PHÂN TÍCH TÍNH BẤT ĐỊNH TRONG DỰ ĐOÁN LẮC NGANG CỦA TÀU DTMB BẰNG PHƯƠNG PHÁP SỐ

UNCERTAINTY ANALYSIS OF DTMB SHIP ROLL DAMPING NUMERICAL

PREDICTION

NGUYỄN THỊ HÀ PHƯƠNG^{*}, BÙI THANH DANH

Khoa Đóng tàu, Trường Đại học Hàng hải Việt Nam *Email liên hệ: phuongnth.dt@vimaru.edu.vn

Tóm tắt

Phân tích tính bất định của các kết quả mô phỏng số là cần thiết trong các bài toán thủy động lực học tàu thủy nói chung và dự đoán chuyển động lắc ngang của tàu nói riêng. Trong nghiên cứu này, dao động lắc ngang của tàu DTMB 5512 được mô phỏng bằng phương pháp số với góc lắc ban đầu 10^0 ở vận tốc Fn = 0,28 và hệ số cản lắc ngang được tính cho các trường hợp khác nhau khi thay đổi kích thước lưới cơ bản và bước thời gian. Các kết quả được kiểm chứng độ tin cậy thông qua quy trình kiểm tra và xác nhận với hai thông số đầu vào là kích thước lưới và bước thời gian. Một sự cải thiện về lưới và một phương án mô phỏng khả quan nhất được đưa ra có độ chính xác khá cao cho thấy tầm quan trọng của việc phân tích tính bất đinh trong tính toán lắc ngang của tàu.

Từ khóa: Tính bất định, CFD, mô phỏng số, cản lắc ngang, hệ số cản lắc ngang.

Abstract

Uncertainty analysis of numerical simulation results is necessary in ship hydrodynamics as well as in ship roll damping prediction. In this study, roll motion of ship DTMB 5512 is simulated by numerical method with initial roll angle 10° at speed Fn = 0.28 and extinction coefficients are calculated for different cases when base size and time step are changed. Reliability of the results are verified by verification and validation procedure with two input parameters, which are grid size and time step. An improvement in meshing and an remarkable simulating case with high accuracy show the importance of uncertainty analysis in predicting ship roll motion.

Keywords: Uncertainty, CFD, numerical simulation, roll damping, damping coefficient.

1. Mở đầu

Dự đoán dao động lắc ngang của tàu là một trong những bài toán quan trọng và phức tạp trong thiết kế tàu. Cùng với sự phát triển vượt trội của công nghệ máy tính, mô phỏng lắc ngang dựa trên phương pháp số CFD (Computational Fluid Dynamics - Động lực học chất lỏng tính toán) ngày càng trở nên phổ biến. Phương pháp này cho phép biểu diễn bằng hình ảnh trực quan của dòng chảy mô tả các hiện tượng vật lý diễn ra quanh thân tàu, tuy nhiên độ chính xác của kết quả tính toán vẫn cần được kiểm chứng bằng các phương pháp phân tích cũng như thử mô hình. Cho đến nay, thử mô hình tàu trong bể thử được coi là phương pháp đáng tin cậy nhất nhưng mất nhiều thời gian và chi phí cao trong quá trình chế tao và thử mô hình. Hơn nữa, trong điều kiện ở nước ta hiện nay, thử mô hình là phương pháp khó thực hiện rộng rãi.

Với mục đích nâng cao độ tin cậy trong mô phỏng số, phân tích tính bất định (uncertainty) của các kết quả thu được là cần thiết trong các bài toán thủy động lực học tàu thủy nói chung và tính toán lắc ngang của tàu nói riêng. Trong một nghiên cứu về tính bất định trong dư đoán lực cản tàu, Hafizul Islam và C. Guedes Soares [1] đã thực hiện kiểm tra và xác nhận với 4 mô hình tàu khác nhau và đưa ra kết luận rằng tính bất định là khác nhau ở các mô hình tàu riêng biệt. Fabio De Luca và cộng sự [2] trong một nghiên cứu tương tự với tàu lướt đã đề xuất phương án cải thiện trong độ chính xác của các kết quả tính bằng phương pháp số sau khi phân tích tính bất định của 3 mô hình tàu khác nhau. Ở một nghiên cứu khác về tính toán tính bất định trong mô phỏng lắc ngang của tàu DTMB, Simone Mancini và cộng sự [3] đã đưa ra kết luận về mối liên hệ giữa số bậc dao động tự do và độ lớn của góc lắc ban đầu sau khi kiểm tra và xác nhận độ tin cậy của kết quả mô phỏng số.

