

ỨNG SUẤT TIẾP BIÊN THÀNH RẮN TRONG MÁNG TRÀN BÊN

Hoàng Nam Bình

Trường Đại học Giao thông vận tải

Tóm tắt: Dòng chảy trong lòng dẫn luôn tồn tại lực ma sát ngược chiều với chuyển động, có độ lớn là tích số của ứng suất tiếp biên thành rắn và diện tích tiếp xúc với thành rắn. Dòng chảy trong máng tràn bên là dòng xoắn ba chiều rất phức tạp, tổn thất năng lượng vì thế mà liên tục thay đổi làm cho quy luật phân bố ứng suất tiếp biên thành rắn cũng biến đổi rất phức tạp. Bằng phương pháp lý thuyết kết hợp số liệu thực nghiệm, bài báo trình bày kết quả nghiên cứu quy luật biến đổi của ứng suất tiếp biên thành rắn dọc theo chiều dòng chảy trong máng tràn bên phi lăng trụ mở rộng dần mặt cắt hình chữ nhật.

Từ khóa: Máng tràn bên, Ứng suất tiếp biên thành rắn, hồ Việt An, Đường mặt nước.

Summary: Boundary shear stress in a side-channel

The frictional force of flow in channels always acts in the opposite direction to the flow direction. The magnitude of the frictional force is obtained by multiplying the boundary shear stress by the contact area of channel. The flow in a side-channel has a very complex structure, which is a spatially varied flow with a three-dimensional vortex. Therefore, the energy loss in the side-channel varies greatly, which makes the boundary shear stress distribution also very complicated. By theoretical method and experimental data, this article presents the results of the boundary shear stress distribution along the expanding side-channel with rectangular cross-section.

Keywords: Side-channel, Boundary shear stress, Viet An reservoir, Water surface profile.

1. GIỚI THIỆU

Máng tràn bên (Hình 1) là bộ phận chính của công trình tháo lũ đường tràn ngang áp dụng ở các hồ chứa không có vị trí, địa hình phù hợp để bố trí tràn dọc hay các hình thức tháo lũ khác mà vẫn đảm bảo chỉ tiêu kinh tế kỹ thuật [1]. Dòng chảy trong máng tràn bên là dòng biến lượng không ổn định với lưu lượng tăng dần theo chiều dòng chảy. Dòng chảy trong máng tràn bên có cấu trúc dòng xoắn ba chiều rất phức tạp gây ra bởi lực tác động của dòng gia nhập vào dòng chính [1][2].

Khi nghiên cứu về chế độ thủy động lực học

của dòng chảy trong máng tràn bên thì yếu tố đường mặt nước được quan tâm đầu tiên [2]. Cho đến nay, các công bố về dòng biến lượng trên lòng dẫn hồ liên quan đến đường mặt nước là nhiều nhất. Các nhà khoa học tiên phong trong việc nghiên cứu đặc trưng này ở những năm đầu của thế kỷ XX như Hinds (1926), Konovalov (1937), Patrsev (1940), Camp (1940), Marchi (1941), Kiselev (1942), Citrini (1942), Keulegan (1944, 1952), Petrov (1950)... và đến những năm cuối của thế kỷ XX có Cung (1964), Chow (1969), Yen (1971, 1973), Gill (1977), An (1987), Hager (1983) [2][3]. Những năm gần đây cũng có thêm nhiều công bố mới liên quan đến đường mặt nước của dòng biến lượng có lưu lượng tăng dần như Kouchakzadeh và cs. (2002),

