

PHÂN TÍCH MẤT ỔN ĐỊNH FLUTTER CỦA DÀM CẦU BẰNG PHƯƠNG PHÁP TRỊ RIÊNG PHỨC

Nguyễn Văn Khang¹, Trần Ngọc An^{2,*}

¹Trường Đại học Bách khoa Hà Nội, 1 Đại Cồ Việt, Hai Bà Trưng, Hà Nội

²Trường Đại học Hàng hải Việt Nam, Hải Phòng

*Email: an9991hh@gmail.com

Đến Tòa soạn: 20/8/2013; Chấp nhận đăng: 19/3/2014

TÓM TẮT

Phương pháp trị riêng phức là một trong các phương pháp được sử dụng phân tích mất ổn định flutter của kết cấu chịu tác dụng của các lực khí động. Trong bài báo này, áp dụng phương pháp trị riêng phức xây dựng thuật toán và chương trình tính tần số flutter và vận tốc flutter của cầu dầm chịu tác dụng của gió, sử dụng phần mềm MATLAB. Tác dụng của gió lên cầu Vàm Cống, một cây cầu lớn dự kiến xây dựng tại Việt Nam, được nghiên cứu trên quan điểm ổn định flutter với các chuyển vị uốn và chuyển vị xoắn.

Từ khóa: mất ổn định flutter, phương pháp trị riêng phức, mô phỏng số, dao động của cầu.

1. MỞ ĐẦU

Các ảnh hưởng của tải trọng gió lên các công trình cầu khẩu độ lớn, nhà cao tầng, tháp vô tuyến truyền hình ngày càng được quan tâm nghiên cứu. Ở Việt Nam các nghiên cứu về tác dụng của gió lên công trình còn ít. Trên thế giới sau sự sụp đổ của cầu Tacoma Narow tại Mỹ vào năm 1940 do mất ổn định flutter, hiện tượng khí động học và khí đàn hồi đã được quan tâm nghiên cứu nhiều hơn. Đặc biệt, mất ổn định flutter (hay còn được gọi là mất ổn định uốn xoắn do lực khí động) được quan tâm nghiên cứu đối với các cầu dây văng, dây võng khẩu độ lớn. Mất ổn định flutter là một trong những lo ngại chính khi thiết kế và xây dựng cầu có khẩu độ lớn. Khác với dao động công trình gây ra bởi động đất, trong bài toán dao động công trình gây ra bởi tải trọng gió, phải xét đến sự tương tác giữa kết cấu và ngoại lực.

Trong hai thập kỉ cuối của thế kỉ 20, rất nhiều cầu dây văng và cầu dây võng khẩu độ lớn đã được xây dựng thành công trên thế giới. Các cây cầu với chiều dài nhịp siêu lớn với kết cấu thanh mảnh sẽ là xu hướng chính của các nghiên cứu và sự phát triển của kỹ thuật cầu đường trong các thập kỉ tới. Tuy nhiên các kết cấu càng dài, càng mảnh sẽ đối diện với rất nhiều khó khăn, đặc biệt là các tác dụng động lực học, động đất và các ứng xử khí động. Thực tế chỉ ra rõ ràng là các cầu có chiều dài nhịp lớn rất nhạy cảm với các ảnh hưởng khí động và dao động gây ra bởi gió.

Trong những năm gần đây, một số lượng lớn các cầu dây văng đã được xây dựng tại Việt Nam (cầu Mỹ Thuận, cầu Bình, cầu Bãi Cháy, cầu Cần Thơ, cầu bắc qua sông Hàn, cầu Phú Mỹ,

cầu Cao Lãnh, cầu Rạch Miễu, ...). Nhiều cầu mới đang chuẩn bị xây dựng như cầu Nhật Tân, cầu Vàm Cống, ... Việt Nam là một đất nước chịu ảnh hưởng nhiều của gió và bão. Do đó việc nghiên cứu mất ổn định flutter của cầu dây nhíp lớn là bài toán cần phải quan tâm nghiên cứu.

Trong khoảng hơn hai mươi năm trở lại đây việc nghiên cứu về dao động của công trình dưới tác dụng của gió đã có nhiều tiến bộ. Trong lĩnh vực nghiên cứu ảnh hưởng của lực khí động lên công trình việc xác định các hằng số flutter là rất quan trọng. Các phương pháp thí nghiệm trong hầm gió và kỹ thuật động lực học chất lỏng tính toán là các hướng nghiên cứu chính về xác định các hằng số flutter và kháng gió cho công trình.

Để xác định vận tốc flutter của cầu, có hai phương pháp giải tích hay dùng: phương pháp trị riêng phức [1, 2] và phương pháp bước (step-by-step) [3-8]. Bài báo này trình bày việc áp dụng phương pháp trị riêng phức [1, 2] để tính toán sự mất ổn định flutter của cầu dây văng có chiều dài nhịp lớn. Đề minh họa thuật toán đã tiến hành tính toán vận tốc flutter của cầu Vàm Cống, một cầu dây văng sẽ được xây dựng tại Việt Nam.

