TEACHING GEOMETRY ELEMENTS IN PRIMARY EDUCATION TOWARDS DEVELOPING MATHEMATICAL MODELING COMPETENCE FOR STUDENTS

Le Thi Cam Nhung
Thai Nguyen College

ARTICLE INFO

Received: 17/8/2023
Revised: 02/12/2023
Published: 02/12/2023

KEYWORDS

Mathematical Modeling
Mathematical Competence
Competence in Mathematical Modeling
Teaching Geometric Concepts
Elementary School

ABSTRACT

The establishment and development of mathematical competence among students constitute a requirement stipulated by the 2018 Basic Education Program. Proficiency in mathematical modeling stands as one of the five components of mathematical competence. This article expounds upon the concept of mathematical modeling, delineating its manifestations and the prerequisites for students' competence in mathematical modeling at the elementary school level. The research methodology encompasses the synthesis of expert experiences and theoretical investigation. The article introduces strategies for implementing mathematical modeling within the instruction of geometric concepts at the elementary school level. These strategies encompass the formulation of models for arithmetic operations such as addition, subtraction, multiplication, and division, as well as the creation of models for simple geometric shapes. The design approach to mathematical modeling detailed in this paper empowers primary school educators to leverage content from elementary school mathematics textbooks or construct real-world scenarios to facilitate instructional sessions centered around the establishment of mathematical models for students. In this manner, it engenders the formation and cultivation of students' proficiency in mathematical modeling.

DẠY HỌC YẾU TỐ HÌNH HỌC Ở TIỂU HỌC THEO HƯỚNG PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC CHO HỌC SINH

Lê Thị Cẩm Nhung
Trường Cao đẳng Thái Nguyên

THÔNG TIN BÀI BÁO

Ngày nhận bài: 17/8/2023
Ngày hoàn thiện: 02/12/2023
Ngày đăng: 02/12/2023

TỪ KHÓA

Mô hình hóa
Năng lực toán học
Năng lực mô hình hóa toán học
Dạy học yếu tố hình học
Trường tiểu học

TÓM TẮT

Hình thành và phát triển năng lực toán học cho học sinh là một yêu cầu của chương trình giáo dục phổ thông 2018. Năng lực mô hình hóa toán học là một trong năm thành tố của năng lực toán học. Bài viết trình bày về khái niệm mô hình hóa toán học, biểu hiện và yêu cầu của năng lực mô hình hóa toán học của học sinh tiểu học. Phương pháp nghiên cứu tổng kết kinh nghiệm chuyên gia, phương pháp nghiên cứu lý luận. Bài viết giới thiệu biện pháp thiết lập mô hình toán học trong dạy học yếu tố hình học ở tiểu học, cách tạo mô hình phép toán cộng, trừ, nhân, chia, tạo mô hình các hình vẽ hình học đơn giản. Từ cách thiết kế mô hình toán học trong bài báo giúp giáo viên tiểu học khai thác từ sách giáo khoa toán tiểu học hoặc tự tạo ra các tình huống thực tiễn để tổ chức dạy học thiết lập mô hình toán học cho học sinh, qua đó hình thành và phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh.

