

# ỨNG DỤNG THUẬT TOÁN SVM DỰ BÁO CHIỀU DÀI NƯỚC NHẢY TRÊN KÊNH HÌNH THANG CÂN

Lê Văn Nghị

Phòng Thí nghiệm trọng điểm Quốc gia về Động lực học sóng biển

Nguyễn Minh Ngọc

Khoa Kỹ thuật hạ tầng và môi trường Đô thị, Trường ĐH Kiến trúc Hà Nội

**Tóm tắt:** Nghiên cứu chiều dài của nước nhảy trong kênh hình thang cân là một bài toán phức tạp, rất khó để mô tả được đầy đủ các yếu tố ảnh hưởng đến chiều dài nước nhảy trong các công thức cụ thể. Để nghiên cứu về chiều dài nước nhảy, lý thuyết Pi của Buckingham đã được áp dụng để phân tích và xác định các yếu tố cơ bản ảnh hưởng đến chiều dài nước nhảy, sau đó sử dụng thuật toán Máy véc tơ hỗ trợ (SVM) để dự báo về chiều dài nước nhảy. Nghiên cứu cho nước nhảy trong kênh hình thang cân, đáy bằng có mái dốc kênh  $m = 1$  cho các kết quả dự báo so với giá trị thực đo, đã cho thấy hệ số tương quan rất cao ( $R^2 \approx 0,99$ ), các chỉ số thống kê khác rất gần điểm lý tưởng ( $MSE = 0,97$ ;  $RMSE = 0,98$ ;  $MAE = 0,88$  và  $MAPE = 2,6\%$ ) và sai số lớn nhất là 5,2%. Điều này cho thấy thuật toán SVM phù hợp cho việc nghiên cứu và dự báo các đặc trưng thủy lực của nước nhảy.

**Từ khóa:** Nước nhảy; Học máy; SVM; Chiều dài nước nhảy; Buckingham.

**Summary:** Study of a length of a hydraulic jump in an isosceles trapezoidal channel is a complex problem. It is difficult to fully describe the factors affecting jump length in specific equations. In this study, Buckingham's Pi theory was applied to analyze and determine the basic factors affecting the jump length, then used the Support Vector Machine (SVM) algorithm to predict about the length. Analyzing the jump in the horizontal trapezoidal channel with a side slope of 1:1, the predicted results compared with the measured values have shown that a very strong correlation coefficient ( $R^2 \approx 0.99$ ) and other statistical indicators are very close to the ideal point ( $MSE = 0.97$ ;  $RMSE = 0.98$ ;  $MAE = 0.88$  and  $MAPE = 2.6\%$ ) and the maximum error is 5.2%. This shows that the Machine Learning algorithm is suitable for studying and predicting the hydraulic characteristics of the hydraulic jump.

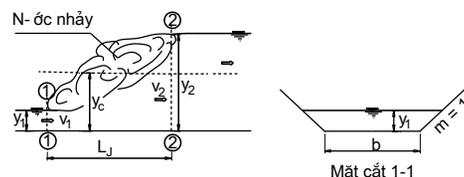
**Keywords:** Hydraulic jump; Machine learning; SVM; Length; Buckingham.

## 1. TỔNG QUAN

Nước nhảy xuất hiện khi dòng chảy chuyển từ trạng thái chảy xiết sang chảy êm, hiện tượng này xảy ra ở chân đập tràn, kênh nối tiếp v.v. Hiện tượng nước nhảy làm cho năng lượng của dòng chảy sụt giảm và loại cấu trúc này thường được ứng dụng để thiết kế các công trình tiêu năng.

Nước nhảy trong kênh hình thang cân là một bài toán phức tạp, do các yếu tố của khu xoáy

trên bề mặt lòng dẫn và khu xoáy trên bề mặt mái dốc [[1]], trong đó chiều dài nước nhảy rất khó để xác định chính xác, mỗi công thức chỉ đúng cho trường hợp nghiên cứu riêng về mái dốc kênh, độ dốc đáy hoặc độ nhám của lòng dẫn. Các công thức đề xuất thường là công thức thực nghiệm riêng cho từng nghiên cứu.