2. THUẬT TOÁN TRỊ RIÊNG PHỨC TÍNH TOÁN TẦN SỐ FLUTTER HỆ DAO ĐỘNG UỐN XOẮN 2 BẬC TỰ DO

Các phương trình dao động uốn xoắn của mô hình 2 bậc tự do có thể được viết như sau [1, 2] (hình 1)

$$m\ddot{h}(t) + c_h \dot{h}(t) + k_h h(t) = L_h \quad (1)$$

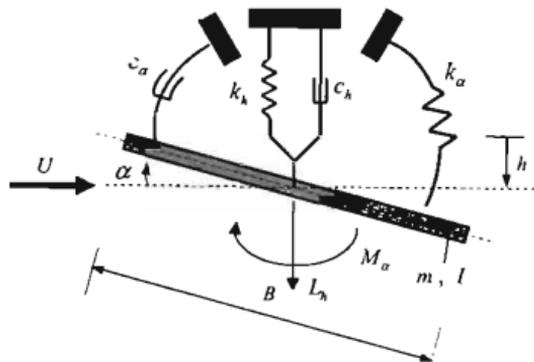
$$I\ddot{\alpha}(t) + c_\alpha \dot{\alpha}(t) + k_\alpha \alpha(t) = M_\alpha \quad (2)$$

trong đó: h là chuyển vị uốn, α là chuyển vị xoắn, m, c_h, k_h lần lượt là khối lượng, hệ số cản và độ cứng tương ứng với chuyển vị uốn. I, c_α, k_α lần lượt là momen quán tính khối, hệ số cản và độ cứng tương ứng với chuyển vị xoắn, L_h, M_α là lực nâng và momen xoắn khí động.

Các thành phần lực khí động L_h, M_α có thể được xác định thông qua hàm tuần hoàn Theodorsen hoặc các tham số flutter của Scanlan theo miền tần số [1, 2]. Các lực khí động biểu diễn theo tác giả Scanlan có thể được áp dụng với các phương trình flutter cho các dạng mặt cắt ngang khác nhau nhờ vào các tham số flutter được xác định bằng thực nghiệm. Theo Scanlan [1], các thành phần lực khí động tác dụng lên một đơn vị chiều dài của dầm có dạng như sau:

$$L_h = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left[KH_1^*(K) \frac{\dot{h}}{U} + KH_2^*(K) \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 H_3^*(K) \alpha + K^2 H_4^*(K) \frac{h}{B} \right] \quad (3)$$

$$M_\alpha = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \left[KA_1^*(K) \frac{\dot{h}}{U} + KA_2^*(K) \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 A_3^*(K) \alpha + K^2 A_4^*(K) \frac{h}{B} \right] \quad (4)$$



Hình 1. Mô hình tính toán.

Trong đó ta đưa vào khái niệm tần số thu gọn K xác định bởi công thức

$$K = \frac{B\omega}{U} \quad (5)$$

trong đó: B là chiều ngang của dầm, ω là tần số vòng. Nghiệm hệ phương trình (1), (2) được tìm dưới dạng

$$h = h_0 e^{i\omega t}; \quad h_0 \in C \quad (6)$$

$$\alpha = \alpha_0 e^{i\omega t}; \quad \alpha_0 \in C \quad (7)$$

Việc xác định tần số phức $\omega = \omega_1 + i\omega_2$ cho ta biết tính chất dao động của hệ. Dao động của dầm là tắt dần khi $\omega_2 > 0$ hoặc phát tán khi $\omega_2 < 0$. Trong trường hợp ω là một số thực (purely real), nghĩa là $\omega_2 = 0$, $\omega = \omega_1$, dao động của dầm sẽ là dao động điều hoà và tần số ω_1 được gọi là tần số flutter tới hạn. Vận tốc flutter tới hạn khi đó được tính theo công thức [1, 2]

$$U_{cr} = \frac{B\omega_1}{K} \quad (8)$$

Quá trình tìm tần số flutter tới hạn và vận tốc flutter tới hạn được thực hiện như sau. Trước hết thế các công thức lực khí động (3), (4) vào hệ phương trình dao động (1), (2) ta thu được

$$m \left[\ddot{h} + 2\zeta_h \omega_h \dot{h} + \omega_h^2 h \right] = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left[KH_1^*(K) \frac{\dot{h}}{U} + KH_2^*(K) \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 H_3^*(K) \alpha + K^2 H_4^*(K) \frac{h}{B} \right] \quad (9)$$

$$I \left[\ddot{\alpha} + 2\zeta_\alpha \omega_\alpha \dot{\alpha} + \omega_\alpha^2 \alpha \right] = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \left[KA_1^*(K) \frac{\dot{h}}{U} + KA_2^*(K) \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 A_3^*(K) \alpha + K^2 A_4^*(K) \frac{h}{B} \right] \quad (10)$$

với

$$\omega_h^2 = \frac{k_h}{m}; \quad \omega_\alpha^2 = \frac{k_\alpha}{I}; \quad \zeta_h = \frac{c_h}{2m\omega_h}; \quad \zeta_\alpha = \frac{c_\alpha}{2I\omega_\alpha}$$

