

Thiết kế tối ưu quỹ đạo robot sử dụng thuật toán di truyền xem xét tới ảnh hưởng của bộ điều khiển

Optimization of robotic arm trajectory using genetic algorithm in consideration of robot controller

Lưu Thị Huế^{1*}

¹Đại học Điện Lực

*Corresponding author E-mail: hue.luuthi@gmail.com

Abstract

One of the main problems in robotic is optimized trajectory planning. The trajectory planning must be optimized in moving time while satisfies motor torque and velocity and position constraints. This paper presents the design of optimized trajectory by using genetic algorithm. Different from previous researches, controlled torques is calculated from inverse dynamics of the robot, this paper proposes to calculate controlled torque from controller output. This calculation guarantees the similarity between the design and the actual implementation. Simulations have been done to verify the effectiveness of the proposed approach.

Keywords: Robot; Trajectory planning; Genetic algorithm; PD controller with gravity compensation; Time optimization.

Kí hiệu

Symbols	Units	Description
q	rad	góc khớp
\dot{q}	rad/s	vận tốc khớp
\ddot{q}	rad/s ²	gia tốc chuyển động của các khớp
x, y	m	vị trí khâu tác động cuối của robot
θ	rad	hướng khâu tác động cuối của robot
m_1, m_2, m_3	kg	khối lượng các khâu
d_1, d_2, d_3	m	chiều dài các khâu

Các từ viết tắt

GA Genetic Algorithm

Tóm tắt

Một trong những bài toán cần giải quyết trong lĩnh vực robot là thiết kế tối ưu quỹ đạo. Quỹ đạo thiết kế phải tối ưu về thời gian di chuyển đồng thời phải thỏa mãn các điều kiện ràng buộc về mô men điều khiển, phạm vi di chuyển của các khớp cũng như tốc độ chuyển động của các khớp. Bài báo này trình bày một cách thức thiết kế tối ưu quỹ đạo robot sử dụng thuật toán di truyền. Khác với các nghiên cứu trước đây tính toán mô men điều khiển cho các khớp từ phương trình động lực học ngược của robot, bài báo đề xuất tính toán giá trị mô men này

từ đầu ra của bộ điều khiển vị trí robot. Cách tính này đảm bảo độ tương đồng giữa thiết kế quỹ đạo và việc triển khai trong thực tế. Các kết quả mô phỏng đã chứng minh tính khả thi của phương án được đề xuất.

1. Giới thiệu

Bài toán thiết kế quỹ đạo là một bài toán rất cần thiết trong lĩnh vực điều khiển robot. Mục tiêu của việc thiết kế quỹ đạo là tạo ra các đầu vào tham chiếu cho hệ thống điều khiển nhằm đảm bảo việc thực hiện chuyển động theo thiết kế. Có thể giả định rằng một thuật toán thiết kế quỹ đạo lấy đầu vào là đường hình học, các ràng buộc động học và động lực học của tay máy; đầu ra là quỹ đạo của các khớp hoặc khâu tác động cuối được biểu diễn bằng chuỗi các giá trị của vị trí, vận tốc và gia tốc [1]. Bài toán thiết lập quỹ đạo thường được coi là bài toán tối ưu với các tiêu chí khác nhau, quan trọng nhất là thời gian thực hiện tối thiểu, năng lượng tối thiểu, độ giật tối thiểu. Việc thiết kế quỹ đạo sử dụng tiêu chí thời gian thực hiện tối thiểu có ý nghĩa quan trọng nhằm giảm thời gian sản xuất dẫn đến tăng năng suất trong công nghiệp. Trong [2] trình bày một phương pháp xác định quỹ đạo tối ưu theo thời gian chịu các ràng buộc về vận tốc, gia tốc và độ giật tác động lên cả cơ cấu chấp hành và bộ điều khiển. Các thuật toán thời gian thực hiện tối thiểu khác theo ràng buộc động học (như vận tốc, gia tốc và độ giật tối đa cho phép) được trình bày trong [3] - [4]. Với tiêu chí năng lượng, phương pháp này không chỉ có ý nghĩa kinh tế mà

có thể được yêu cầu bởi các ứng dụng khi nguồn năng lượng giới hạn. Trong [5] trình bày phương pháp thiết kế quỹ đạo tối ưu mà hàm mục tiêu được thiết kế để giảm thiểu năng lượng thực hiện và quỹ đạo thực hiện không bị áp đặt. Tối ưu với các tiêu chí kết hợp cũng được xem xét để thiết lập quỹ đạo. Các phương pháp lập quỹ đạo tối ưu năng lượng và thời gian được mô tả trong [6] - [7]. Hàm tối ưu bao gồm thời gian thực hiện và năng lượng, sự cân bằng giữa hai tiêu chí được kiểm soát bởi hai trọng số.