DOI: https://doi.org/10.34238/tnu-jst.8564

Email: nhungltc@tce.edu.vn

1. Đặt vấn đề

Ngày 26/12/2018, Bộ Giáo dục và Đào tạo đã ban hành Chương trình giáo dục phổ thông tổng thể [1] và chương trình các môn học theo định hướng phát triển phẩm chất và năng lực (NL) của người học. Chương trình giáo dục phổ thông (CTGDPT) môn Toán 2018 [2] xác định các thành tố cốt lõi của NL toán học là: NL tư duy và lập luận toán học, NL mô hình hóa toán học (MHHTH), NL giải quyết vấn đề toán học, NL giao tiếp toán học, NL sử dụng công cụ, phương tiện học toán [2]. Hình thành, phát triển NL MHHTH sẽ giúp HS không chỉ học toán tốt mà còn giúp HS giải quyết tốt các vấn đề của các môn học khác và trong cuộc sống [3]. Ở tiểu học, môn Toán không phân chia thành các phân môn. Các yếu tố hình học (YTHH) gắn kết chặt chẽ cùng với các kiến thức về Đo lường để cấu thành mạch nội dung Hình học – Đo lường, đồng thời cùng với các mạch kiến thức khác tạo nên một môn Toán thống nhất [4]. Ngoài ra, việc dạy học YTHH ở tiểu học còn góp phần phát triển trí tưởng tượng không gian và tính trực giác cho HS. Mô hình hóa (MHH) trong dạy học Toán là quá trình giúp học sinh tìm hiểu, khám phá các tình huống nảy sinh từ thực tiễn bằng công cụ toán học. Bài báo này trình bày quy trình mô hình hóa trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông. Quy trình này đòi hỏi các kỹ năng và thao tác tư duy toán học như phân tích, tổng hợp, so sánh, khái quát hóa, trừu tượng hóa của học sinh. MHH cũng cho thấy mối quan hệ giữa thực tiễn với các vấn đề trong sách giáo khoa dưới góc nhìn của Toán học. Ở trường phổ thông, cách tiếp cận này giúp việc học toán của học sinh trở nên có ý nghĩa hơn, tạo động cơ và niềm say mê học Toán [5]. "Mô hình hóa toán học sẽ là cầu nối các suy luận trong lớp học và suy luận trong những tình huống thực tế" [6]. Đã có tác giả nghiên cứu về việc phát triển năng lực MHHTH cho học sinh như Phạm Thị Thanh Tú [7], tác giả nghiên cứu khai thác bài toán dưới "phương diện khác nhau của toán học như hình học, số học, đại lượng" [8]. tác giả Lê Thị Thu Hương và Đinh Thị Hồng Liên đã giới thiệu cách thiết kế và tổ chức các hoạt động mô hình hóa các bài toán theo 4 bước và một số ví dụ cụ thể về mạch số học và mạch đại lượng [9]: "Bước 1 (toán học hóa): Phân tích vấn đề thực tiễn, đơn giản hóa vấn đề bằng cách loại bỏ những yếu tố không bản chất để mô tả và diễn đạt lại vấn đề bằng các công cụ và ngôn ngữ toán học (nêu được bài toán). Bước 2 (giải bài toán): Sử dụng các công cụ toán học và phương pháp giải toán phù hợp để giải quyết vấn đề hay bài toán đã được toán học hóa. Bước 3 (hiểu và thông dịch): Hiểu và trình bày ý nghĩa lời giải của bài toán đối với tình huống trong thực tiễn (bài toán ban đầu). Bước 4 (đối chiếu thực tế): Xem xét lại vấn đề hoặc bài toán đã nêu ở bước 1 cũng như lời giải của bài toán, xem lại các công cụ và phương pháp toán học đã sử dụng, đối chiếu thực tiễn để cải tiến mô hình (bài toán hoặc vấn đề) đã xây dựng". Tác giả Cao Thị Hà, Nguyễn Xuân Dung cũng đã trình bày một cách có hệ thống các khái niệm liên quan đến mô hình hóa và năng lực mô hình hóa giới thiệu cách "Phát triển năng lực mô hình hóa cho học sinh trong dạy học Hàm số ở lớp 10 trung học phổ thông" [10]. Trong đào tạo và bồi dưỡng giáo viên tiểu học chưa có các tài liệu giới thiệu tình huống cụ thể phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh khi dạy học yếu tố hình học của tiểu học. Ở bài viết này, chúng tôi trình bày một số quan niệm về NL MHHTH ở tiểu học, biện pháp dạy học YTHH theo hướng phát triển NL MHHTH của HS góp phần thực hiện tốt CTGDPT mới.