Thay (6), (7) vào phương trình (9) ta được

$$m(-\omega^2 + 2\zeta_h\omega_h i\omega + \omega_h^2)h_0 = \frac{1}{2}\rho U^2 B \left[KH_1^* \frac{h_0 i\omega}{U} + KH_2^* \frac{B\alpha_0 i\omega}{U} + K^2 H_3^* \alpha_0 + K^2 H_4^* \frac{h_0}{B} \right] \quad (11)$$

Từ đó suy ra

$$\left[m(-\omega^2 + 2\zeta_h\omega_h i\omega + \omega_h^2) - \frac{1}{2}\rho U^2 B \left(KH_1^* \frac{i\omega}{U} + K^2 H_4^* \frac{1}{B} \right) \right] h_0 - \frac{1}{2}\rho U^2 B \left(KH_2^* \frac{B i\omega}{U} + K^2 H_3^* \right) \alpha_0 = 0$$

Nhân hai vế phương trình trên với $\frac{2}{\rho B^2 \omega^2}$ và đặt $\gamma_m = \frac{m}{\rho B^2}$; $X = \frac{\omega}{\omega_h}$, chú ý rằng

$K = \frac{B\omega}{U}$, ta nhận được

$$\left[2\gamma_m \left(-1 + i2\zeta_h \frac{1}{X} + \frac{1}{X^2} \right) - (iH_1^* + H_4^*) \right] h_0 - (iH_2^* + H_3^*) B \alpha_0 = 0 \quad (12)$$

Thay (6), (7) vào phương trình (10) ta được

$$I(-\alpha_0\omega^2 + 2\zeta_\alpha\omega_\alpha i\omega + \omega_\alpha^2\alpha_0) = \frac{1}{2}\rho U^2 B^2 \left[KA_1^* \frac{h_0 i\omega}{U} + KA_2^* \frac{B\alpha_0 i\omega}{U} + K^2 A_3^* \alpha_0 + K^2 A_4^* \frac{h_0}{B} \right] \quad (13)$$

Từ phương trình trên suy ra

$$-\frac{1}{2}\rho U^2 B^2 \left(KA_1^* \frac{i\omega}{U} + K^2 A_4^* \frac{1}{B} \right) h_0 + \left[I(-\omega^2 + 2\zeta_\alpha\omega_\alpha i\omega + \omega_\alpha^2) - \frac{1}{2}\rho U^2 B^2 \left(KA_2^* \frac{B i\omega}{U} + K^2 A_3^* \right) \right] \alpha_0 = 0$$

Nhân hai vế phương trình trên với $\frac{2}{\rho B^3 \omega^2}$ và đặt $\gamma_I = \frac{I}{\rho B^3 \omega^2}$; $\gamma_\omega = \frac{\omega_\alpha}{\omega_h}$, ta được

$$-(iA_1^* + A_4^*) h_0 + \left[2\gamma_I \left(-1 + i2\zeta_\alpha \frac{\gamma_\omega}{X} + \frac{\gamma_\omega^2}{X^2} \right) - (iA_2^* + A_3^*) \right] \alpha_0 = 0 \quad (14)$$

Hệ phương trình (12) và (14) là một hệ hai phương trình đại số tuyến tính thuần nhất với các ẩn h_0 và α_0 . Để hệ phương trình đại số tuyến tính (12) và (14) có nghiệm không tầm thường (dao động uốn và dao động xoắn có biên độ khác không) thì định thức ma trận hệ số phải triệt tiêu

$$\begin{vmatrix} 2\gamma_m \left(-1 + i2\zeta_h \frac{1}{X} + \frac{1}{X^2} \right) - (iH_1^* + H_4^*) & iH_1^* + H_4^* \\ -(iA_1^* + A_4^*) & 2\gamma_l \left(-1 + i2\zeta_h \frac{\gamma_\omega}{X} + \frac{\gamma_\omega^2}{X^2} \right) - (iA_2^* + A_3^*) \end{vmatrix} = 0 \quad (15)$$