Ngày nhận bài: 30/3/2023

Ngày thông qua phản biện: 28/4/2023

Ngày duyệt đăng: 10/5/2023

Mohammadi (2005), Maradjieva và cs. (2007), Lucas và cs. (2015), Gardarsson và cs. (2015), Bình (2021, 2023)... [3][4]. Ngoài yếu tố đường mặt nước, đặc trưng phân bố lưu tốc cũng được nhiều tác giả nghiên cứu vì cấu trúc dòng xoắn cường độ mạnh nên không khí liên tục bị cuốn vào dòng chảy làm tăng sự xáo trộn [2]. Trên mặt cắt ngang của máng bên, cấu trúc dòng chảy có thể có một

hoặc hai xoáy với các chiều xoáy khác nhau phụ thuộc dòng gia nhập và điều kiện thủy lực của máng [2][5]. Hệ số phân bố lưu tốc trong máng tràn bên rất khác với dòng chảy trên kênh thông thường. Hệ số sửa chữa động lượng và động năng trung bình mặt cắt giảm dần theo chiều dòng chảy, lớn nhất ở khu vực đầu máng và nhỏ nhất tại khu vực chuyển tiếp từ máng tràn bên sang dốc nước [5].



(Nguồn ảnh: Google earth)



(Nguồn ảnh: <https://dantri.com.vn/>)

Hình 1: Máng tràn bên hồ Việt An tỉnh Quảng Nam

Về vấn đề tổn thất năng lượng, sự xáo trộn mạnh trong dòng chảy gây nên sự tiêu tán năng lượng, đây là những biến đổi cơ bản trong quá trình cân bằng năng lượng của chuyển động. Dòng chảy gia nhập hoặc phân tán khỏi khối nước chuyển động hình thành nhiều gián đoạn làm tăng mức độ tiêu năng [5]. Theo Hager [6], Favre (1933) đã nghiên cứu thành phần tổn thất năng lượng tỷ lệ thuận với lưu tốc cục bộ, hướng dòng gia nhập và tỷ lệ giữa lưu lượng gia nhập với lưu lượng trong máng tại vị trí gia nhập. Citrini (1948) nghiên cứu chi tiết hơn về hiện tượng nước nhảy, tổn thất năng lượng trong máng bên và ảnh hưởng của hướng dòng chảy gia nhập tới dạng đường mặt nước [6]. Kiselev [7] cho rằng đại lượng độ dốc ma sát (S_f) có thể được bỏ qua vì sức cản thủy lực có ảnh hưởng không đáng kể. Nghiên cứu của Li [8] cho thấy ảnh hưởng độ nhám máng bên là không đáng kể, do đó có thể bỏ qua ảnh hưởng của chúng tới chế độ thủy lực trong máng. Năm 1977, Gill [9] nghiên cứu thí

nghiệm trên máng kính lăng trụ mặt cắt hình chữ nhật với dòng biến lượng được tạo ra từ hệ thống đường ống đục lỗ tạo dòng phun lên trục máng và nhận thấy ứng suất tiếp trong đoạn dòng chảy có dòng gia nhập tăng lên đáng kể so với dòng chảy đều. Năm 2005, Mohammadi [10] kết hợp lý thuyết và thực nghiệm đã nhận định có sự gia tăng về ứng suất tiếp khi lưu lượng thay đổi theo chiều dòng chảy. Khiadani và các cộng sự [11] cũng tiến hành thí nghiệm trên hệ thống máng tương tự nghiên cứu của Gill [9] và đưa ra kết luận rằng ứng suất tiếp có xu thế tăng dần theo chiều dòng chảy và chịu tác động đáng kể của dòng gia nhập ở vị trí giữa máng, càng về 2 phía thành máng thì tác động này càng giảm. Ứng suất tiếp ở thành bên luôn nhỏ hơn và bằng khoảng 30 - 60% ứng suất tiếp đáy. Hệ số ma sát tỷ lệ thuận với lưu lượng dòng gia nhập nhưng tỷ lệ nghịch với số Reynolds [12].

Như vậy, ứng suất tiếp là yếu tố quan trọng quyết định đến sự biến đổi của đường mặt

nước trong máng tràn bên. Ứng suất tiếp biên thành rắn trong dòng biến lượng biến đổi rất khác so với dòng chảy trên kênh dẫn thông thường. Đối với dòng biến lượng trong máng tràn bên, quy luật này chưa được nghiên cứu đầy đủ cho đến nay.