Hình 1: Cấu trúc nước nhảy trên kênh đáy bằng có mặt cắt ngang hình thang cân [[2]]

Ngày nhận bài: 25/8/2023

Ngày thông qua phản biện: 12/9/2023

Ngày duyệt đăng: 02/11/2023

Đối với một trường hợp về nước nhảy, các yếu tố thủy lực được quan tâm gồm chiều dài nước nhảy ( $L_J$ ), độ sâu trước nước nhảy ( $y_1$ ), độ sâu sau nước nhảy ( $y_2$ ), số Froude trước nước nhảy ( $Fr_1$ )... Các yếu tố này đều được quan sát độc lập cho một trường hợp thí nghiệm [[3]], các yếu tố này có mối quan hệ với nhau thông qua phương trình biến thiên động lượng ở khu vực nước nhảy [[2]]. Tuy nhiên, có rất nhiều các đặc trưng thủy lực ảnh hưởng đến chiều dài nước nhảy mà trong các phương trình cơ bản không xem xét hết, chẳng hạn như đặc trưng khu xoáy ở lòng dẫn chính và dòng xoáy trên bề mặt mái dốc của kênh hình thang, ma sát đáy, sự tách dòng ở đáy ...[[1]]. Những yếu tố này gây ảnh hưởng lớn đến hàm số nước nhảy. Bên cạnh đó, các yếu tố ảnh hưởng này lại rất khó khăn cho mô tả các đặc trưng bởi các phương trình toán học, hệ số thực nghiệm hoặc điều kiện biên. Vì vậy, rất khó để xây dựng công thức tổng quát xác định chiều dài nước nhảy trong kênh hình thang cân.

Trong khi đó, Học máy đang là một công cụ có nhiều ưu thế về phân tích các trường dữ liệu thống kê, đặc biệt trong nghiên cứu về dự báo các yếu tố có tính hội tụ, thì thuật toán Học máy phát huy hiệu quả tốt và có độ chính xác cao trong dự báo [[2]]. Các thuật toán Học máy cũng đã được nghiên cứu áp dụng dự báo đặc trưng thủy lực của dòng chảy hở trong kênh như thuật toán Máy véc tơ hỗ trợ (SVM) [[2]-[3]], thuật toán Mạng thần kinh (ANN) [[5]-[6]], hay như việc áp dụng các thuật toán Cây quyết định (DT) và thuật toán Rừng ngẫu nhiên (RF) [[2],[7]]..., các nghiên cứu đã cho thấy sự chính xác cao của kết quả dự báo.

Hiện nay, các nghiên cứu về nước nhảy trong kênh hình thang cân chủ yếu được thực hiện trong phòng thí nghiệm, các quan sát được tiến hành trên các mô hình vật lý cố định, do vậy các trường hợp nghiên cứu thường không quá nhiều, các dữ liệu chủ yếu bao phủ cơ bản về mục tiêu nghiên cứu [[1]-[2]]. Do vậy, các thuật toán hồi quy đòi hỏi dữ liệu không cao

như Cây quyết định (DT), Rừng ngẫu nhiên (RF) hay Máy véc tơ hỗ trợ (SVM) [[7]] thường có hiệu quả dự báo tốt.

Trong nghiên cứu này, từ các phân tích của lý thuyết Pi của Buckingham, sẽ xác định các biến dữ liệu đầu vào của thuật toán SVM, từ đó thiết lập các mô hình đào tạo của về dự báo chiều dài nước nhảy trong kênh hình thang cân, sau đó đánh giá hiệu suất dự báo theo thuật toán SVM tốt nhất và thiết lập cơ sở dự báo đặc trưng chiều dài nước nhảy trong kênh hình thang cân.