Khai triển định thức trên ta nhận được hệ thức sau

$$\begin{aligned} & 4\gamma_m\gamma_l - 4\frac{\gamma_m\gamma_l\gamma_\omega^2}{X^2} - i8\frac{\gamma_m\gamma_l\zeta_\alpha\gamma_\omega}{X} + i2\gamma_m A_2^* + 2\gamma_m A_3^* - 4\frac{\gamma_m\gamma_l}{X^2} + 4\frac{\gamma_m\gamma_l\gamma_\omega^2}{X^4} + i8\frac{\gamma_m\gamma_l\zeta_\alpha\gamma_\omega}{X^3} \\ & - i2\frac{\gamma_m A_2^*}{X^2} - 2\frac{\gamma_m A_3^*}{X^2} - i8\frac{\gamma_m\zeta_h\gamma_l}{X} + i8\frac{\gamma_m\gamma_l\zeta_h\gamma_\omega^2}{X^3} - 16\frac{\gamma_m\gamma_l\zeta_h\zeta_\alpha\gamma_\omega}{X^2} + 4\frac{\gamma_m\zeta_h A_2^*}{X} - i4\frac{\gamma_m\zeta_h A_3^*}{X} \\ & + i2\gamma_l H_1^* - i2\frac{\gamma_l\gamma_\omega H_1^*}{X^2} + 4\frac{\gamma_l\zeta_\alpha\gamma_\omega H_1^*}{X} - H_1^* A_2^* + iH_1^* A_3^* + 2\gamma_l H_4^* - 2\frac{\gamma_l\gamma_\omega H_4^*}{X^2} - i4\frac{\gamma_l\zeta_\alpha\gamma_\omega H_4^*}{X} \\ & + iH_4^* A_2^* + H_4^* A_3^* + H_2^* A_1^* - iH_2^* A_4^* - iH_3^* A_1^* - H_3^* A_4^* = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

Tách phương trình (16) thành hai phần thực và ảo, ta được hai phương trình riêng biệt. Phần thực của phương trình (16) có dạng

$$\begin{aligned} & \left[4\gamma_m\gamma_l + 2\gamma_l H_4^* + 2\gamma_m A_3^* + (H_4^* A_3^* - H_1^* A_2^* - H_3^* A_4^* + H_2^* A_1^*) \right] + (4\gamma_l\zeta_\alpha\gamma_\omega H_1^* + 4\gamma_m\zeta_h A_2^*) \frac{1}{X} \\ & + (-4\gamma_m\gamma_l - 4\gamma_m\gamma_l\gamma_\omega^2 - 16\gamma_m\gamma_l\zeta_h\zeta_\alpha\gamma_\omega - 2\gamma_l\gamma_\omega^2 H_4^* - 2\gamma_m A_3^*) \frac{1}{X^2} + 0 \cdot \frac{1}{X^3} + 4\gamma_m\gamma_l\gamma_\omega^2 \frac{1}{X^4} = 0 \end{aligned}$$

Nhân hai vế phương trình trên với $\frac{X^4}{4\gamma_m\gamma_l}$ và đặt

$$R_0 = \gamma_\omega^2, \quad R_1 = 0$$

$$R_2 = -1 - \gamma_\omega^2 - 4\zeta_h\zeta_\alpha\gamma_\omega - \frac{\gamma_\omega^2}{2\gamma_m} H_4^* - \frac{1}{2\gamma_l} A_3^*$$

$$R_3 = \zeta_\alpha \frac{\gamma_\omega}{\gamma_m} H_1^* + \zeta_h \frac{1}{\gamma_l} A_2^*$$

$$R_4 = 1 + \frac{1}{2\gamma_m} H_4^* + \frac{1}{2\gamma_l} A_3^* + \frac{1}{4\gamma_m\gamma_l} (H_4^* A_3^* - H_1^* A_2^* - H_3^* A_4^* + H_2^* A_1^*)$$

ta thu được phương trình đại số phi tuyến

$$R_4 X^4 + R_3 X^3 + R_2 X^2 + R_1 X + R_0 = 0 \quad (17)$$

Phần ảo của phương trình (16) có dạng

$$\begin{aligned} & \left[2\gamma_l H_1^* + 2\gamma_m A_2^* + (H_4^* A_2^* + H_1^* A_3^* - H_3^* A_1^* - H_2^* A_4^*) \right] \\ & + (-8\gamma_m \zeta_h \gamma_l - 8\gamma_m \gamma_l \zeta_\alpha \gamma_\omega - 4\gamma_l \zeta_\alpha \gamma_\omega H_4^* - 4\gamma_m \zeta_h A_3^*) \frac{1}{X} \\ & + (-2\gamma_l \gamma_\omega^2 H_1^* - 2\gamma_m A_2^*) \frac{1}{X^2} + (8\gamma_m \gamma_l \zeta_h \gamma_\omega^2 + 8\gamma_m \gamma_l \zeta_\alpha \gamma_\omega) \frac{1}{X^3} = 0 \end{aligned}$$

