lớn nhất không thứ nguyên được tính toán và so sánh (với $= bh^3/12$) là: $\bar{w} = \frac{w_{max}}{5q_0 L^4 / 384EI}$. Bảng 1 trình bày chuyển vị lớn nhất

không thứ nguyên thu được từ bài báo này và phương pháp Ritz [32], trong đó, bài báo này sử dụng lưới chia phần tử tăng dần. Có thể quan sát thấy rằng với lưới 10 phần tử đảm bảo độ chính xác cần thiết. Do đó, các kết quả tính toán ở phần dưới đây sẽ sử dụng lưới này.

Bảng 1. Chuyển vị không thứ nguyên $\bar{w}$ của dầm chịu tải trọng phân bố đều, S-S, $L/h=16$

Bài báo					Phương pháp Ritz [32]
7 phần tử	9 phần tử	10 phần tử	12 phần tử	14 phần tử	
1.009	1.009	1.009	1.009	1.009	1.009

Ví dụ 2: Ví dụ này kiểm chứng chuyển vị lớn nhất của dầm tựa trên nền đàn hồi hai hệ số. Các thông số hình học và vật liệu của dầm là:

chiều dài L , chiều rộng b , bề dày h , $\bar{K}_w = \frac{k_w L^4}{EI}$, và $\bar{K}_s = \frac{k_s L^2}{EI}$ (với $l = bh^3/12$). Dầm chịu tải trọng phân bố đều q_0 . Bảng 2 trình bày so sánh chuyển vị lớn nhất không thứ nguyên $\bar{w} = \frac{EI}{P_0 L^4} w_{max}$ thu được từ bài

báo này, phương pháp cầu phương vi phân (DQM) [33] và lời giải chính xác [33]-[34].

Bảng 2. Chuyển vị lớn nhất không thứ nguyên $\bar{w} = \frac{EI}{P_0 L^4} w_{max}$

của dầm chịu tải trọng phân bố đều tựa trên nền đàn hồi hai hệ số, S-S

Hai tham số nền đàn hồi		$L/h=120$			
$\bar{K}_w$	$\bar{K}_s$	DQM [33]	[33]	[34]	Bài báo
0	0	1.302	1.302	1.303	1.301
	10	0.644	0.644	0.645	0.644
	25	0.366	0.366	0.367	0.366
10	0	1.180	1.180	1.181	1.180
	10	0.613	0.613	0.614	0.613
	25	0.355	0.355	0.356	0.355
100	0	0.640	0.640	0.640	0.639
	10	0.425	0.425	0.426	0.425
	25	0.282	0.282	0.283	0.282

4. KHẢO SÁT MỘT SỐ YẾU TỐ ẢNH HƯỞNG

Để thuận tiện cho quá trình tính toán, bài báo đưa ra một số thông số không thứ nguyên như sau:

$$w^* = 100 \frac{Eh^3}{Q_0 L^4} w; \quad K_w^* = \frac{k_w L^4}{D_0}; \quad K_s^* = \frac{k_s L^2}{D_0}; \quad (24)$$

$$\omega^* = L^2 \omega \sqrt{\frac{12\rho}{Eh^3}}; \quad D_0 = \frac{Eh^3}{12}$$

a. Ảnh hưởng của chiều dài nền đàn hồi c

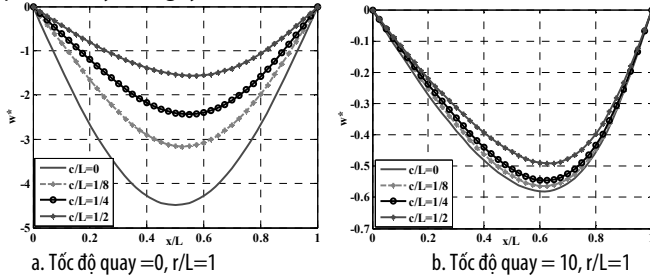
Phần này sẽ nghiên cứu ảnh hưởng của chiều dài miền đàn hồi bằng cách tăng dần giá trị của c từ 0 đến $L/2$, kết quả tính toán được vẽ như trên hình 2 và 3 đối với hai điều kiện biên khác nhau, có thể rút ra một số nhận xét như sau:

- Đối với trường hợp dầm tựa đơn hai đầu, khi tốc độ quay của dầm bằng không: nếu không có nền đàn hồi ($c=0$) thì đường chuyển vị là đối xứng qua vị trí giữa dầm ($x/L=0.5$), tuy nhiên khi c tăng dần, thì đường chuyển vị không còn đối xứng qua vị trí giữa dầm nữa, chiều dài của nền đàn hồi càng lớn thì vị trí có chuyển vị

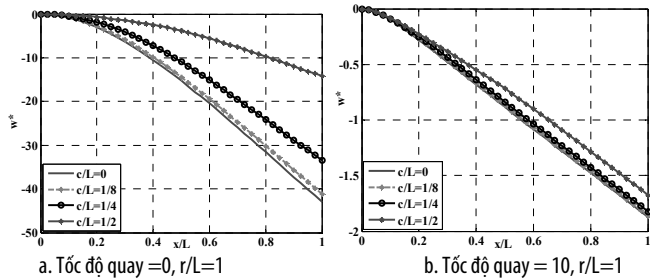
lớn nhất càng dịch về phía xa trục quay.

- Khi dầm không có chuyển động quay, chuyển vị lớn nhất của dầm ở hai điều kiện biên đều lớn hơn nhiều so với trường hợp dầm có chuyển động quay, điều này chứng tỏ lực quán tính do chuyển động quay làm dầm có khả năng chịu uốn tốt hơn.

- Với dầm tựa đơn hai đầu, khi dầm có chuyển động quay, vị trí chuyển vị lớn nhất càng xa trục quay, điều này có được là do lực quán tính ly tâm gây ra.



Hình 2. Sự phụ thuộc chuyển vị của dầm vào chiều dài dầm tựa trên nền đàn hồi, dầm tựa đơn hai đầu S-S, $K_w^* = 200$, $K_s^* = 20$



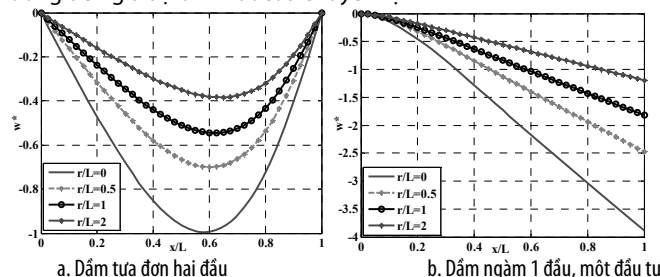
Hình 3. Sự phụ thuộc chuyển vị của dầm vào chiều dài nền đàn hồi, dầm ngàm 1 đầu, một đầu tự do CF, $K_w^* = 200$, $K_s^* = 20$

b. Ảnh hưởng của khoảng cách từ trục quay đến dầm r

Thay đổi khoảng cách từ trục quay đến dầm r sao cho tỷ lệ r/L biến đổi từ 0 đến 2, kết quả tính toán đường chuyển vị dọc theo dầm được thể hiện như trên hình 4. Qua đây, có thể thấy rằng:

- Với dầm tựa đơn hai đầu, khi khoảng cách r càng lớn, thì điểm có chuyển vị lớn nhất của dầm càng lệch ra xa trục quay.

- Ở cả hai điều kiện biên tựa đơn hai đầu và ngàm một đầu thì khoảng cách r càng lớn, chuyển vị lớn nhất của dầm càng giảm. Điều này chứng tỏ khoảng cách r ảnh hưởng đáng kể đến vị trí cực đại của chuyển vị (đối với dầm tựa đơn hai đầu), mà còn ảnh hưởng đến giá trị lớn nhất của chuyển vị



Hình 4. Sự phụ thuộc chuyển vị của dầm vào khoảng cách từ trục quay đến dầm, Tốc độ quay = 10, $c/L = 1/4$, $K_w^* = 200$, $K_s^* = 20$