Trong bài báo này, tác giả mô phỏng chuyển động lắc ngang của tàu DTMB 5512 bằng phương pháp số sử dụng phần mềm Star-CCM+ và phân tích tính bất định của kết quả thu được thông qua tính toán hệ số cản lắc ngang. Quy trình kiểm tra (verification) được thực hiện với hai thông số đầu vào là kích thước lưới

KHOA HỌC - CÔNG NGHỆ

và bước thời gian. Trong phần tiếp theo, quy trình xác nhận (validation) được thực hiện, một phương án mô phỏng khả quan nhất được đưa ra có sai số thấp so với kết quả thử mô hình.

2. Cơ sở lý thuyết

2.1. Hệ số cản lắc ngang

Trong bài báo này, hệ số cản lắc ngang (damping coefficient) được tính theo phương pháp năng lượng Froude như đã trình bày trong báo cáo trước [4]. Phương pháp này cũng đã được Yang Bo và cộng sự [5] kiểm chứng về độ tin cậy với góc lắc ngang nhỏ dưới 20⁰.

2.1. Phân tích tính bất định

Phân tích tính bất định gồm 2 bước: Kiểm tra và xác nhận. Quy trình đánh giá tính bất định được đưa ra chi tiết trong hướng dẫn của Hiệp hội bể thử thế giới (ITTC) 2008 về phân tích tính bất định trong mô phỏng số CFD [6].

Nghiên cứu hội tụ đối với các thông số đầu vào ví dụ như kích thước lưới hay bước thời gian được thực hiện theo một quy trình làm mịn theo hệ thống để cho ra nhiều giải pháp khác nhau (ít nhất là 3). Tỷ lệ làm mịn (r_i) thường được khuyến nghị bằng $\sqrt{2}$ vì giá trị này đủ nhạy với sự thay đổi của thông số và đủ nhỏ để tạo ra ít nhất 3 giải pháp tốt [6].

Nếu $\hat{S}_{i,1}$, $\hat{S}_{i,2}$, $\hat{S}_{i,3}$ là kết quả ứng với 3 loại lưới

mịn, trung bình và thô, sự thay đối giữa lưới trung bình - mịn và thô - trung bình được tính bằng:

$$\varepsilon_{i,21} = \hat{S}_{i,2} - \hat{S}_{i,1}$$
 (1)

Và:

$$\varepsilon_{i,32} = \hat{\mathbf{S}}_{i,3} - \hat{\mathbf{S}}_{i,2} \tag{2}$$

Khi đó, tỷ lệ hội tụ (R_i) đối với thông số đầu vào là kích thước lưới được tính theo công thức:

$$\mathbf{R}_{i} = \varepsilon_{i,21} / \varepsilon_{i,32} \tag{3}$$

Có ba trường hợp xảy ra khi xét dấu và độ lớn của R_i: hội tụ đơn điệu (0< R_i<1), hội tụ dao động (R_i<0) và phân kỳ (R_i>1). Với trường hợp hội tụ đơn điệu, bậc của tỷ lệ hội tụ hay bậc chính xác (p_i) được xác định, phép ngoại suy Richardson được sử dụng để tính sai số lệch chuẩn ($\delta^*_{\text{RE},1}$). Đối với trường hợp phân kỳ không thể tính được tính bất định.

Celik (2008) [7] đã sử dụng một phương pháp tiếp cận khác để tính p_i và đưa ra công thức tính cho các giá trị ngoại suy $(\hat{\mathbf{S}}_{i,21}^{ext})$, sai số tương đối xấp xỉ $(\boldsymbol{\delta}_{i,21}^{a})$

và sai số tương đối ngoại suy ($\delta_{i,21}^{\text{ext}}$) như sau:

$$p_{i} = \frac{1}{\ln(r_{i,21})} \left| \ln \left| \frac{\varepsilon_{i,32}}{\varepsilon_{i,21}} \right| + q(p) \right| (4); \quad q(p) = \ln \left(\frac{r_{i,21}^{p} - s}{r_{i,32}^{p} - s} \right)$$
(5)

$$s = 1 \cdot sgn\left(\epsilon_{i,32} / \epsilon_{i,21}\right) (6); \quad \hat{S}_{i,21}^{ext} = \frac{r_{i,21}^{p} \tilde{S}_{i,1} - \tilde{S}_{i,2}}{r_{i,21}^{p} - 1} (7)$$

$$\delta_{i,21}^{a} = \begin{vmatrix} \varepsilon_{i,21} \\ \dot{S}_{i,1} \end{vmatrix} \quad (8); \qquad \delta_{i,21}^{ext} = \frac{\begin{vmatrix} e^{ixt} & e^{ixt} \\ \dot{S}_{i,21} - \dot{S}_{i,1} \\ \dot{S}_{i,21} \end{vmatrix} \quad (9)$$