Bằng phương pháp lý thuyết kết hợp số liệu thí nghiệm trên mô hình vật lý, nghiên cứu này sẽ phân tích và đánh giá sự biến đổi của ứng suất tiếp biên thành rắn dọc theo máng tràn bên mặt cắt hình chữ nhật dạng phi lăng trụ mở rộng dần.

2. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

2.1. Phương trình mô phỏng

Ứng suất tiếp trong nghiên cứu này được tính toán gián tiếp thông qua phương trình mô phỏng.

Xét một đoạn dòng chảy chuyển động đều trên kênh hở, tổng hợp các ngoại lực tác động lên chuyển động đó nhận được phương trình cơ bản của dòng chảy đều [13].

$$\tau_0 = \gamma R S_f \quad (1)$$

trong đó: τ_0 là ứng suất tiếp giữa chất lỏng với thành rắn hay còn gọi là ứng suất tiếp biên thành rắn (N/m^2); γ là trọng lượng riêng của chất lỏng (N/m^3); R là bán kính thủy lực (m), $R = A/P_w$; A là diện tích mặt cắt ướt (m^2); P_w là chu vi ướt (m); S_f là độ dốc thủy lực hay độ dốc ma sát (m/m). Phương trình (1) áp dụng được cho cả dòng chảy có áp và không áp.

Đối với dòng biến lượng, các phương trình động lực một chiều mô tả chuyển động có thể được thiết lập từ nguyên lý bảo toàn động lượng hoặc năng lượng áp dụng đối với chất lỏng Newton trong trường trọng lực hoặc có thể được thiết lập từ phương trình tổng quát của vật thể chuyển động có khối lượng thay đổi trong cơ học [14]. Trường hợp kênh dẫn có dòng biến lượng với lưu lượng tăng dần theo chiều dòng chảy, các phương trình mô

phỏng của Hinds (1926), Camp (1940), Keulegan (1944), Chow (1969)... được thiết lập từ nguyên lý bảo toàn động lượng, phương trình của Konovalov (1937) được thiết lập dựa trên nguyên lý bảo toàn năng lượng [14]. Các phương trình này được thiết lập trên cơ sở những giả thiết sau:

- (1) Chuyển động một chiều và bỏ qua các yếu tố biến đổi theo phương ngang.
- (2) Coi phân bố lưu tốc là đồng nhất.
- (3) Áp suất dòng chảy tuân theo quy luật của áp suất thủy tĩnh.
- (4) Bỏ qua hiện tượng dòng gia nhập cuộn không khí vào dòng chính.
- (5) Lưu tốc tăng tuyến tính theo chiều dòng chính.
- (6) Bỏ qua lực của dòng gia nhập tác động lên dòng chính.
- (7) Dòng chảy chuyển động không xuất hiện sóng bề mặt.
- (8) Tổn thất cột nước dọc đường được mô tả theo các công thức áp dụng cho chuyển động đều như công thức Chezy - Manning hay Darcy - Weisbach.

Cho đến nay, phương trình do Konovalov đề xuất năm 1937 được biết đến là phương trình động lực tổng quát nhất của dòng biến lượng ổn định chuyển động một chiều [15]. Phương trình biểu thị tổ hợp sự biến đổi của cột nước lưu tốc trung bình mặt cắt và tỷ lệ giữa cột nước lưu tốc trung bình đoạn tính toán với chiều dài đoạn tính toán. Phương trình có xét đến ảnh hưởng của hướng dòng chảy gia nhập và viết cho lòng dẫn phi lăng trụ.