## 2. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

### 2.1. Thiết lập các trường dữ liệu trong Học máy

Phân tích đặc trưng nước nhảy trong kênh hình thang cân, đáy bằng có các yếu tố ảnh hưởng cơ bản đến nước nhảy như sau [[2]]:

$$f(L_J, y_1, y_2, Q, m, \rho, \mu, g, b) = 0 \quad (1)$$

Theo lý thuyết Pi của Buckingham [[9]], phương trình (2) sẽ thành:

$$\frac{L_J}{y_1} = \Phi\left(\frac{y_2}{y_1}, \frac{my_1}{b}, Fr_1\right) \quad (3)$$

Phương trình (3) dùng để phân tích và đánh giá các yếu tố ảnh hưởng đến đại lượng cần nghiên cứu ( $L_J$ ), đồng thời chỉ ra các dữ liệu cần thu thập trong nghiên cứu thực nghiệm mô hình vật lý bao gồm: Lưu lượng ( $Q$ ), độ sâu trước nước nhảy ( $y_1$ ), độ sâu sau nước nhảy ( $y_2$ ), chiều dài nước nhảy ( $L_J$ ), chiều rộng đáy kênh ( $b$ ) và mái dốc kênh ( $m$ ). Các yếu tố như khối lượng riêng ( $\rho$ ), gia tốc trọng trường ( $g$ ) và hệ số nhớt ( $\mu$ ) là các hằng số trong nghiên cứu.

Trong nghiên cứu Học máy, các trường dữ liệu được xác định như sau:

+ Biến mục tiêu:  $L_J/y_1$

+ Biến ảnh hưởng:  $y_2/y_1$ ;  $m.y_1/b$  và  $Fr_1$ .

### 2.2. Thuật toán SVM

Máy véc tơ hỗ trợ (Support Vector Machines - SVM) là loại mô hình máy học có hiệu quả để giải quyết các vấn đề phân lớp và hồi quy.

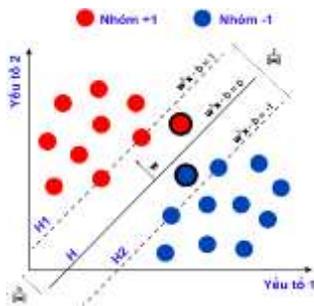
Thuật toán SVM là giải pháp tìm một bề mặt để phân chia các lớp dữ liệu trong không gian n chiều (gọi là “siêu phẳng” tối ưu H), trong đó dữ liệu được tách làm 2 lớp dữ liệu có ký hiệu là (+1) hoặc (-1) [[10]]. Như vậy, có 2 lớp dữ liệu và một “siêu phẳng” tối ưu (H) để phân cách 2 lớp (+1 và -1) dựa trên “lề” (w) và giá trị (b) để thỏa mãn phương trình điều kiện (4):

$$y = w \cdot x - b = 0 \quad (4)$$

Để xác định được “siêu phẳng” tối ưu H, mỗi lớp dữ liệu (+1 và -1) có một vectơ tựa (gọi là “siêu phẳng” hỗ trợ H1 và H2), khoảng cách từ (H1, H2) đến H được gọi là “lề” (w) [[10]-[7]].

+ “Siêu phẳng” hỗ trợ H1 của lớp (+1) thỏa mãn:  $w \cdot x_p - b \geq +1$  với  $y = +1$

+ “Siêu phẳng” hỗ trợ H2 của lớp (-1) thỏa mãn:  $w \cdot x_p - b \leq -1$  với  $y = -1$



Hình 2: Minh họa về thuật toán SVM [[10]]

“Siêu phẳng” tối ưu H (nằm giữa 2 “siêu phẳng” hỗ trợ) cần phải thỏa 2 tiêu chí là “cực đại” hóa lề (lề càng lớn, mô hình phân lớp càng an toàn) và “cực tiểu” hóa sai số [[7]]. Mô hình SVM thực hiện phân lớp phân tử x dựa vào biểu thức dự báo (6):

$$predict(x) = sign(w \cdot x - b) \quad (6)$$

Thuật toán hồi quy SVM có khả năng dự báo các đặc trưng thủy lực dựa theo các hàm hồi quy với phương trình mục tiêu (3).