Cuối cùng, chỉ số hội tụ lưới (GCI) và tính bất định của mô phỏng số hiệu chỉnh (U_{ic}) được tính như sau:

$$\text{GCI}_{\text{fine}}^{21} = \frac{1, 25.\delta_{i,21}^{a}}{r_{i,21}^{p} - 1} = \text{Fs} \left| \delta_{\text{REi},1}^{\star} \right| \tag{10}$$

$$\mathbf{U}_{\rm ic} = \left(\mathbf{Fs} - 1 \right) \left| \boldsymbol{\delta}_{\rm REi,1}^* \right| \tag{11}$$

Trong đó, Fs là hệ số an toàn (Fs = 1,25 với hệ 3 giải pháp).

3. Thiết lập mô phỏng số

3.1. Mô hình tàu



Hình 1. Mô hình tàu DTMB 5512

Mô hình tàu chiến DTMB được sử dụng rộng rãi trong các nghiên cứu CFD với các dữ liệu thử nghiệm mô hình đã được công bố [8]. Vì vậy, trong bài báo này, tác giả sử dụng mô hình tàu chiến DTMB 5512 (Hình 1) để mô phỏng chuyển động lắc ngang của tàu và tính toán tính bất định của các kết quả thu được. Các thông số của tàu được đưa ra trong Bảng 1.

Bång 1. Thông số tàu DTMB 5512

Thông số	Ký hiệu	Đơn vị	Giá trị
Tỷ lệ mô hình	λ	-	46,6
Chiều dài	L _{pp}	m	3,048
Chiều rộng	В	m	0,409
Mớn nước	Т	m	0,132
Hệ số béo	CB	-	0,506
Diện tích mặt ướt	Sw	m ²	1,459

3.2. Các trường hợp mô phỏng

Mô hình tàu DTMB 5512 được cho lắc ngang tự do với góc lắc ban đầu 10⁰ ở vận tốc v_M = 1,531m/s (Fn = 0,28). Nghiên cứu đánh giá tính bất định của kết quả được thực hiện theo hai thông số là kích thước lưới và bước thời gian. Với thông số kích thước lưới, tác giả tính toán với hai trường hợp, mỗi trường hợp 3 giải pháp để phân tích hội tụ lưới. Lưới phù hợp sau khi xác định được sử dụng để phân tích hội tụ bước thời gian. Tỷ lệ làm mịn được sử dụng cho cả hai thông số là $r_i = \sqrt{2}$. Các trường hợp mô phỏng lưới khác nhau (Bảng 2) được lựa chọn dựa trên sự thay

Trường hợp	Kích thước ô lưới (m)	Bước thời gian (s)
TH1	0,12	0,007
TH2	0,086	0,007
TH3	0,06	0,007
TH4	0,04	0,007
TH5	0,06	0,01
TH6	0,06	0,005

Bảng 2. Các trường hợp mô phỏng



Hình 2. Chia lưới tại các khu vực khác nhau của tàu

đổi kích thước lưới cơ bản sao cho đảm bảo giá trị hàm tường wall y+. Giá trị wall y+ càng nhỏ thì lưới càng mịn và ngược lại.

3.3. Thiết lập

Thiết lập mô phỏng số cho tàu DTMB 5512 tham khảo trong nghiên cứu [4].

Với mô hình dòng rối được sử dụng là k-ɛ, các thông số lưới được lựa chọn sao cho giá trị hàm tường Wall y+ lớn hơn 30 để đảm bảo độ tin cậy của kết quả tính toán. Lưới được làm mịn hơn ở các khu vực gần mũi, đuôi và xung quanh thân tàu để bắt được chính xác chuyển động lắc ngang (Hình 2). 4 loại lưới được tạo ra từ thô đến mịn bằng cách thay đổi thông số kích thước lưới cơ bản. Các loại lưới và giá trị Wall y+ tương ứng được trình bày trong Bảng 3 và Hình 3.