Nhân hai về phương trình trên với $\frac{X^3}{4\gamma_m \gamma_l}$ và đặt

$$I_0 = 2\zeta_h \gamma_\omega^2 + 2\zeta_\alpha \gamma_\omega$$

$$I_1 = -\frac{\gamma_\omega^2}{2\gamma_m} H_1^* - \frac{1}{2\gamma_l} A_2^*$$

$$I_2 = -2\zeta_h - 2\zeta_\alpha \gamma_\omega - \zeta_\alpha \frac{\gamma_\omega}{\gamma_m} H_4^* - \zeta_h \frac{1}{\gamma_l} A_3^*$$

$$I_3 = \frac{1}{2\gamma_m} H_1^* + \frac{1}{2\gamma_l} A_2^* + \frac{1}{4\gamma_m \gamma_l} (H_4^* A_2^* + H_1^* A_3^* - H_3^* A_1^* - H_2^* A_4^*)$$

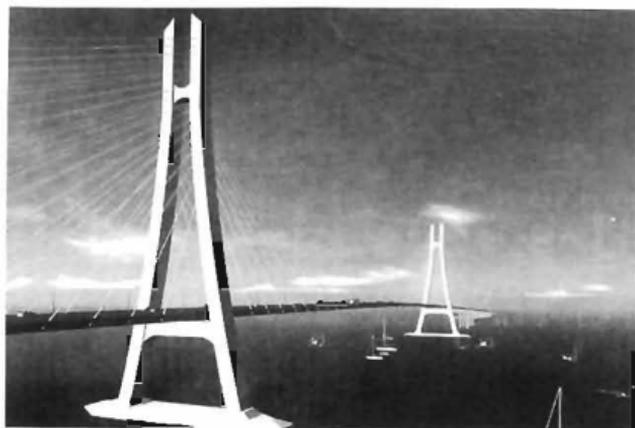
ta thu được phương trình đại số phi tuyến

$$I_3 X^3 + I_2 X^2 + I_1 X + I_0 = 0 \quad (18)$$

Các nghiệm của các hệ (17), (18) được ký hiệu lần lượt là X_l và X_r . Nghiệm chung đầu tiên của hệ hai phương trình này tương ứng với tần số mà tại đó hiện tượng flutter xảy ra. Dựa trên các công thức trên, chúng tôi đã xây dựng một phần mềm xác định tần số flutter của dầm cầu trong môi trường Matlab.

3. PHÂN TÍCH MẤT ỔN ĐỊNH FLUTTER CỦA CẦU VÀM CỐNG

Theo tài liệu [10], cầu Vàm Cống (hình 2) dự kiến được xây dựng cách bến phà Vàm Cống hiện hữu khoảng 1km về phía hạ lưu, thuộc phường Thới Thuận, quận Thốt Nốt, TP HCM, nối tuyến quốc lộ 80 từ Lộ Tẻ đi Rạch Sỏi (Kiên Giang) với quốc lộ 54 thuộc tỉnh Đồng Tháp. Cầu dài khoảng 2,9 km, bốn làn xe cơ giới, hai làn xe thô sơ, tổng vốn đầu tư trên 200 triệu USD.



Hình 2 Hình ảnh cầu Vàm Cống.

Để tính toán vận tốc flutter của cầu dây văng Vàm Cống, chúng tôi sử dụng các tham số hình học và các hằng số vật liệu của dầm cầu theo tài liệu [10]:

$$m = 27.67 \times 10^3 \text{ kg/m}, \quad I = 1905 \times 10^3 \text{ kgm}^2/\text{m}, \quad f_h = 0.2359 \text{ Hz}, \quad f_a = 0.5067 \text{ Hz},$$

$$\delta_h = 0.0377, \quad \delta_a = 0.0377, \quad B = 25.8 \text{ m}, \quad \rho = 1.25 \text{ kg/m}^3.$$

Từ đồ thị của các A_i^* , H_i^* trong tài liệu [10] ta có thể thiết lập bảng các tham số flutter phụ thuộc vào U/fB (bảng 1). Từ đó dễ dàng có các biểu đồ các tham số khí động của cầu Vàm Cống (hình 3).

Chú ý rằng công thức lực khí động của cầu Vàm Cống trong [10] có dạng

$$L_h = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left[KH_1^*(K) \frac{\dot{h}}{U} + KH_2^*(K) \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 H_3^*(K) \alpha + K^2 H_4^*(K) \frac{h}{B} \right] \quad (19)$$

$$M_a = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left[KA_1^*(K) \frac{\dot{h}}{U} + KA_2^*(K) \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 A_3^*(K) \alpha + K^2 A_4^*(K) \frac{h}{B} \right] \quad (20)$$

Do đó, để có thể áp dụng công thức (4) khi tính ta phải chia các A_i^* cho B .