$$\frac{dh}{dx} = \frac{S_0 - S_f - \frac{k_K Q}{gA^2} \frac{dQ}{dx} + \frac{\alpha Q^2}{gA^3} \frac{\partial A}{\partial x}}{1 - Fr^2} \quad (2)$$

trong đó: h là chiều sâu dòng chảy (m); x là tọa độ theo phương dòng chảy (m); S_0 là độ dốc đáy lòng dẫn (m/m); g là gia tốc trọng

trường (m/s^2); α là hệ số sửa chữa động năng hay hệ số Coriolis (-); k_K là hệ số (-), $k_K = 1 + \alpha - n_0$; n_0 là hệ số tỷ lệ lưu tốc (-), $n_0 = v_{tx}/v$; v_{tx} là hình chiếu lưu tốc toàn phần của khối dòng gia nhập hoặc phân tán lên phương chuyển động (m/s); v là lưu tốc trung bình mặt cắt (m/s); Fr là số Froude (-), $Fr^2 = \frac{\alpha Q^2}{gA^3} B$; B là chiều rộng mặt thoáng

(m). Nếu xét cho lòng dẫn lăng trụ, đồng thời bỏ qua ảnh hưởng của phân bố lưu tốc và hướng dòng gia nhập thì (2) trở thành phương trình động lực của Chow [14]. Nếu không xét thêm thành phần lưu lượng dòng gia nhập thì (2) trở thành phương trình cơ bản mô tả đường mặt nước ổn định trên kênh dẫn thông thường [13].

Vì các phương trình động lực của dòng biến lượng ổn định được thiết lập khi coi tổn thất

cột nước tuân theo quy luật của dòng chảy đều (giả thiết số 8) nên áp dụng (1) vào (2) nhận được phương trình:

$$\frac{dh}{dx} = \frac{S_0 - \frac{\tau_0}{\gamma R} - \frac{k_K Q}{gA^2} \frac{dQ}{dx} + \frac{\alpha Q^2}{gA^3} \frac{\partial A}{\partial x}}{1 - Fr^2} \quad (3)$$

Biến đổi (3) nhận được biểu thức mô tả diễn biến của ứng suất tiếp biên thành rắn trên lòng dẫn có dòng biến lượng chuyển động ổn định:

$$\tau_0 = \gamma R \left(S_0 - \frac{dh}{dx} + \frac{\alpha Q^2}{gA^3} B \frac{dh}{dx} - \frac{2Q}{gA^2} \frac{dQ}{dx} + \frac{\alpha Q^2}{gA^3} \frac{\partial A}{\partial x} \right) \quad (4)$$

Với phạm vi nghiên cứu là dòng biến lượng trong máng tràn bên mặt cắt hình chữ nhật dạng phi lăng trụ mở rộng dần, đồng thời bỏ qua ảnh hưởng của hướng dòng gia nhập ($n_0 = 0$) và phân bố lưu tốc ($\alpha = 1$), phương trình (4) trở thành:

$$\tau_0 = \gamma \frac{bh}{b+2h} \left(S_0 - \frac{dh}{dx} + \frac{2\alpha Q^2}{gb^2h^3} \frac{dh}{dx} - \frac{2Q}{gb^2h^2} \frac{dQ}{dx} + \frac{\alpha Q^2}{gb^3h^2} \frac{db}{dx} \right) \quad (5)$$

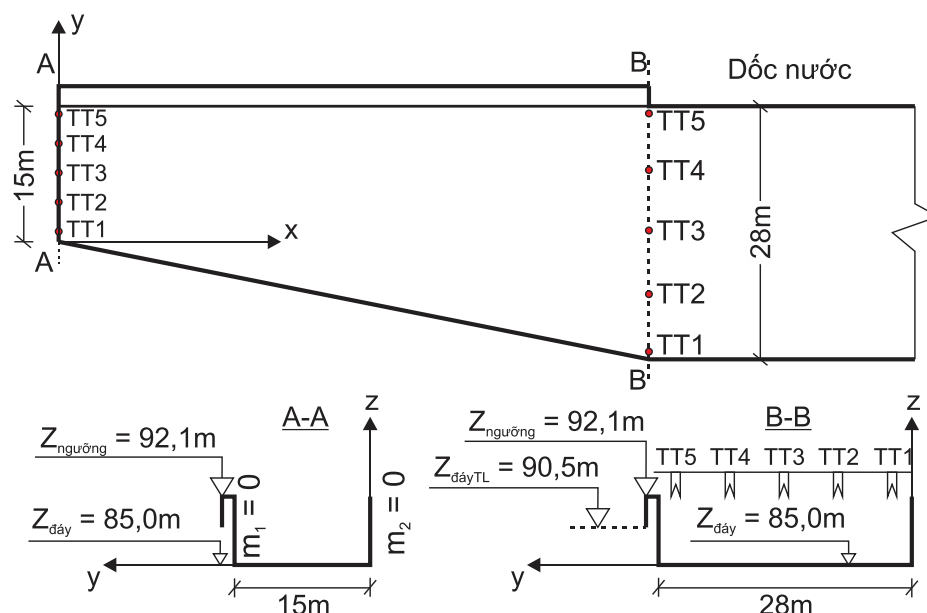
trong đó: b là chiều rộng đáy máng (m).