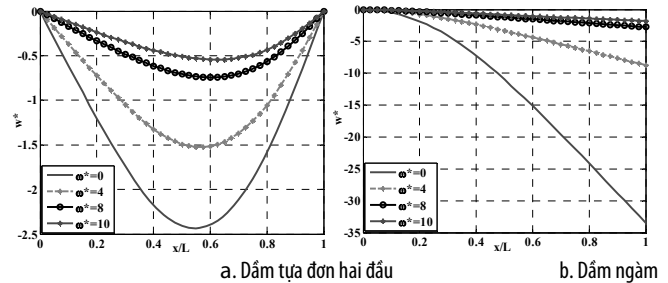
c. Ảnh hưởng của tốc độ quay

Tăng dần tốc độ quay của dầm sao cho giá trị của ω^* thay đổi từ 0 đến 10, kết quả đáp ứng đường độ võng của dầm được vẽ như

trên hình 5, một vài kết luận được rút ra như sau:

- Khi tốc độ quay tăng lên, chuyển vị lớn nhất của dầm giảm xuống, điều này chứng tỏ ảnh hưởng của lực quán tính ly tâm đối với dầm trong trường hợp dầm quay là đáng kể.

- Với dầm có điều kiện biên đối xứng (tựa đơn hai đầu và ngàm hai đầu), tốc độ quay không những ảnh hưởng tới hình dáng của đường chuyển vị, mà còn ảnh hưởng tới cả giá trị lớn nhất của chuyển vị.



Hình 5. Sự phụ thuộc chuyển vị của dầm vào tốc độ quay, $r/L = 1$, $c/L = 1/4$, $K_w^* = 200$, $K_s^* = 20$

5. KẾT LUẬN

Bài báo đã trình bày phương pháp phần tử hữu hạn kết hợp với lý thuyết biến dạng cắt kiểu mới để nghiên cứu đáp ứng uốn tĩnh của dầm tựa một phần trên nền đàn hồi và có chuyển động quay quanh trục cố định. Lý thuyết tính toán được kiểm chứng tin cậy bằng cách so sánh với một số công trình đã công bố trước đây. Đồng thời, bài báo tiến hành khảo sát ảnh hưởng của một số tham số nền, tốc độ quay, khoảng cách từ dầm đến trục quay, từ đó rút ra một số kết quả có ý nghĩa khoa học và thực tiễn. Từ các kết quả của nghiên cứu này, việc thiết kế và sử dụng kết cấu dầm quay làm việc trong môi trường nhiệt độ cần phải quan tâm đến nhiều tham số, trong đó đặc biệt chú ý đến tốc độ quay của dầm, khoảng cách từ đầu dầm đến trục quay.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Khosravi S, Arvin H, Kiani Y. Vibration analysis of rotating composite beams reinforced with carbon nanotubes in thermal environment. International Journal of Mechanical Sciences 2019, 164, 105187.
- [2] Khosravi S, Arvin H, Kiani Y. Interactive thermal and inertial buckling of rotating temperature-dependent FG-CNT reinforced composite beams. Composites Part B: Engineering 2019, 175, 107178.
- [3] Kiani Y, Bagheri H, Eslami MR. Asymmetric compressive stability of rotating annular plates. European Journal of Computational Mechanics 2019, 28 (4), pp. 325-350.
- [4] Arvin H, Hosseini SMH, Kiani Y. Free vibration analysis of pre/post buckled rotating functionally graded beams subjected to uniform temperature rise. Thin-Walled Structures 2021, 158, 107187.
- [5] Hosseini SMH, Arvin H, Kiani Y. On buckling and post-buckling of rotating clamped-clamped functionally graded beams in thermal environment. Mechanics

Based Design of Structures and Machines 2020, pp.1-17.