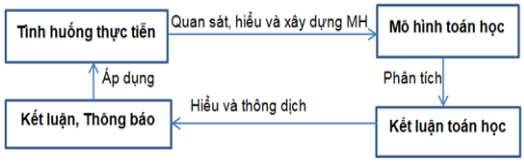
2. Phương pháp nghiên cứu

Bài viết sử dụng phương pháp tổng kết kinh nghiệm của các chuyên gia nghiên cứu về giáo dục toán học và ý kiến của một số chuyên gia tham gia trực tiếp vào quá trình xây dựng Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018. Ngoài ra, chúng tôi sử dụng phương pháp nghiên cứu lý luận trên cơ sở tìm hiểu, phân tích các công trình khoa học, sách chuyên khảo, trang thông tin điện tử của các tổ chức quốc tế về dạy học toán tiểu học. Các tư liệu tham khảo được tác giả lựa chọn và sắp xếp theo hai nội dung chính: (1) khái niệm năng lực mô hình hóa toán học của HS tiểu học; (2) Biện pháp dạy học yếu tố hình học phát triển năng lực mô hình hóa tình huống thực tiễn cho học sinh tiểu học. Đặc biệt, chúng tôi tổng hợp, phân tích và đưa ra một số tình huống là các bài toán cụ thể nhằm phát triển năng lực mô hình hóa toán học trong dạy học môn Toán ở tiểu học.

3. Nội dung nghiên cứu

3.1. Về năng lực mô hình hóa toán học của HS tiểu học

"MHH toán học là quá trình chuyển đổi một số vấn đề thực tiễn sang một vấn đề toán học bằng cách thiết lập và giải các mô hình (MH) toán học, thể hiện và đánh giá lời giải trong ngữ cảnh thực tiễn và cải tiến MH nếu cách giải quyết không phù hợp" [5]. "MH được dùng để mô tả một tình huống thực tiễn nào đó, MH toán học được hiểu là sử dụng công cụ toán học để thể hiện nó dưới dạng của ngôn ngữ toán học, trong đó MHH (Xem minh họa trên Hình 1) là quá trình tạo ra mô hình nhằm hướng tới giải quyết một vấn đề. Quá trình này tuân theo một quy trình sử dụng các quy tắc đặc biệt để thành lập giả thuyết hay cấu trúc toán học như: công thức, thuật toán, phương trình, bảng biểu, biểu tượng, đồ thị... để từ đó HS có một cái nhìn rõ ràng hơn về các vấn đề tồn tại trong thực tiễn" [6].



Hình 1. *Quy trình MHH theo Swetz & Hartzler (1991)*

Các tình huống thực tiễn: NL MHH toán học hình thành và phát triển từ vấn đề thực tiễn, tình huống thực tiễn là yếu tố đầu tiên chủ yếu trong chu trình hình thành MHH toán học, nên GV phải tăng cường các tình huống, bài toán xuất phát từ thực tiễn cho HS, làm cho HS thấy toán học có ý nghĩa với cuộc sống. Từ tình huống thực tiễn để HS quan sát, hiểu và xây dựng được MH toán học thì trước hết HS phải được hiểu đúng các kiến thức toán học để từ đó thể hiện tình huống thực tiễn dưới dạng của ngôn ngữ toán học. Phải dịch chuyển được quan hệ trong ngôn ngữ tự nhiên sang quan hệ trong ngôn ngữ toán học. Thông qua việc xây dựng MH toán học, các dữ liệu của tình huống thực tiễn được bộc lộ rõ ràng, dễ hiểu hơn cho HS. HH có lợi thế trong cách MHH bằng các hình vẽ, biểu bảng, các biểu diễn trực quan hình ảnh. Nhìn vào MH toán học HS phân tích để kết luận toán học. Từ đó lại "phiên dịch" ngược lại để trả lời yêu cầu trong BT của tình huống thực tiễn.

Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018 đã cụ thể hóa những biểu hiện và kết quả hoạt động mô hình hóa toán học đối với HS tiểu học. Nội dung chi tiết được thể hiện ở bảng 1.