Nghiên cứu đã thiết lập mô hình đào tạo của các thuật toán SVM trong Matlab R2022b, gồm có thuật toán tuyến tính (Linear), thuật toán bình phương (Quadratic), thuật toán bậc 3 (Cubic) và 03 thuật toán về hàm Gaussian (các thuật toán khác nhau về các “siêu phẳng” H). Các kết quả phân tích của 06 thuật toán SVM được đánh giá bởi các chỉ tiêu đánh giá trong thống kê [[2]], như hệ số tương quan ( $R^2$ ), sai số toàn phương trung bình (MSE), sai số quân phương (RMSE), sai số tuyệt đối trung bình (MAE) và sai số phần trăm tuyệt đối trung bình (MAPE), thuật toán nào có bộ chỉ tiêu thống kê tốt nhất thì thuật toán đó có độ phù hợp nhất trong dự báo đặc trưng chiều dài nước nhảy.

### 3. DỮ LIỆU NGHIÊN CỨU

#### 3.1. Các mô hình vật lý

Nghiên cứu đã thu thập dữ liệu từ các mô hình thí nghiệm nước nhảy trong kênh hình thang cân được, các mô hình thí nghiệm từ các nghiên cứu của tác giả được thực hiện tại Phòng thí nghiệm trọng điểm quốc gia về động lực học sông biển – Viện Khoa học thủy lợi Việt Nam [[2]] và kết quả công bố từ nghiên cứu thế giới của Wanoscheck R. và cs [[1]].

Các đặc trưng của mô hình thí nghiệm được mô tả tại các Bảng 1.

Bảng 1: Thông số mô hình thí nghiệm

Tác giả	Vật liệu	Chiều dài kênh (m)	Chiều dài mô hình (m)	Đáy kênh (cm)	Mái dốc
N.M. Ngoc và cs [[2]]	Kính hữu cơ	4	10	55 và 33,5	1:1
Wanoscheck R. và cs [[1]]	Kính hữu cơ	-	8	20	1:1

**3.2. Thu thập dữ liệu**

Các dữ liệu sau khi thu thập được, đã tiến hành xử lý loại bỏ các dữ liệu không phù hợp (điều

kiện  $y_1 \geq 3\text{cm}$  để tránh ảnh hưởng sức căng bề mặt [[2]]). Các đặc trưng thủy lực của nước nhảy được tổng hợp tại Bảng 2:

**Bảng 2: Các dữ liệu quan sát trên mô hình vật lý**

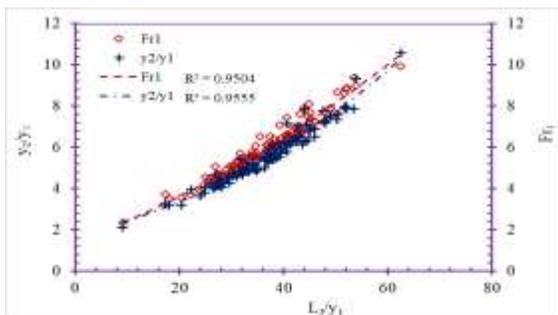
Đáy kênh (cm)	Q (l.s <sup>-1</sup> )	y <sub>1</sub> (m)	y <sub>2</sub> (m)	L <sub>J</sub> (m)	Số thí nghiệm
55	0,06 ÷ 0,201	0,033 ÷ 0,081	0,182 ÷ 0,488	1,0 ÷ 2,87	34
33,5	0,065 ÷ 0,167	0,041 ÷ 0,092	0,258 ÷ 0,488	1,50 ÷ 3,18	50
20	20,1 ÷ 98	0,041 ÷ 0,081	0,142 ÷ 0,441	0,55 ÷ 3,0	39

Phân tích dữ liệu nghiên cứu theo các đại lượng không thứ nguyên theo phương trình (3) nhận được giá trị thể hiện tại Bảng 3:

**Bảng 3: Dữ liệu về tỷ lệ các đặc trưng thủy lực của nước nhảy**

Đáy kênh (cm)	L <sub>J</sub> /y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub> /y <sub>1</sub>	M <sub>1</sub>	Fr <sub>1</sub>
55	24,93 ÷ 53,52	4,444 ÷ 9,396	0,06 ÷ 0,147	4,06 ÷ 7,90
33,5	26,61 ÷ 51,63	4,397 ÷ 8,610	0,122 ÷ 0,275	4,01 ÷ 7,98
20	9,09 ÷ 73,71	2,347 ÷ 10,565	0,203 ÷ 0,406	2,12 ÷ 11,83

Mối quan hệ giữa các đặc trưng thủy lực của nước nhảy trong kênh hình thang được thể hiện tại Hình 3.



Hình 3: Mối quan hệ giữa L<sub>J</sub>, Fr<sub>1</sub>, y<sub>2</sub> và y<sub>1</sub> của nước nhảy trong kênh hình thang

Phân tích tại Hình 3, thấy rằng quan hệ giữa L<sub>J</sub>/y<sub>1</sub> với Fr<sub>1</sub> và y<sub>2</sub>/y<sub>1</sub> có sự liên hệ chặt chẽ (R<sup>2</sup> > 0,95), tuy vậy các điểm thí nghiệm vẫn có sự phân tán xung quanh đường hồi quy. Các dữ liệu nghiên cứu tập trung trong phạm vi nước nhảy ổn định (Fr<sub>1</sub> = 4,5 ÷ 9) [[1],[2],[2]]. Điều này cho thấy phương trình (3) có ý nghĩa trong phân tích các trường dữ liệu để đánh giá mối quan hệ giữa chiều dài nước nhảy với các yếu tố ảnh hưởng khác nhau trong nước nhảy và

nghiên cứu có ý nghĩa sâu sắc trong phạm vi nước nhảy ổn định.

**4. KẾT QUẢ DỰ BÁO TỪ THUẬT TOÁN SVM**

**4.1. Cơ sở dữ liệu của thuật toán SVM**

Từ cơ sở dữ liệu thu thập được (gồm có 113 bộ dữ liệu), nghiên cứu đã tách ra 2 bộ dữ liệu cơ bản, dữ liệu đào tạo (Bảng 4) có 99 bộ dữ liệu và dữ liệu kiểm tra (Bảng 5) có 14 bộ dữ liệu, các dữ liệu được thể hiện như sau:

**Bảng 4: Dữ liệu đào tạo (99 bộ dữ liệu)**

Values	L <sub>J</sub> /y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub> /y <sub>1</sub>	Fr <sub>1</sub>	M <sub>1</sub>
Max	73.710	10.565	11.83	0.406
Min	9.091	2.347	2.12	0.060

**Bảng 5: Dữ liệu kiểm tra (14 bộ dữ liệu)**

Giá trị	L <sub>J</sub> /y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub> /y <sub>1</sub>	Fr <sub>1</sub>	M <sub>1</sub>
Lớn nhất	53.922	8.995	9.315	0.405
Nhỏ nhất	16.687	3.189	2.751	0.095

Từ Bảng 4 và 5 cho thấy, dữ liệu đào tạo và

kiểm tra tương ứng từ nước nhảy dao động đến nước nhảy mạnh, trong đó nước nhảy ổn định ( $Fr_1 = 4,5 \div 9,0$ ) chiếm đa số (70% dữ liệu nghiên cứu).