Bảng 3. Các trường hợp lưới và giá trị y+ tương ứng

Ký hiệu lưới	Kích thước cơ bản	Số phần tử	Wall y+
L1	0,12	488.477	120
L2	0,086	1.027.828	85
L3	0,06	2.422.045	60
L4	0,04	6.686.279	45



Hình 3. Hàm tường y+ ứng với các trường hợp lưới

4. Kết quả

4.1. Kiểm tra

4.1.1. Kiểm tra hội tụ lưới

Đầu tiên, kiểm tra hội tụ lưới được thực hiện với 3 giải pháp lưới thô (L1), lưới trung bình (L2) và lưới

Thông số	Ký hiệu	Hội tụ lưới (L1, L2, L3)	Hội tụ lưới (L2, L3, L4)	Hội tụ bước thời gian
Hệ số cản lắc ngang	S _i ,1 (min)	0,1211	0,1283	0,1210
	Si,2 (trung bình)	0,1106	0,1211	0,1211
	Si,3 (thô)	0,1065	0,1106	0,1213
Tự là làm min	r i,21	1,414	1,414	1,414
I y lệ làm mịn	r i,32	1,414	1,414	1,414
	$\epsilon_{i,21} = S_{i,2} - S_{i,1}$	-0,011	-0,007	0,0001
Tỷ lệ hội tụ (Ri)	$\epsilon_{i,32} = S_{i,3} - S_{i,2}$	-0,004	-0,011	0,0002
	$\epsilon_{i,21}/\epsilon_{i,32}$	2,578	0,685	0,500
	$s=1.sgn(\epsilon_{i,32}/\epsilon_{i,21})$	1,000	1,000	1,000
Bậc chính xác	р	-2,733	1,092	2,000
	pi	2,733	1,092	2,000
Giá trị ngoại suy	Si,21 ^{ext.}	0,128	0,133	0,121
	S _{i,32} ext.	0,113	0,128	0,121
Soi số tượng đối vấn vẻ	δ _{i,21} ^a	0,087	0,056	0,001
Sal so tương doi xap xi	δi,32 ^a	0,037	0,087	0,002
Sai số tương đối ngoại guy	δ _{i,21} ext	0,052	0,034	0,001
Sai so tương doi ngoại suy	$\delta_{i,32}^{ext}$	0,023	0,052	0,001
Chỉ cấ hội tự lưới CCI	GCI ²¹	0,069	0,152	0,001
	GCI ³²	0,029	0,236	0,002
Tính hất định hiện chỉnh (E-)	Uic21	-	0,030	0,0002
i inn bai dinn niệu chính (FS)	Uic32	-	0,047	0,0004

Bảng 4. Tính toán hội tụ lưới và bước thời gian

min (L3). Bước thời gian được lựa chọn là 0,007 s. Như đã trình bày ở trên, tỷ lệ hội tụ được tính dựa vào kết quả tính hệ số cản lắc ngang tính được sau khi mô phỏng bằng phần mềm. Kết quả Bảng 4 cho thấy tỷ lệ hội tụ $R_i > 1$, nghĩa là không hội tụ và 3 giải pháp lưới trên là chưa phù hợp, lưới 4 triệu phần tử chưa phải là lưới min và cần phải điều chỉnh kích thước lưới cơ bản. Do đó, việc tính toán được tiếp tục với 3 giải pháp lưới thô (L2), lưới trung bình (L3) và lưới mịn (L4) với bước thời gian trung bình là 0,007s. Trong trường hợp này, tỷ lê hội tu $0 < R_i < 1$. Như vậy, sau khi giảm kích thước ô lưới thì số phần tử lưới tăng lên, lưới min hơn và cho kết quả hội tụ đơn điệu. Đến đây mới có thể khẳng định kiểm tra hội tụ lưới đã đạt và lưới 6,7 triệu phần tử là đủ mịn. Kết quả tính toán hội tụ lưới được đưa ra trong Bảng 4.