Phương trình (5) mô tả sự biến đổi của ứng suất tiếp biên thành rắn đối với dòng biến lượng trên kênh dẫn mặt cắt hình chữ nhật dạng phi lăng trụ.

2.2. Mô hình thí nghiệm

Mô hình thí nghiệm dòng chảy trong máng tràn bên tháo lũ hồ chứa nước Việt An tỉnh Quảng Nam (Hình 1) được thực hiện ở bước thiết kế bởi Viện Nghiên cứu Khoa học và Kinh tế thủy lợi nay là Viện Khoa học Thủy lợi Việt Nam. Hồ chứa Việt An là công trình thủy lợi cấp III thuộc địa phận xã Bình Lâm, huyện Hiệp Đức, có nhiệm vụ chính là cung cấp nước tưới cho 2115ha lúa với dung tích hữu ích 20,12 triệu m^3 . Đường tràn ngang có ngưỡng thành mỏng mặt cắt hình chữ nhật,

không có cửa van điều tiết [16]. Mô hình được xây dựng là mô hình tổng thể chính thái có tỷ lệ mô hình 1/40 với sơ đồ như Hình 2 và các thông số hình học của máng tràn bên theo báo cáo [16] được thống kê trong Bảng 1. Mô hình được thiết kế và xây dựng tuân theo tiêu chuẩn Froude và đảm bảo tương tự về sức cản phù hợp với tiêu chuẩn Việt Nam TCVN 8214:2009 "Thí nghiệm mô hình thủy lực công trình thủy lợi, thủy điện". Mô hình thí nghiệm thực hiện với cấp lưu lượng thiết kế và kiểm tra ứng với phương án thiết kế cơ sở (TKCS) và thiết kế kỹ thuật (TKKT). Các kết quả thí nghiệm mô hình có độ tin cậy cao vì mô hình được thiết kế và thí nghiệm đảm bảo các tiêu chuẩn về thí nghiệm mô hình và đã được các cơ quan quản lý, cơ quan chuyên môn áp dụng vào thực tế.



Hình 2: Sơ đồ mô hình thí nghiệm máng tràn bên hồ Việt An bước TKKT

Bảng 1: Các thông số mô hình thí nghiệm

Thông số	Ký hiệu	Đơn vị	Giá trị	Giá trị
Bước thiết kế	(-)	(-)	TKCS	TKKT
Tỷ lệ mô hình	λ_L	(-)	1/40	1/40
Lưu lượng thiết kế	Q_p	m^3/s	543	543
Chiều dài ngưỡng tràn	L_{ng}	m	80,00	82,50
Cao trình ngưỡng tràn	Z_{ng}	m	92,10	92,10
Chiều dài máng tràn bên	L	m	80,00	82,50
Chiều rộng đáy mặt cắt đầu máng	b_d	m	15,00	15,00
Chiều rộng đáy mặt cắt cuối máng	b_c	m	38,00	28,00
Cao trình đáy mặt cắt đầu máng	Z_d	m	86,00	85,00
Cao trình đáy mặt cắt cuối máng	Z_c	m	86,00	85,00
Độ dốc đáy máng	S_0	m/m	0,00	0,00

3. KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN

Bảng số liệu thí nghiệm chiều sâu dòng chảy trên máng tràn bên hồ Việt An thu thập từ báo cáo [16] với các cấp lưu lượng tháo ($Q_{tháo}$) ứng với lũ thiết kế ($Q_{TK} = 543m^3/s$), lũ kiểm tra ($Q_{KT} = 573m^3/s$) ở hai bước TKCS và TKKT kết hợp với phương trình (5) xác định diễn biến của ứng suất tiếp biên thành rắn dọc

theo trục của máng. Kết quả tính toán thể hiện trên Hình 3 và Bảng 2, trong đó trục hoành thể hiện tỷ số giữa tọa độ mặt cắt tính toán (x) với chiều dài máng (L) ($x = 0$ là mặt cắt đầu máng, $x = L$ là mặt cắt cuối máng) và trục tung là tỷ số giữa ứng suất tiếp biên thành rắn (τ_0) tại mặt cắt tính toán với giá trị lớn nhất trên máng (τ_{0max}).

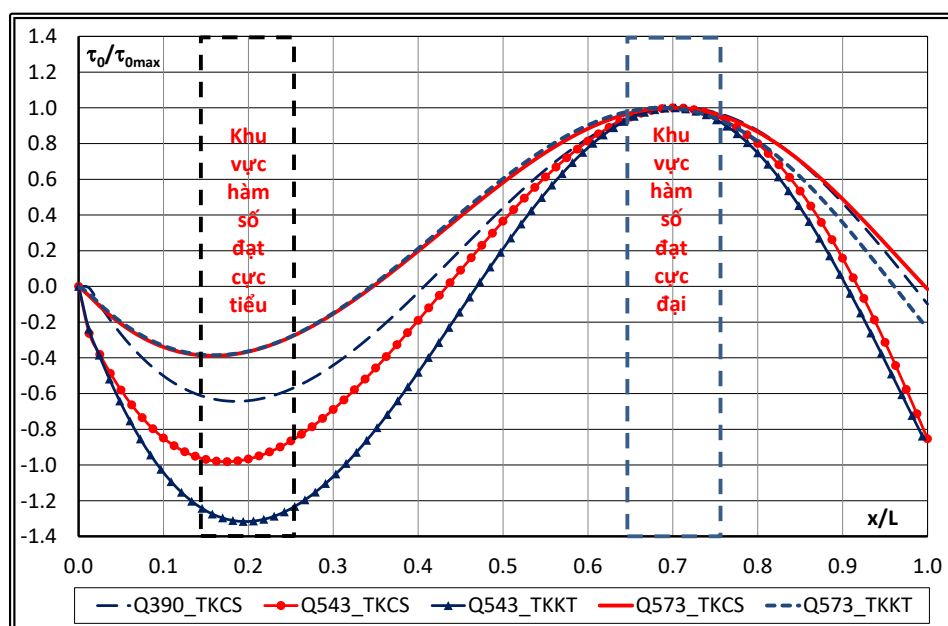
Xu thế chung của hàm số $\tau_0/\tau_{0\max}$ theo chiều dòng chảy (x/L) dọc trục máng tràn bên phi lắng trụ mở rộng dần mặt cắt hình chữ nhật như sau:

- Khoảng 1/5 đoạn đầu máng ($x/L = 0,0 - 0,2$), hàm $\tau_0/\tau_{0\max}$ nghịch biến (τ_0 có xu thế giảm) đến khu vực $x/L = 0,2$ thì hàm đạt cực tiểu ($\tau_0/\tau_{0\max}$ đạt giá trị nhỏ nhất là -1,3 ở cấp lưu lượng thiết kế $Q = 543\text{m}^3/\text{s}$ với phương án TKKT).
- Khoảng 1/2 chiều dài máng tiếp theo ($x/L = 0,2 - 0,7$), hàm số đổi chiều biến thiên, có xu thế tăng lên đến khu vực $x/L = 0,7$ thì hàm đạt cực đại.