**4.2. Các kết quả đào tạo theo thuật toán SVM**

Sử dụng dữ liệu “đào tạo” (Bảng 4), phân tích các trường dữ liệu của biến ảnh hưởng và biến

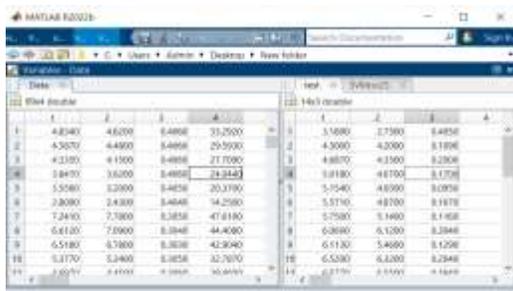
mục tiêu theo thuật toán SVM trong phần mềm Matlab R2022b. Dữ liệu đào tạo (mục Data) và dữ liệu kiểm tra (Test) được thiết lập theo dạng cột (Hình 4). Quá trình thực hiện “đào tạo” được triển khai cho 6 thuật toán SVM khác nhau (Hình 5), phần mềm tự động đề xuất thuật toán SVM có hiệu quả dự báo tốt nhất (Hình 6).

**Bảng 6: Các chỉ tiêu thống kê về đánh giá hiệu quả dự báo chiều dài nước nhảy theo các thuật toán SVM trong “đào tạo”**

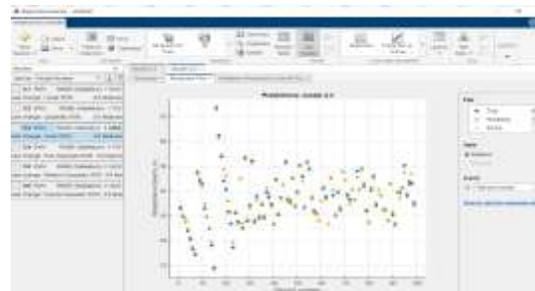
Thuật toán	R <sup>2</sup>	MSE	RMSE	MAE
Tuyến tính	0,966	3,332	1,825	1,299
Bậc 2	0,973	2,708	1,646	1,085
Bậc 3	0,978	2,169	1,473	1,030
Hàm Fine Gaussian	0,834	16,443	4,055	1,761
Hàm Medium Gaussian	0,929	6,995	2,645	1,417
Hàm Coarse Gaussian	0,943	5,573	2,361	1,411

Kết quả quá trình ‘đào tạo’, sử dụng mô hình có thuật toán SVM tốt nhất để dự báo các giá trị mới theo dữ liệu kiểm tra (Test), từ đó sử dụng các chỉ tiêu thống kê để đánh giá hiệu

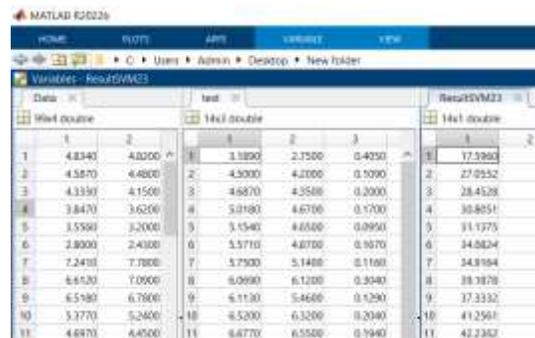
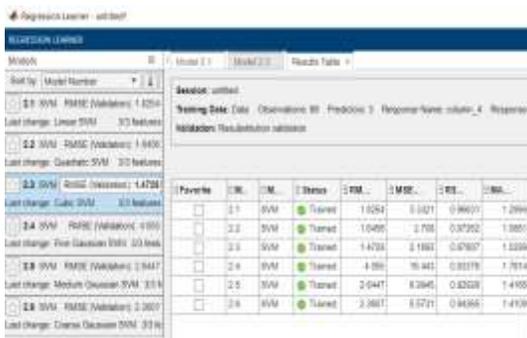
suất dự báo của mô hình SVM đối với chiều dài nước nhảy trong kênh hình thang cân, có mái dốc  $m = 1$  (Hình 6).