4.1.2. Kiểm tra hội tụ bước thời gian

Theo ITTC [9], để đảm bảo tính chính xác trong mô phỏng lắc ngang của tàu bước thời gian được tính bằng một chu kỳ lắc ngang chia cho ít nhất 100 lần. Kiểm tra hội tụ bước thời gian được thực hiện với 3 giải pháp: 0,01s; 0,007s và 0,005s. Để rút ngắn thời gian tính toán mà vẫn đảm bảo độ chính xác, lưới được lựa chọn để tính trong trường hợp này là lưới trung bình (2.422.045 phần tử). Kết quả tính toán hội tụ bước thời gian cũng được đưa ra trong Bảng 4.

Như vậy, trường hợp này $0 < R_i < 1$ đã thỏa mãn điều kiện hội tụ đơn điệu. Điều này cho thấy các bước thời gian đã lựa chọn là thỏa mãn điều kiện hội tụ và bước thời gian 0,007s là phù hợp cho các trường hợp mô phỏng khác của mô hình tàu DTMB 5512.

4.2. Xác nhận

Trong phần này, tính bất định trong quy trình xác nhận (U_V) được so sánh với sai số so sánh E để thực hiện quy trình xác nhận. Nếu $|E| > U_v$ thì quy trình xác

nhận là đạt tại mức U_V . Trong trường hợp này, tính bất định của mô phỏng số (U_{SN}) và U_V được tính theo công thức (12) và (13), giá trị E (%) được tính theo công thức (14) với D là giá trị thử nghiệm và S là giá trị mô phỏng. Trong công thức (13), tính bất định trong ước tính sai số dữ liệu (U_D) được lấy bằng 2 theo tài liệu [3]. Kết quả được đưa ra trong Bảng 5 và 6.

$$U_{\rm SN}^2 = U_{\rm G}^2 + U_{\rm T}^2$$
 (12)

$$U_{\rm V} = \sqrt{U_{\rm D}^2 + U_{\rm SN}^2}$$
(13)

$$E = \frac{D - S}{D} \cdot 100\% \tag{14}$$

Trường hợp	Hệ số cản lắc ngang	E (%)
TH1	0,1065	15,2
TH2	0,1106	11,96
TH3	0,1211	3,59
TH4	0,1283	-2,13
TH5	0,1213	3,44
TH6	0,1210	3,69

Bảng 5. Kết quả tính sai số E (%)

Bảng 6. Kết quả quy trình xác nhận

 Usn
 Up
 Uv
 |E| %

 0,0305
 2,0
 2,0002
 2,13

KHOA HỌC - CÔNG NGHỆ

Dựa vào Bảng 5, có thể thấy lưới thô nhất (488.477 phần tử) cho ra sai số lớn nhất là 15,2%. Với các trường hợp TH3, TH5 và TH6 là các trường hợp lưới trung bình (2.422.045 phần tử), sai số giảm đi đáng kể và nằm trong khoảng từ 3,4% đến 3,6%. Trường hợp lưới mịn (6.686.279 phần tử) với bước thời gian trung bình 0,007s cho sai số thấp nhất là 2,13%. Có thể xem đây là phương án mô phỏng khả quan nhất và điều này được thể hiện rõ hơn khi xem xét đồ thị mô tả dao động lắc ngang. Hình 4 thể hiện đồ thị lắc ngang của tàu DTMB 5512 với bốn loại lưới khác nhau. So sánh đường cong dập tắt lắc ngang giữa mô phỏng số của trường hợp lưới mịn (TH4) với thử mô hình được thể hiện trên Hình 5. Từ Hình 4 và 5 ta thấy có sự khác biệt rõ ràng ở hai trường hợp lưới thô (L1) và mịn (L4), trong khi đó lưới mịn có dao động gần với kết quả thử mô hình hơn so với các loại lưới còn lại.

Đối với quy trình xác nhận, kết quả từ Bảng 6 chỉ ra rằng $|E| > U_v$ nhưng không lớn hơn quá nhiều. Tuy

quy trình xác nhận không đạt tại mức U_V nhưng kết quả mô phỏng cho thấy lưới mịn vẫn cho sai số thấp



Hình 4. Đồ thị lắc ngang của tàu DTMB 5512: so sánh các trường hợp lưới



Hình 5. So sánh giữa mô phỏng số (CFD) và thử mô hình (EFD) cho trường hợp lưới mịn (TH4)

KHOA HỌC - CÔNG NGHỆ

và đáng tin cậy. Điều chỉnh độ mịn lưới và bước thời gian có thể làm giảm sai số E và thỏa mãn điều kiện xác nhận nhưng sẽ mất nhiều thời gian mô phỏng hơn. Do đó, tùy từng trường hợp và mục đích khác nhau, nếu kết quả nhận được có sai số tương đối thấp mà thời gian mô phỏng nhanh hơn thì vẫn được ưu tiên lựa chọn.