- [6] Jalaei MH, Civalek O. On dynamic instability of magnetically embedded viscoelastic porous FG nanobeam. *International Journal of Engineering Science* 2019, 143, pp.14-32.
- [7] Demir C, Civalek O. On the analysis of microbeams. *International Journal of Engineering Science* 2017, 121, pp. 14-33.
- [8] Akgoz B, Civalek O. A novel microstructure-dependent shear deformable beam model. *International Journal of Mechanical Sciences* 2015, 99, pp. 10-20.
- [9] Hanten L, Giunta G, Belouettar S, Salnikov V. Free Vibration Analysis of Fibre-Metal Laminated Beams via Hierarchical One-Dimensional Models. *Mathematical Problems in Engineering* 2018, Article ID 2724781, pp. 1-12.
- [10] Moustafa G, Hayat S, Fouad B, Abdelmoumen AB, Abdelouahed T, Al-Zahrani MM, Muzamal H, SR Mahmoud. Influences of porosity distributions and boundary conditions on mechanical bending response of functionally graded plates resting on Pasternak foundation. *Steel and Composite Structures* 2021, 38(1), pp. 1-15.
- [11] Abdelkrim R, Abdelbaki C, Abdelmoumen AB, Fouad B, Houari H, Abdeldjebbar T, Kouider HB, Abdelouahed T, Al-Zahrani MM. Physical stability response of a SLGS resting on viscoelastic medium using nonlocal integral first-order theory. *Steel and Composite Structures* 2020, 37(6), pp. 695-709.
- [12] Nouredine B, Mohamed Z, Abdelmoumen AB, Fouad B, Abdeldjebbar T, Kouider HB, Adda BEA, Mahmoud SR, Abdelouahed T. Deflections, stresses and free vibration studies of FG-CNT reinforced sandwich plates resting on Pasternak elastic foundation. *Computers and Concrete* 2020, 26 (3), pp. 213-226.
- [13] Mohamed R, Kouider HB, Abdelhakim K, Mohammed SAH, Fouad B, Abdelmoumen AB, Abdeldjebbar T, Bedia EAA, Mahmoud SR, Abdelouahed T. A new innovative 3-unknowns HSDT for buckling and free vibration of exponentially graded sandwich plates resting on elastic foundations under various boundary conditions. *Geomechanics and Engineering* 2020, 22 (2), pp.119-132.
- [14] Fouad B, Abdelmoumen AB, Abdeldjebbar T, Bedia EAA, Mahmoud SR, Kouider HB, Abdelouahed T. Stability and dynamic analyses of SW-CNT reinforced concrete beam resting on elastic-foundation. *Computers and Concrete* 2020, 25(6), pp. 485-495.
- [15] Sara CC, Abdelhakim K, Abdelmoumen AB, Fouad B, Abdeldjebbar T, Bedia EAA, Mahmoud SR, Kouider HB, Abdelouahed T. A novel four-unknown integral model for buckling response of FG sandwich plates resting on elastic foundations under various boundary conditions using Galerkin's approach. *Geomechanics and Engineering* 2020, 21(5), pp. 471-487.
- [16] Salah R, Abdelmoumen AB, Abdelhakim B, Abderrahmane M, Fouad B, Abdeldjebbar T, Bedia EAA, Mahmoud SR, Kouider HB, Abdelouahed T. Effects of hygro-thermo-mechanical conditions on the buckling of FG sandwich plates resting on elastic foundations. *Computers and Concrete* 2020, 25 (4), pp. 311-325.
- [17] Miloud K, Abdelhakim K, Abdelmoumen AB, Abdelouahed T, Fouad B, Abdeldjebbar T, Bedia EAA, Al-Osta MA. A study on the structural behaviour of functionally graded porous plates on elastic foundation using a new quasi-3D model: Bending and Free vibration analysis. *Computers and Concrete* 2020, 25(1), pp. 37-57.
- [18] Abdelouahed T, Al-Dulaijan SU, Al-Osta MA, Abdelbaki C, Al-Zahrani MM, Alfaraibi S, Abdeldjebbar T. A four variable trigonometric integral plate theory for hygro-thermo-mechanical bending analysis of AFG ceramic-metal plates resting on a two-parameter elastic foundation. *Steel and Composite Structures* 2020, 34 (4), pp. 511-524.