Bảng 1. *Biểu hiện và yêu cầu của NL MHHTH của HS tiểu học*

Biểu hiện	Yêu cầu
- Thực hiện được các hành động: - Xác định được mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, bảng biểu, đồ thị,...) cho tình huống xuất hiện trong bài toán thực tiễn. - Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập. - Thể hiện và đánh giá được lời giải trong ngữ cảnh thực tế và cải tiến được mô hình nếu cách giải quyết không phù hợp.	– Lựa chọn được các phép toán, công thức số học, sơ đồ, bảng biểu, hình vẽ để trình bày, diễn đạt (nói hoặc viết) được các nội dung, ý tưởng của tình huống hiện trong bài toán thực tiễn xuất hiện đơn giản. - Giải quyết được những bài toán xuất hiện từ sự lựa chọn trên. - Nêu được câu trả lời cho tình huống xuất hiện trong bài toán thực tiễn.

Như vậy, có thể nói **các chỉ báo** quan trọng để xác định NL MHHTH của HS tiểu học thể hiện qua các động từ sau*:*

- Xác định được mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, bảng biểu, đồ thị,...) cho tình huống xuất hiện trong bài toán thực tiễn.
- Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập từ bài toán thực tiễn.

Yêu cầu chung phải đảm bảo sáu nguyên tắc:

1. Đảm bảo tính thực tế.
2. Đảm bảo xây dựng mô hình: các tình huống đặt ra có thể kiểm tra, điều chỉnh, mở rộng.
3. Tự đánh giá: Tình huống đặt ra giúp học sinh phát triển khả năng tự đánh giá.
4. Làm rõ ý tưởng: Tính huống đặt yêu cầu học sinh làm rõ những suy nghĩ, ý tưởng của mình
5. Đơn giản: Mô hình đơn giản và dễ sử dụng.
6. Tổng quát hóa: Mô hình này có áp dụng vào các tình huống khác nhau.

Dưới đây chúng tôi giới thiệu biện pháp *Sử dụng bài toán thực tiễn để phát triển NL MHH tình huống thực tiễn* trong dạy học YTHH nhằm góp phần phát triển năng lực MHHTH cho học sinh tiểu học.

3.2. Biện pháp dạy học yếu tố hình học phát triển năng lực mô hình hóa tình huống thực tiễn cho học sinh

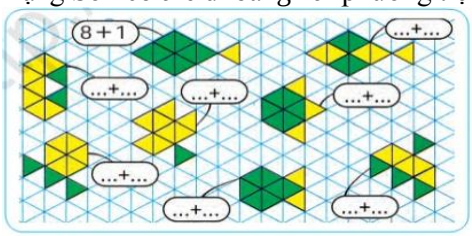
Thiết lập MH toán học: Để MHH tình huống thực tiễn, trong DH YTHH chỉ nên tạo các MH đơn giản từ các BT thực tiễn vì HS mới bước đầu làm quen và vận dụng cách giải quyết BT theo cách này. Tạo các MH bằng các hình vẽ HH đơn giản như đoạn thẳng, tam giác, tứ giác... để HS dễ dàng vận dụng, từ đó phát hiện ra "quy luật", cách thức chung giải một số dạng toán từ thực tiễn. Khi HS học tập đoạn thẳng, hình thành cho HS mô hình nối hai điểm được đoạn thẳng. Tương tự MH tạo từ ba điểm là hình tam giác, MH tạo từ bốn điểm là hình tứ giác... MHH từ BT tính chu vi là mô hình phép cộng. MHH từ bài toán tính diện tích HCN, hình vuông là MH phép nhân. Cho HS làm quen với một số BT giải bằng cách MHH tình huống trong thực tiễn.