Hình 4: Thiết lập dữ liệu đào tạo và kiểm tra



Hình 5: Kết quả đào tạo theo thuật toán Cubic SVM



Hình 6: Các chỉ số thống kê cho dữ liệu đào tạo

Các chỉ số thống kê sau khi đào tạo chỉ ra rằng, thuật toán bậc 3 (Cubic SVM) cho hiệu quả dự báo tối ưu nhất theo đánh giá từ các chỉ số thống kê tại Bảng 6 (với  $R^2 = 0,98$ ,  $RMSE = 1,47$ ,  $MSE = 2,17$  và  $MAE = 1,02$ ).

Nghiên cứu đã áp dụng mô hình “đào tạo” của thuật toán “Cubic SVM” để dự báo cho dữ liệu kiểm tra (Bảng 7) và kết quả dự báo chiều dài nước nhảy được thể hiện ở mục

Hình 7: Kết quả kiểm tra dữ liệu theo thuật toán “Cubic SVM”

“ResultSVM23” (Hình 7).

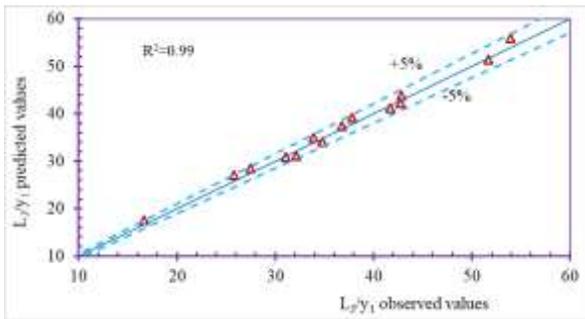
**4.3. Đánh giá các giá trị dự báo theo thuật toán “Cubic SVM”**

Sử dụng các dữ liệu thực nghiệm về chiều dài nước nhảy (Bảng 5) và kết quả dự báo theo thuật toán “Cubic SVM” (Hình 6), đã tiến hành phân tích các chỉ tiêu thống kê giữa các giá trị thí nghiệm và giá trị dự báo, kết quả thể hiện tại Bảng 7.

**Bảng 7: Các chỉ tiêu thống kê so sánh giữa thực đo và dự báo về  $L_j/y_1$**

Thuật toán	Các chỉ tiêu thống kê					
	$R^2$	MSE	RMSE	MAE	MAPE (%)	$\epsilon_{max}$ (%)
Cubic SVM	0,989	0,971	0,985	0,879	2,63	5,2

Từ Bảng 7 chỉ ra rằng, hệ số tương quan  $R^2 \approx 0,99$  (tương quan rất mạnh), các chỉ số thống kê khác cũng gần điểm lý tưởng (giá trị bằng 0), sai số trung bình tuyệt đối tương đối nhỏ ( $MAPE = 2,6\%$ ), sai số lớn nhất giữa giá trị thực đo và tính toán là  $\epsilon_{max} = 5,2\%$ .



Hình 8: So sánh giữa giá trị thực đo và dự báo

Từ Hình 8, hầu hết các điểm dữ liệu đều nằm trong đường bao sai số  $\pm 5\%$ , chỉ có 01 trong 14 giá trị kiểm tra là có sai số 5,2%. Khảo sát về sai số giữa giá trị thực đo và dự báo, cho thấy với số  $Fr_1 < 4,5$  (Nước nhảy dao động) thì có sai số khá lớn, điều này có thể thấy ở phạm vi này, các dữ liệu thực đo chưa đủ lớn, còn đối với trường hợp nước nhảy ổn định ( $4,5 \leq Fr_1 \leq 9,0$ ) có sai số ổn định và rất nhỏ (sai số lớn nhất trong phạm vi này là 3,5%).

Với thuật toán “cubic SVM” đã dự báo tốt về chiều dài nước nhảy, đảm bảo sai số giữa thực đo và dự báo rất nhỏ, đặc biệt trong trường hợp nước nhảy ổn định. Điều này cho thấy, thuật toán “Cubic SVM” rất phù hợp cho dự báo đặc trưng thủy lực.