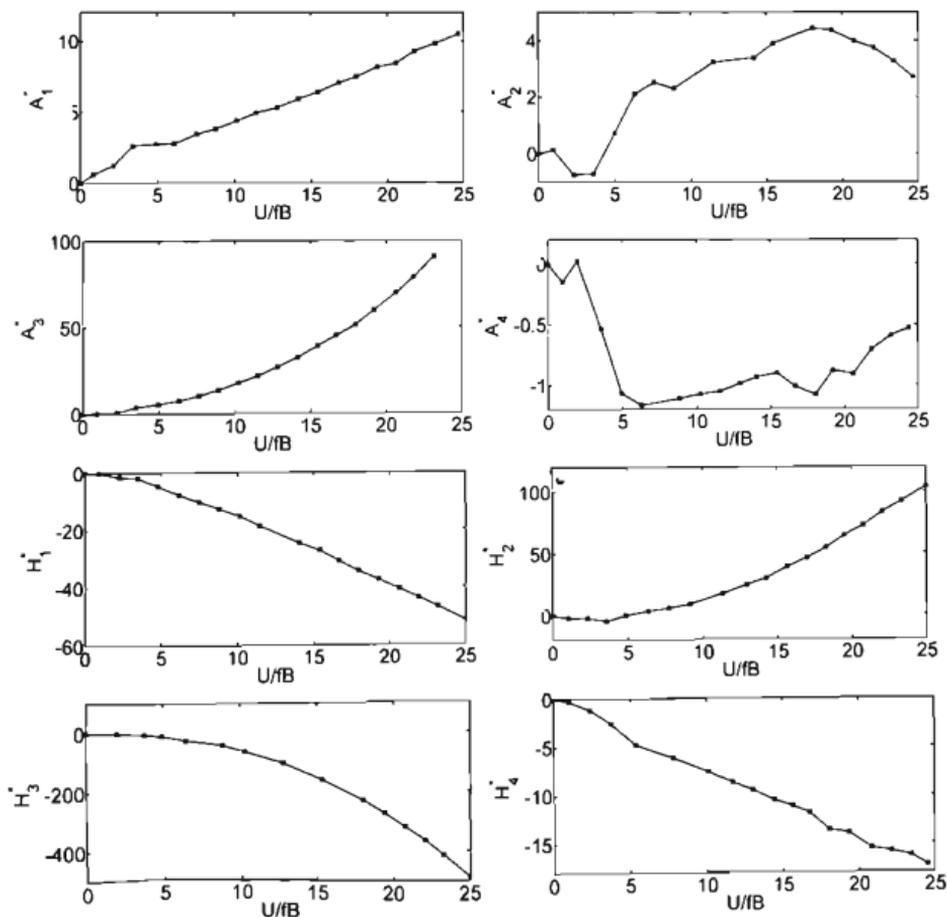
Từ nghiệm của các phương trình thực bậc bốn (17) và phương trình ảo bậc ba (18), ta có thể biểu diễn các giá trị của U/fB dưới dạng bảng như bảng 1.

Bảng 1. Các tham số flutter của cầu Vàm Cống.

U/fB	0	0,843	2,167	3,414	4,897	6,082	7,548	8,781
A_1^*	0	0,619	1,246	2,626	2,734	2,769	3,441	3,798
U/fB	10,146	11,414	12,778	14,155	15,420	16,800	17,955	19,335
A_1^*	4,386	4,923	5,318	5,914	6,397	7,059	7,492	8,167

U / fB	20,566	21,767	23,143	24,630				
A_1^*	8,444	9,298	9,845	10,5				
U / fB	0	0,941	2,316	3,595	4,969	6,297	7,572	8,873
A_2^*	0	0,144	-0,746	-0,702	0,726	2,108	2,528	2,309
U / fB	11,487	14,162	15,421	18,027	19,273	20,761	22,067	23,390
A_2^*	3,236	3,383	3,898	4,434	4,372	3,983	3,749	3,267
U / fB	24,653							
A_3^*	2,713							
U / fB	0	0,954	2,232	3,500	4,960	6,312	7,623	8,905
A_3^*	0	0,337	0,787	3,720	5,367	7,524	10,262	13,503
U / fB	10,226	11,514	12,782	14,110	15,451	16,658	17,933	19,169
A_3^*	17,750	21,791	26,732	32,352	39,049	44,929	51,144	59,637
U / fB	20,638	21,791	23,163					
A_3^*	69,651	78,541	90,643					
U / fB	0	0,971	1,973	3,553	4,940	6,266	8,806	10,226
A_4^*	0	-0,144	0,025	-0,535	-1,066	-1,165	-1,110	-1,074
U / fB	11,530	12,907	14,054	15,425	16,677	18,021	19,220	20,592
A_4^*	-1,051	-0,989	-0,935	-0,900	-1,014	-1,079	-0,880	-0,911
U / fB	21,822	23,163	24,392					
A_4^*	-0,709	-0,593	-0,535					
U / fB	0	0,904	2,292	3,463	4,786	6,165	7,510	8,789
H_1^*	0	-0,116	-1,599	-1,872	-4,714	-7,676	-10,223	-12,647
U / fB	10,136	11,454	14,059	15,419	16,655	17,964	19,268	20,631
H_1^*	-15,035	-18,475	-24,479	-27,124	-30,747	-34,372	-37,259	-40,469
U / fB	21,917	23,162	25					
H_1^*	-43,652	-46,730	-51,708					
U / fB	0	1,014	2,297	3,575	4,844	6,353	7,732	9,109
H_2^*	0	-2,100	-2,328	-4,770	-0,240	3,138	5,567	8,503
U / fB	11,321	12,928	14,235	15,618	16,962	18,228	19,469	20,762
H_2^*	17,411	24,207	29,787	38,670	45,934	54,032	64,004	72,280
U / fB	22,019	23,340	25					
H_2^*	83,086	92,108	103,877					
U / fB	0	2,005	3,772	4,923	6,454	8,842	10,296	12,792