3.2.1. Thiết kế tình huống từ mô hình các phép toán thông thường

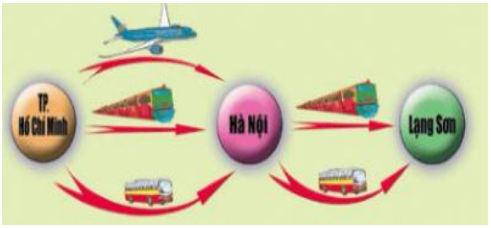
Ví dụ 1: ***Tạo MH phép cộng, phép nhân, phép trừ, phép chia***

a) Mô hình phép cộng (Hình 2): Ở lớp 1: Tổ chức trò chơi" Bắt cá". " Em hãy viết phép cộng thể hiện hình dạng con cá. Các con cá được tạo nên từ những hình gì?

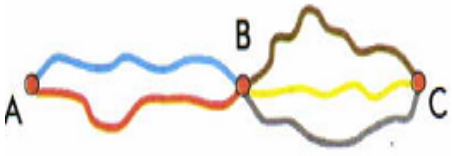
b) Mô hình phép nhân (Hình 3): Ở lớp 3, cho HS làm bài toán: "Một người đi từ Thành phố Hồ Chí Minh ra Hà Nội có thể đi bằng ba phương tiện: Máy bay, tàu hỏa và ô tô. Đi từ Hà Nội lên Lạng Sơn có thể đi bằng hai phương tiện: Tàu hỏa và ô tô".



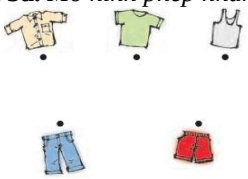
Hình 2. *Mô hình phép cộng*



Hình 3a. *Mô hình phép nhân 3× 2*



Hình 3b. *Mô hình phép nhân 2× 3*



Hình 3c. *Tạo mô hình phép nhân*

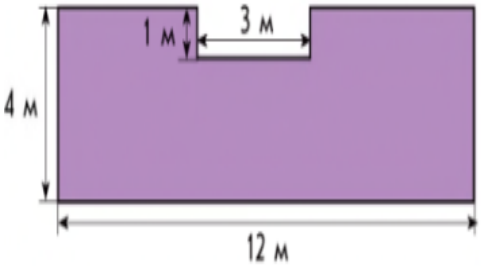
Người đó muốn đi từ thành phố Hồ Chí Minh đến Lạng Sơn có qua Hà Nội. Hỏi người đó có mấy cách đi?

HS dễ dàng tìm ra 6 cách đi bằng cách liệt kê hoặc dùng phép nhân: Có 3 cách đi từ TP Hồ Chí Minh ra Hà Nội, có hai cách đi từ Hà Nội đến Lạng Sơn nên có $3 \times 2 = 6$ (cách) đi từ TP Hồ Chí Minh ra Hà Nội.

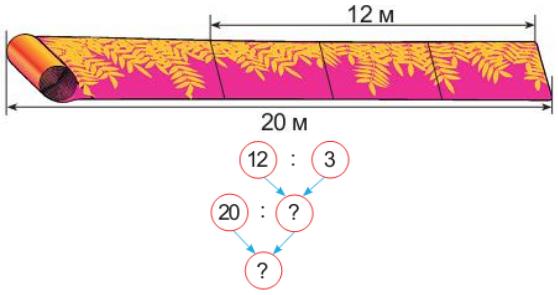
Tương tự cho HS bài toán: Ba điểm A, B, C là ba thành phố. Đường nối mô tả đường đi giữa hai thành phố. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố C (Hình 3). HS sẽ

thiết lập được ngay MH toán học là 2 x 3 = 6 (cách) nếu đã giải BT ở trên mà không cần liệt kê các con đường Xanh – Nâu, Xanh – Vàng,... để tìm câu trả lời.

Hoặc cho HS bài toán: Bạn Lâm muốn đi câu cá, bạn có thể chọn một bộ quần áo đi câu trong số áo sơ mi, áo phông có tay, áo không tay, quần dài, quần ngắn như hình 3c. Bạn Lâm có thể tạo ra bao nhiêu bộ đồ khác nhau để đi câu cá? Em có thể giải quyết câu hỏi này bằng một hình vẽ. Em hãy chọn cho bạn Lâm một bộ quần áo hợp lý nhất.