5. Kết luận

Bài báo đã thành công trong việc mô phỏng chuyển động lắc ngang của mô hình tàu DTMB 5512 và tính toán tính bất định của mô phỏng số thông qua hai quy trình kiểm tra và xác nhận. Qua đó ta thấy trường hợp lưới thô nhất cho sai số lớn nhất, trong khi lưới càng mịn và bước thời gian càng nhỏ thì độ chính xác càng cao. Trường hợp lưới mịn (6.686.279 phần tử) với bước thời gian trung bình 0,007s là trường hợp cho kết quả tốt nhất đối với bài toán này.

Từ các kết quả tính toán trên, ta thấy rằng việc đánh giá và xác định độ mịn lưới có thể không chính xác nếu không thông qua tính toán hội tụ lưới do khái niệm lưới thô, lưới trung bình hay lưới mịn mang tính tương đối nếu chỉ căn cứ vào số phần tử lưới được tạo ra. Do đó, tính toán hội tụ lưới hay bước thời gian là cần thiết trong mô phỏng số. Tuy nhiên, phân tích tính bất định trong bất kỳ bài toán mô phỏng số nào là một việc làm khá tốn thời gian, đòi hỏi nhiều kinh nghiệm của các nhà nghiên cứu. Việc đưa ra các khuyến nghị về lựa chọn các thông số lưới và bước thời gian sao cho đảm bảo tính hội tụ cho kết quả tin cậy cần được nghiên cứu sâu hơn đối với các mô hình tàu khác nhau ở các nghiên cứu tiếp theo.

<u>TÀI LIỆU THAM KHẢO</u>

- [1] Islam, H. and C. G. Soares (2019), Uncertainty analysis in ship resistance prediction using OpenFOAM, Ocean Engineering 191:105805.
- [2] De Luca, F., et al. (2016), An extended verification and validation study of CFD simulations for planing hulls, Journal of Ship Research Vol.60(02), pp.101-118.
- [3] Mancini, S., et al. (2018), Verification and validation of numerical modelling of DTMB 5415 roll decay, Ocean Engineering Vol.162, pp.209-223.

- [4] L.T. Binh, N.T.H. Phuong (2021). Xác định hệ số cản lắc ngang của tàu bằng phương pháp kết hợp CFD và mô hình hộp xám. Tạp chí Khoa học Công nghệ Hàng hải, Số Đặc biệt Tháng 10/2021, tr.84-91.
- [5] Bo, Y., et al. (2012), Numerical simulation of Naval ship's roll damping based on CFD, Procedia Engineering Vol.37, pp.14-18.
- [6] ITTC Recommended Procedures and Guidelines 7.5-03-01-01 (2008), Uncertainty Analysis in CFD, Verification and Validation. Methodology and Procedures.
- [7] Celik, I. B., et al. (2008), Procedure for estimation and reporting of uncertainty due to discretization in CFD applications, Journal of fluids Engineering-Transactions of the ASME 130(7).
- [8] Olivieri, A., et al. (2001), Towing tank experiments of resistance, sinkage and trim, boundary layer, wake, and free surface flow around a naval combatant INSEAN 2340 model, Iowa Univ Iowa City Coll of Engineering.
- [9] Procedures, I.-R., Guidelines 7.5-03-02-03 (2011), Practical Guidelines for Ship CFD Applications.
- [10] Zhou, Y.-h., et al. (2015). Direct calculation method of roll damping based on threedimensional CFD approach. Journal of Hydrodynamics Vol.27(2), pp.176-186.
- [11] Mauro, F. and R. Nabergoj (2021). Determination of ship roll damping coefficients by a differential evolution algorithm. Journal of Physics: Conference Series, IOP Publishing.
- [12] ITTC Recommended Procedures and Guidelines 7.5-02-07-04.5 (2011), Numerical Estimation of Roll Damping.
- [13] Ikeda, Y., Himeno, Y., Tanaka, N (1978), Components of Roll Damping of Ship at Forward Speed. Journal of the Society of Naval Architects, Japan No.143, pp.113-125.

Ngày nhận bài:	26/4/2022	
Ngày nhận bản sửa:	19/5/2022	
Ngày duyệt đăng:	23/5/2022	