**5. KẾT LUẬN**

Nghiên cứu áp dụng thuật toán SVM cho dự báo đặc trưng thủy lực nước nhảy trong kênh hình thang cân, đáy bằng có mái dốc 1:1, cho thấy:

+ Quy trình dự báo của thuật toán Học máy cho đặc trưng thủy gồm có việc áp dụng lý thuyết Pi của Buckingham để xây dựng phương trình dự báo (phương trình 4), sau đó thu thập dữ liệu liên quan để xây dựng bộ dữ liệu đào tạo và dữ liệu kiểm tra. Sử dụng thuật toán Học máy để thiết lập mô hình dự báo. Sử dụng mô hình dự báo để dự báo các kết quả của tập dữ liệu kiểm tra, đánh giá kết quả dự báo để kiểm chứng hiệu quả dự báo của mô hình Học máy.

+ Với thuật toán SVM, kết quả dự báo về chiều dài nước nhảy trong kênh hình thang cân, có mái dốc  $m = 1$  đã cho hiệu quả dự báo tốt, điều này được đánh giá qua các hệ số  $R^2 \approx$

0,99, sai số lớn nhất  $\varepsilon_{\max} = 5,2\%$  và sai số tuyệt đối trung bình MAPE = 2,6%.

+ Như vậy, phương pháp áp dụng mô hình học máy SVM rất phù hợp cho dự báo đặc trưng thủy lực về chiều dài nước nhảy trong kênh hình thang cân.

Nghiên cứu đây mới chỉ bước đầu áp dụng

thuật toán Học máy cho dự báo chiều dài nước nhảy, trong một vài trường hợp khác nhau, các thuật toán học máy khác với các bộ dữ liệu đào tạo thay đổi, sẽ có những thuật toán dự báo phù hợp hơn. Điều này còn cần sự chia sẻ và phối hợp nghiên cứu giữa các nhà khoa học khác nhau.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Robert Wanoschek & Willi H. Hager Hydraulic jump in trapezoidal channel, *Journal of Hydraulic Research*, 27:3, 429-446, 1989.
- [2] Ngọc N. M., Phạm Hồng Cường, and B. H. Phong. Prediction of the Conjugate Depth of the Hydraulic Jump in the Trapezoidal Channel Using Random Forest Regression. *Journal of Military Science and Technology*, no. 82, pp. 150-158, 2022.
- [3] Seyed Mahdi Saghebani, Predicting the relative energy dissipation of hydraulic jump in rough and smooth bed compound channels using SVM. *Water Supply*; Vol. 19, Iss. 4, p.1110-1119, 2019.
- [4] Dasineh M, Ghaderi A, Bagherzadeh M, Ahmadi M, Kuriqi A. Prediction of Hydraulic Jumps on a Triangular Bed Roughness Using Numerical Modeling and Soft Computing Methods. *Mathematics*, 9(23):3135, 2021.
- [5] Mohamed F. Sauda, Amimul Ahsan. Simulation of relative energy loss downstream of multi-gate regulators using ANN, *Cogent Engineering*, 9:1, 2022.
- [6] Larbi Houichi, Noureddine Dechemi, Salim Heddami and Bachir Achour. An evaluation of ANN methods for estimating the lengths of hydraulic jumps in U-shaped channel. *Journal of Hydroinformatics*; Vol. 15, Iss. 1, p.147-154, 2013.
- [7] M.A.H. Farquad, Indranil Bose, Preprocessing unbalanced data using support vector machine. *Decision Support Systems*, Volume 53, Issue 1, 2012, Pages 226-233,
- [8] Mahtabi, G., Chaplot, B., Azamathulla, H.M., & Pal, M. (2020). Classification of Hydraulic Jump in Rough Beds. *Water* 2020, 12, 2249; doi:10.3390/w12082249
- [9] W. G. Jacoby. *Data Theory and Dimensional Analysis*. Sage, CA. 1991
- [10] Lin, S.L. Application of Machine Learning to a Medium Gaussian Support Vector Machine in the Diagnosis of Motor Bearing Faults. *Electronics* 10, 2266, 2021.