Hình 4. *Mô hình phép trừ*



Hình 5. *Mô hình phép chia*

c) Mô hình phép trừ (Hình 4): Khi HS học tính diện tích của hình, cho HS làm BT: Hình vẽ miêu tả kế hoạch xây dựng của một khu đất. Em hãy xác định diện tích của phần đất trong kế hoạch xây dựng.

HS sẽ tính diện tích của HCN có chiều dài 12 m và chiều rộng là 4 m rồi trừ đi diện tích HCN có chiều dài 3 m và chiều rộng là 1 m. Thiết lập mô hình S – s để tính diện tích hình cần tính, khi gặp BT tương tự HS dễ dàng giải được.

d) Mô hình phép chia (Hình 5): Từ bài toán "May 3 cái váy hết 12 mét vải. Hỏi 20 mét vải như vậy có thể may được bao nhiêu cái váy?"

Thiết lập mô hình phép chia, từ đó HS dễ dàng giải các bài toán tương tự.

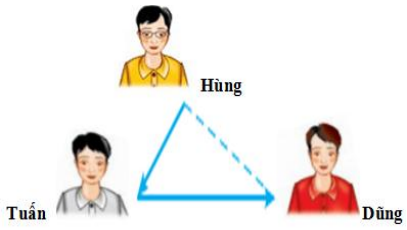
3.2.2. Thiết kế tình huống từ mô hình các hình vẽ HH đơn giản

***Ví dụ 2: Tạo MH đoạn thẳng* (Hình 6)**

a) Ở lớp 2 hoặc lớp 3, GV có thể cho HS bài toán: Tuấn, Hùng, Dũng là ba anh em. Biết rằng Tuấn không nhiều tuổi hơn Hùng, còn Dũng không nhiều tuổi hơn Tuấn. Hãy xem ai là anh cả và ai là em út trong ba anh em.

Cho HS vẽ hình biểu diễn, mũi tên chỉ từ người nhiều tuổi hơn đến người ít tuổi hơn. Tuấn không nhiều tuổi hơn Hùng tức là Hùng nhiều tuổi hơn Tuấn. Tương tự, Tuấn nhiều tuổi hơn Dũng.Vậy Hùng nhiều tuổi nhất và Dũng ít tuổi nhất hay Hùng là anh cả và Dũng là em út trong ba anh em.

b) Sau đó có thể cho HS làm bài toán: "Biết khối lượng của voi nhỏ hơn khối lượng của cá voi, nhưng nhiều hơn khối lượng của tê giác, khối lượng của gấu lớn hơn khối lượng của hổ nhưng nhỏ hơn khối lượng của tê giác. Con vật nào có khối lượng lớn nhất và con vật nào có khối lượng nhỏ nhất? (Hình 7)" HS có thể dùng mô hình "mũi tên" như bài toán trên để tìm ra Cá voi lớn nhất và Hổ bé nhất.



Hình 6. *Mô hình 3 đoạn thẳng*

Hình 7. *Tạo mô hình 5 đoạn thẳng*

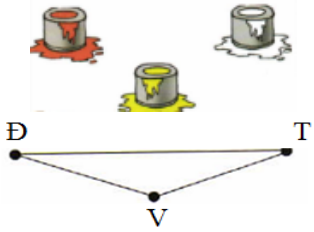
Ví dụ 3: Tạo MH tam giác, tứ giác...

a) Có ba màu Vàng, Đỏ, Trắng. Có bao nhiêu cách để chọn hai trong ba màu? Trả lời câu hỏi này bằng một hình vẽ (Hình 8). Mỗi đoạn thẳng trong hình có ý nghĩa gì?

HS sẽ biết mỗi đoạn thẳng trong hình là một cách chọn hai trong ba màu. Có 3 đoạn thẳng nên có 3 cách chọn.