- [19] Farouk YA, Mustapha M, Abdelmoumen AB, Abdelkader B, Fouad B, Abdelouahed T, Mahmoud SR. Influences of porosity on dynamic response of FG plates resting on Winkler/Pasternak/Kerr foundation using quasi 3D HSDT. *Computers and Concrete* 2019, 24 (4), pp. 347-367.
- [20] Hichem B, Mahmoud MS, Abdelbaki C, Abdelmoumen AB, Fouad, Abdeldjebbar T, Kouider HB, Al-Zahrani MM, Abdelouahed T. Influence of porosity on thermal buckling behavior of functionally graded beams. *Smart Structures and Systems* 2021, 27 (4), pp. 719-728.
- [21] Ehsan A, Mohammad K, Soleimani-Javid Z, Saeed A Abdelouahed T. Porosity-dependent vibration analysis of FG microplates embedded by polymeric nanocomposite patches considering hygrothermal effect via an innovative plate theory. *Engineering with Computers*, Published: 17 March 2021.
- [22] Al-Furjan MSH, Mostafa H, Alireza R, Guojin C, Hamed S, Mehran S, Abdelouahed T. Chaotic simulation of the multi-phase reinforced thermo-elastic disk using GDQM. *Engineering with Computers*, Published 25 August 2020.
- [23] Hakima M, Abdelmoumen AB, Houari H, Fouad B, Bedia EAA, Abdeldjebbar T, Benrahou KH. Investigation on hygro-thermal vibration of P-FG and symmetric S-FG nanobeam using integral Timoshenko beam theory. *Advances in Nano Research* 2020, 8(4), pp. 293-305.
- [24] Salah R, Abdelmoumen AB, Abdelhakim B, Abderrahmane M, Fouad B, Abdeldjebbar T, Bedia EAA, Mahmoud SR, Kouider HB, Abdelouahed T. Effects of hygro-thermo-mechanical conditions on the buckling of FG sandwich plates resting on elastic foundations. *Computers and Concrete* 2020, 25 (4), pp. 311-325.
- [25] Abdelouahed T, Al-Dulaijan SU, Al-Osta M, Abdelbaki C, Al-Zahrani MM, Sharif A. A four variable trigonometric integral plate theory for hygro-thermo-mechanical bending analysis of AFG ceramic-metal plates resting on a two-parameter elastic foundation. *Steel and Composite Structures* 2020, 34(4), pp. 511-524.
- [26] Abderrafik B, Belhadj B, Mohamed B, Fouad B, Abdeldjebbar T, Abdelmoumen AB, Abdelouahed T. A simple nth-order shear deformation theory for thermomechanical bending analysis of different configurations of FG sandwich plates. *Smart Structures and Systems* 2020, 25 (2), pp. 197-218.
- [27] Bagheri H, Kiani Y, Eslami MR. Asymmetric thermo-inertial buckling of annular plates. *Acta Mechanica* 2017, 228 (4), pp. 1493-1509.
- [28] Soldatos KP. A transverse shear deformation theory for homogeneous monoclinic plates. *Acta Mechanica* 1992, 94, pp. 195-220.
- [29] Huu-Tai T, Dong-Ho C. Finite element formulation of various four unknown shear deformation theories for functionally graded plates. *Finite Elements in Analysis and Design* 2013, 75, pp. 50-61.
- [30] Dejin C, Kai F, Shijie Z. Flapwise vibration analysis of rotating composite laminated Timoshenko microbeams with geometric imperfection based on a re-modified couple stress theory and isogeometric analysis. *European Journal of Mechanics - A/Solids* 2019, 76, pp. 25-35.
- [31] Timoshenko SP, Gere JM. *Theory of Elastic Stability*. Dover Publications, 1989.
- [32] Date A. Static Analysis of a Functionally Graded Beam under a Uniformly Distributed Load by Ritz Method. *International Journal of Engineering and Applied Sciences* 2009, 1(3), pp. 1-11.
- [33] Chen WQ, Lü CF, and Bian ZG. A mixed method for bending and free vibration of beams resting on a Pasternak elastic foundation. *Applied mathematical modelling* 2004, 28 (10), pp. 877-890.
- [34] Wang CM, Lam KY, and He XQ. Exact solutions for Timoshenko beams on elastic foundations using Green's functions. *Journal of Structural Mechanics* 1998, 26 (1), pp. 101-113.