- Khoảng 1/3 đoạn cuối máng ($x/L = 0,7 - 1,0$), hàm số đổi chiều, $\tau_0/\tau_{0\max}$ lại có xu thế giảm.

- Ở mặt cắt đầu máng ($x/L = 0$), ứng suất tiếp bằng 0 do máng tràn bên được thiết kế không có lưu lượng gia nhập từ cạnh đầu máng.

- Vị trí xuất hiện giá trị cực đại ở các trường hợp thí nghiệm khá tương đồng ($x/L = 0,7$) (Bảng 2). Vị trí xuất hiện giá trị cực tiểu không ổn định, x/L từ 0,158 đến 0,194.



Hình 3: Ứng suất tiếp biên thành rắn dọc theo máng tràn bên hồ Việt An

Bảng 2: Vị trí và giá trị cực trị của ứng suất tiếp biên thành rắn máng tràn bên hồ Việt An

Bước thiết kế	$Q_{\text{thảo}}$ (m^3/s)	Max/Min	x (m)	x/L (-)	Q_x (m^3/s)	q_x ($\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$)	τ_0 (N/m^2)
TKCS	390	Min	15	0,188	73,13	3,79	-426,317
		Max	56	0,700	277,88	8,85	662,459
	543	Min	14	0,175	95,03	4,99	-410,490
		Max	56	0,700	380,10	12,22	418,299
	573	Min	13	0,163	93,11	4,97	-449,065
		Max	56	0,700	401,10	12,90	1157,491

Bước thiết kế	$Q_{thảo}$ (m ³ /s)	Max/ Min	x (m)	x/L (-)	Q_x (m ³ /s)	q_x (m ³ /s/m)	τ_0 (N/m ²)
TKKT	543	Min	16	0,194	105,31	6,01	-760,677
		Max	58	0,703	381,75	15,81	577,859
TKKT	573	Min	13	0,158	90,29	5,30	-458,925
		Max	58	0,703	395,89	16,51	1191,615

- Các giá trị cực trị ở các trường hợp thí nghiệm (Bảng 2) không có tương quan tốt với lưu lượng tại mặt cắt (Q_x) xuất hiện cực trị cũng như lưu lượng đơn vị tại mặt cắt đó (q_x). Hệ số tương quan R^2 giữa giá trị cực tiểu τ_{0min} với Q_x và q_x lần lượt là 0,4547 và 0,5307. Đối với giá trị cực đại, hệ số tương quan R^2 rất thấp, có thể coi là không có tương quan, giá trị lần lượt là 0,0118 và 0,0019.

4. KẾT LUẬN

Ứng suất tiếp biên thành rắn (τ_0) hay ứng suất tiếp trên toàn bộ chu vi ướt dọc theo máng tràn bên biến đổi liên tục từ mặt cắt đầu đến mặt cắt cuối máng. Với dòng chảy đều trên kênh lắng trụ, theo phương trình (1) thì ứng suất tiếp coi như không đổi trên suốt chiều dài dòng chảy. Áp dụng phương trình (4) hoặc (5) để gián tiếp xác định độ lớn của ứng suất tiếp biên thành rắn và tìm quy luật biến đổi

dọc theo chiều dòng chảy. Bảng số liệu thí nghiệm đường mặt nước trên máng tràn bên phi lắng trụ mở rộng dần mặt cắt hình chữ nhật của hồ Việt An, nghiên cứu đã chỉ ra được quy luật biến đổi và vị trí xuất hiện các cực trị của hàm số $\tau_0/\tau_{0max} = f(x/L)$. Theo đó, giá trị cực tiểu xuất hiện trong phạm vi x/L khoảng 0,16 - 0,20, giá trị cực đại xuất hiện ở vị trí $x/L = 0,7$. Giá trị các cực trị có tương quan yếu với lưu lượng và lưu lượng đơn vị tại mặt cắt xuất hiện. Do đó, ứng suất tiếp biên thành rắn trong máng tràn bên không chỉ phụ thuộc vào các yếu tố thủy động lực mà còn phụ thuộc vào các đặc trưng hình học của công trình.