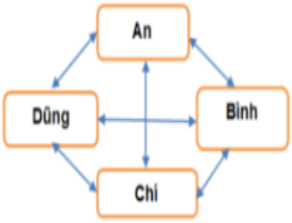
b) Bốn bạn An, Bình, Chí, Dũng chơi bập bênh (Hình 9 và 10). Cứ hai bạn thành một cặp chơi. Hỏi có bao nhiêu cặp? Hình 9,10.

Tương tự, từ cách lập MH của bài trên HS có thể giải bài toán: "Chọn hai đồ chơi từ bốn đồ chơi. Miêu tả các cách chọn bằng một hình vẽ. Có bao nhiêu cách chọn?"



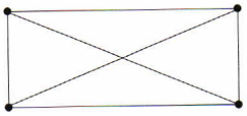
Hình 8. *Mô hình tam giác*

Hình 9. *Chơi bập bênh*



Hình 10. *Mô hình tứ giác*

Hình 11. *Bốn đồ chơi*



Hình 12. *Mô hình hình chữ nhật*

4. Kết luận

Năng lực MHHTH có vai trò quan trọng trong đời sống và học tập của HS. Để rèn luyện, phát triển NL MHHTH cho HS trong dạy học toán ở tiểu học cần tạo ra các tình huống có vấn đề và tìm các bài tập, hoạt động để HS giải quyết thông qua rèn luyện xác định được mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, bảng biểu, đồ thị,...) cho tình huống xuất hiện trong bài toán thực tiễn. Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập.

Bài viết đã trình bày một số bài tập có dụng ý sư phạm để GV sử dụng giúp HS rèn luyện, phát triển năng lực MHHTH. Các biện pháp dạy học theo hướng phát triển năng lực MHHTH góp phần hình thành, phát triển lý luận về dạy học toán tiểu học theo hướng phát triển năng lực cho HS tiểu học đáp ứng yêu cầu của dạy học môn Toán theo chương trình 2018.

TÀI LIỆU THAM KHẢO/ REFERENCES

[1] Ministry of Education and Training, *Comprehensive General Education Program*, 2018.

[2] Ministry of Education and Training, *Mathematics Curriculum for General Education*, 2018.

[3] D. T. Do, T. D. Do, H. A. Nguyen, N. B. Tran, D. B. Do, M. L. Hoang, and T. N. Tran, *Teaching Mathematics Competency Development at Elementary School.* Pedagogical University Publisher, 2018.

[4] D. N. Nguyen, *Problem-solving Methods in Teaching Mathematics at Secondary School Level.* Thai Nguyen University Publishing House, 2016.

[5] T. Tran, "Application of Modeling in Teaching Mathematics at Secondary School Level," *Scientific Journal, Hanoi University of Pedagogy*, vol. 06, pp. 104-108, 2011.

[6] T. T. A. Nguyen, "The Necessity of Models in Teaching Mathematics," *Scientific Journal, Ho Chi Minh City University of Pedagogy*, vol. 37, pp. 112-121, 2012.

[7] T. T. T. Pham, "Some Measures for Enhancing Mathematical Modeling Competency for Primary School Students through Fraction Teaching," *Journal of Education Science in Vietnam*, vol. 15, pp. 87-88, 2019.

[8] D. T. Tran, "Exploring Three Geometric, Algebraic Aspects of Perimeter, Area in Elementary Mathematics Textbooks of France and Vietnam," *Journal of Education Science in Vietnam*, vol. 20, pp. 109-111, 2019.

[9] T. T. H. Nguyen and H. T. L. Dinh, "Applying the modeling process in teaching mathematics in elementary schools," *Vietnam Journal of Education*, vol. 453, pp. 28-32, 2019.

[10] T. H. Cao and X. D. Nguyen, "Developing the modelling capability for students inteaching functions at grade 10," *Journal of Education Science in Vietnam*, vol. 19, pp. 21-27, 2023.