H_3^*	0	0,526	-4,946	-11,175	-25,419	-41,725	-63,022	-101,908
U/fB	15,369	18,048	19,428	20,752	22,096	23,290	25	
H_3^*	-158,565	-227,931	271,947	-317,519	-363,847	-413,634	-486,916	
U/fB	0	0,986	2,375	3,736	5,378	7,791	10,086	11,705
H_4^*	0	-0,293	-1,173	-2,575	-4,806	-6,134	-7,571	-8,657
U/fB	13,045	14,457	15,674	16,747	18,044	19,331	20,829	22,132
H_1^*	-9,496	-10,513	-11,171	-11,864	-13,608	-13,946	-15,484	-15,823
U/fB	23,442	24,506						
H_4^*	-16,287	-17,227						

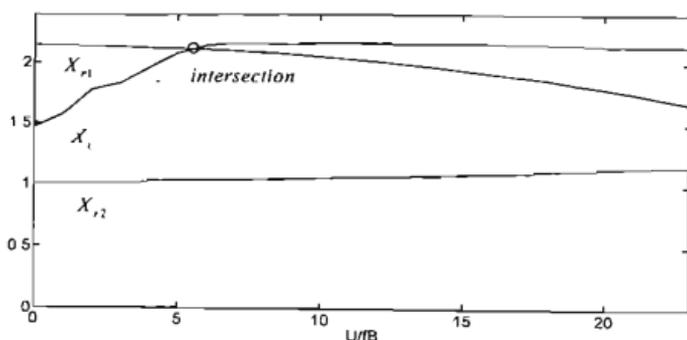


Hình 3. Biểu đồ các tham số khí động (A_i^* , H_i^* , $i = 1, 2, 3, 4$) của cầu Vàm Cống.

Bảng 2 Nghiệm các phương trình thực và ảo theo U / fB trong trường hợp mất cắt cầu Vòm Cổng.

U / fB	X_r				X_i		
0	-2,1480	-1,000	2,1480	1,0000	-	-1,4656	1,4656
1	-2,1460	-1,0022	2,1461	1,0022	-13,9850	-1,3454	1,5743
2	-2,1438	-1,0071	2,1445	1,0069	-2,6932	-0,7529	1,7799
3	-2,1334	-1,0139	2,1344	1,0137	-2,4646	-0,5887	1,8327
4	-2,1234	-1,0228	2,1250	1,0224	-2,3776	-0,3711	1,9611
5	-2,1156	-1,0341	2,1183	1,0334	-2,3515	-0,2260	2,0804
6	-2,1055	-1,0414	2,1092	1,0405	-2,3423	-0,1620	2,1413
7	-2,0932	-1,0464	2,0980	1,0452	-2,3209	-0,1285	2,1620
8	-2,0793	-1,0515	2,0851	1,0501	-2,2871	-0,1065	2,1595
9	-2,0639	-1,0573	2,0708	1,0555	-2,2557	-0,0910	2,1506
10	-2,0445	-1,0633	2,0523	1,0612	-2,2555	-0,0801	2,1621
11	-2,0247	-1,0000	2,0339	1,0674	-2,2461	-0,0686	2,1668
12	-2,0033	-1,0768	2,0138	1,0738	-2,2319	-0,0600	2,1635
13	-1,9800	-1,0835	1,9918	1,0799	-2,2168	-0,0537	2,1567
14	-1,9556	-1,6912	1,9688	1,0872	-2,2129	-0,0486	2,1585
15	-1,9268	-1,0987	1,9411	1,0941	-2,2110	-0,0450	2,1605
16	-1,8991	-1,1059	1,9148	1,1006	-2,2080	-0,0410	2,1617
17	-1,8728	-1,1157	1,8904	1,1096	-2,2032	-0,0373	2,1613
18	-1,8447	-1,1321	1,8644	1,1248	-2,1949	-0,0343	2,1571
19	-1,8050	-1,1390	1,8260	1,1300	-2,1911	-0,0322	2,1551
20	-1,7712	-1,1504	1,7940	1,1410	-2,1804	-0,0303	2,1469
21	-1,7343	-1,1649	1,7594	1,1538	-2,1733	-0,0285	2,1419
22	-1,6879	-1,1752	1,7150	1,1624	-2,1709	-0,0269	2,1407
23	-1,6460	-1,1856	1,6756	1,1707	-2,1592	-0,0254	2,1306

Loại bỏ các nghiệm âm và bằng không. Ta thấy phương trình thực (17) có hai nhánh nghiệm, phương trình ảo (18) có một nhánh nghiệm (hình 4).