LỜI CẢM ƠN

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại học Giao thông vận tải trong đề tài mã số T2023-CT-022.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Viện Khoa học Thủy lợi (2005), *Sổ tay Kỹ thuật thủy lợi, Phần 2 - Công trình thủy lợi, Tập 2 - B. Công trình tháo lũ*, NXB. Nông nghiệp, Hà Nội.
- [2] Bình H.N. (2019), *Một số nghiên cứu tiêu biểu về dòng biến lượng và máng tràn bên*, Tạp chí Khoa học và Công nghệ thủy lợi, số 52, tr. 117-124.
- [3] Bình H.N., Nghị L.V. (2021), *Các dạng đường mặt nước trên kênh lắng trụ có lưu lượng tăng dần theo chiều dòng chảy*, Tạp chí Khoa học và Công nghệ thủy lợi, số 68, tr. 85-96.
- [4] Bình H.N., Hà L.T.V. (2023), *Đường mặt nước trên rãnh biên thoát nước nền đường*, Tạp chí Người xây dựng, số 370, tr. 47-51.
- [5] Bình H.N., Nghị L.V. (2022), *Hệ số phân bố lưu tốc trong máng tràn bên*, Tạp chí Khoa học và Công nghệ thủy lợi, số 70, tr. 89-96.
- [6] Hager W.H. (2009), *Hydraulicians in Europe 1800-2000*, Vol. 2, ©Taylor&Francis group.

- [7] Kiselev K.G., Ansun A.D., Dannhinsen N.V., Kaxpason A.A., Kripsenko G.I., Paskov N.N., Xlixki X.M. (2008), *Sổ tay tính toán thủy lực (bản dịch tiếng Việt)*, NXB. Xây dựng, Hà Nội.
- [8] Li W.H. (1955), *Open channels with non-uniform discharge*, Trans. ASCE 120, 255-280.
- [9] Gill M.K. (1977), *Perturbation solution of spatially varied flow in open channels*, Journal of Hydraulic Research, 15:4, 337-350, DOI:10.1080/ 00221687709499639.
- [10] Mohammadi M. (2005), *Spatially varied flow in a side-channel*, International Journal of Engineering, Vol. 18, No. 4, p.391-400.
- [11] Khiadani M.H., Beecham S., Kandasamy J., Mutucumar S. (2005), *Boundary shear stress in spatially varied flow with increasing discharge*, Journal of Hydraulic Engineering, 131(8), 705-714, DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9429(2005)131:8(705).
- [12] Beecham S., Khiadani M.H., Kandasamy J. (2005), *Friction factors for spatially varied flow with Increasing Discharge*, Journal of Hydraulic engineering, 10.1061/(ASCE) ISSN 0733-9429, 131, p. 792-799.
- [13] Tào V.V., Cầm N.C. (2006), *Thủy lực - Tập I*, NXB. Nông nghiệp.
- [14] Việt N.V., Bình H.N. (2019), *Các dạng phương trình dòng chảy ổn định có lưu lượng thay đổi dọc theo chiều lòng dẫn*, Tạp chí Người xây dựng, số 331&332, tr. 58-60
- [15] Bình H.N., Huy N.Q. (2020), *Thiết lập phương trình dòng biến lượng trong lòng dẫn hở bằng nguyên lý bảo toàn động lượng*, Tạp chí Nông nghiệp và Phát triển nông thôn, số 14, tr. 59-64.
- [16] Viện Nghiên cứu Khoa học và Kinh tế thủy lợi (1995), *Báo cáo kết quả thí nghiệm thủy lực tràn Việt An, tỉnh Quảng Nam - Đà Nẵng*, Hà Nội.