Hình 4. Đồ thị các nghiệm của hai phương trình thực và ảo của cầu Vàm Cống.

Do chỉ một nhánh của nghiệm phương trình thực cắt nghiệm của phương trình ảo, nên vận tốc flutter tới hạn là duy nhất. Điểm giao của hai đường nghiệm phương trình thực và ảo được xác định gần đúng là giao điểm của đoạn thẳng nối hai điểm (5; 2.1183) và (6; 2.1092) với đoạn thẳng nối hai điểm (5; 2.0804) và (6; 2.1413). Nội suy tuyến tính ta tìm được tại vị trí điểm giao

$$\frac{U}{fB} = 5.54144, \quad X = \frac{\omega}{\omega_h} = 2.113374$$

Từ đó suy ra

$$U_{cr} = 71.1765 \text{ (m/s)}, \quad \omega_{cr} = 3.13086 \text{ (rad/s)}$$

Trong tài liệu [10], vận tốc flutter tới hạn xác định bằng thực nghiệm là $U_{cr} > 48.1 \text{ m/s}$.

4. KẾT LUẬN

Phương pháp phân tích trị riêng phức dẫn đến việc tìm giao của hai nhánh nghiệm thực và ảo khi cho định thức ma trận hệ số bằng không. Vị trí điểm giao tương ứng với vị trí dao động điều hòa, phân tách thành hai miền dao động tắt dần và dao động phát tán. Trong bài báo này, áp dụng phương pháp phân tích trị riêng phức xây dựng một chương trình tính vận tốc flutter của cầu dầm sử dụng phần mềm MATLAB.

Để minh họa thuật toán, đã áp dụng phương pháp trị riêng phức để tính toán tần số mất ổn định flutter của cầu dây văng Vàm Cống, nối tuyến quốc lộ 80 từ Lộ Tè đi Rạch Sỏi (Kiên Giang) với quốc lộ 54 thuộc tỉnh Đồng Tháp. Các kết quả tính toán phù hợp tốt với các kết quả thực nghiệm.

Lời cảm ơn. Bài báo này được hoàn thành với sự giúp đỡ tài chính của Quỹ phát triển Khoa học và Công nghệ Quốc gia và Quỹ Nghiên cứu của Đức (DFG).

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Simiu E., Scanlan R. H. - Wind effects on structures, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1996.

2. Starossek U. - Brückendynamik: Winderregte Schwingungen von Seilbrücken, Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden, 1992.
3. Matsumoto M., Nihara Y., Kobayashi Y., Sato H., Hamasaki H. - Flutter mechanism and its stabilization of bluff bodies, Proc. of 9th International Conference on Wind Engineering, 1995, pp. 827-838.
4. Matsumoto M., Mizuno K., Okubo K., Ito Y., Matsumiya H. - Flutter instability and recent development in stabilization of structures, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics **95** (2007) 888-907.
5. Matsumoto M., Matsumiya H., Fujiwara Sh., Ito Y. - New consideration on flutter properties based on step-by-step analysis, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics **98** (2010) 429-437.
6. Le Thai Hoa - Flutter stability analysis: Theory and Example, 2004.
7. Iwamoto M., Fujino Y. - Identification of flutter derivatives of a bridge deck from free vibration data, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics **54/55** (1995) 55-63.
8. Banerjee J. R. - A simplified method for the free vibration and flutter analysis of bridge decks, Journal of Sound and Vibration **260** (2003) 829 -845.
9. Inman D. J. - Engineering vibration (Edition), Prentice Hall, New Jersey, 2001.
10. Cho N. C. (Project Manager) - Vam Cong Bridge Construction Project Under Central Mekong Delta Region Connectivity Project , Vol. II. 4 (2013) (Final Report).

ABSTRACT

FLUTTER INSTABILITY ANALYSIS OF BRIDGE DECK USING COMPLEX EIGENVALUE METHOD

Nguyễn Văn Khang¹, Trần Ngọc An^{2,*}

¹*Hanoi University of Science and Technology, Hanoi*

²*Viet Nam Maritime University, Haiphong*

*Email: an9991hh@gmail.com

Complex eigenvalue method is one of the methods used to analysis flutter instability of structures under the effect of the aerodynamic forces. In this paper, complex eigenvalue method is applied to build the program that calculates flutter frequency and flutter velocity of bridge deck under the effect of wind forces, using MATLAB software. The effect of wind on the Vam Cong Bridge, a major bridge to be built in Vietnam, was studied in view of flutter stability with vertical displacement and torsional displacement.

Keywords: flutter instability, complex eigenvalue method, numerical simulation, vibration of bridge.