Trong thời gian gần đây, thuật toán di truyền (GA) đã được áp dụng trong nhiều lĩnh vực khác nhau như điều khiển, nhận dạng hệ thống, nhận dạng mẫu... Trong lĩnh vực robot, một trong các vấn đề hay áp dụng thuật toán GA là các bài toán tối ưu trong thiết kế quỹ đạo. Đã có nhiều nghiên cứu cho vấn đề thiết kế quỹ đạo. Nghiên cứu của P. Garg và M. Kumar [8] cho thiết kế quỹ đạo dựa trên GA, sử dụng các kỹ thuật GA cho cánh tay robot để xác định quỹ đạo tối ưu dựa trên yêu cầu mô-men xoắn tối thiểu. Các tác giả sử dụng đa thức bậc 4 về thời gian để biểu diễn quỹ đạo cho các biến khớp trong không gian khớp. Pires và Machado [9] đề xuất một phương pháp thiết kế đường đi dựa trên GA trong khi áp dụng động học trực tiếp và động lực học nghịch đảo. Quỹ đạo tối ưu là một quỹ đạo giảm chiều dài đường đi, với thời gian và năng lượng di chuyển theo yêu cầu mà không có bất kỳ va chạm nào với chướng ngại vật trong không gian làm việc. Còn Pires et al [10] sử dụng thuật toán di truyền để tối ưu hóa quỹ đạo chuyển động của robot planar. Mục tiêu GA là giảm thiểu không gian quỹ đạo /thời gian mà không vượt quá mô-men tối đa xác định trước tối đa. Các tác giả sử dụng động học trực tiếp để tránh các điểm kỳ dị. Trong bài [11] đã đề xuất một phương pháp thiết kế quỹ đạo điểm - điểm dựa trên GA khi sử dụng trực tiếp động học và động lực học ngược. Quỹ đạo tối ưu là quỹ đạo giảm thiểu cả thời gian di chuyển và quãng đường di chuyển mà không vượt quá mô-men tối đa xác định trước, không va chạm với bất kỳ chướng ngại vật nào trong không gian làm việc. Trong [12], Stanislav và cộng sự trình bày phương pháp thiết kế quỹ đạo dựa trên GA cho tay máy robot với việc tối ưu nhiều tiêu chí khác nhau. Phương pháp được mô tả dựa trên động học ngược và quỹ đạo tối ưu là giảm thiểu thời gian di chuyển và giảm thiểu mức năng lượng tiêu thụ.

Như vậy các nghiên cứu trước chủ yếu thiết kế quỹ đạo trong không gian khớp, sau đó dùng động lực học thuận để tính toán ra momen đặt vào các khớp. Tuy nhiên do tất cả các robot đều được điều khiển bởi bộ điều khiển dạng phản hồi để ổn định hệ thống và chống nhiễu, nên quỹ đạo đặt và quỹ đạo thực sẽ không hoàn toàn giống nhau. Do vậy, momen thực tại các khớp robot cũng không giống với tính toán dùng động lực học thuận sử dụng quỹ đạo đặt. Để khắc phục các nhược điểm trên, bài báo sẽ thiết kế quỹ đạo là quỹ đạo đặt cho khâu tác động cuối của robot trong không gian làm việc khi robot sử dụng một bộ điều khiển vị trí. Khi đó, các giá trị momen đặt tại các khớp, vị trí và vận tốc của khâu tác động cuối được tính toán hoàn toàn sát với thực tế cấu trúc của robot, đảm bảo sự tương đồng của quá trình thiết kế và quá trình thực thi trên robot. Phần còn lại của bài báo bao gồm các phần sau: Phần 2 giới thiệu mô hình tổng quát động lực học của robot và thuật toán điều khiển vị trí robot. Phần 3 trình bày về xây dựng quỹ đạo chuyển động cho robot. Phần 4 giới thiệu thuật toán di truyền. Phần 5 trình bày hàm mục tiêu và các ràng buộc trong việc thiết kế quỹ đạo sử dụng GA. Phần 6 trình bày các kết quả mô phỏng kiểm chứng. Phần 7 kết luận các kết quả đạt được.

2. Mô hình động lực học và bộ điều khiển của robot

Để điều khiển vị trí của tay máy ta cần biết được tính chất động lực học và giá trị lực cần thiết tác động. Mô hình động lực học của robot được mô tả như phương trình sau [13]:

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + H(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + G(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (1)$$

Với:

$M(\mathbf{q})$ là ma trận quán tính $n \times n$

$H(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ là vecto tương hỗ và ly tâm $n \times 1$

$G(\mathbf{q})$ là vecto trọng trường $n \times 1$

$\boldsymbol{\tau}$ là véc tơ mô men tác động lên các khớp của tay máy $n \times 1$

Với giả thiết các tham số của robot biết được một cách chính xác. Ở đây tác giả sử dụng thuật toán PD bù trọng trường trong không gian khớp để điều khiển vị trí của các khớp của robot [18] trang 306:

$$\boldsymbol{\tau} = K_p(\mathbf{q}_d - \mathbf{q}) - K_d\dot{\mathbf{q}} + G(\mathbf{q}) \quad (2)$$

trong đó:

\mathbf{q}_d : Quỹ đạo vị trí của các góc khớp được xác định bằng động học ngược từ quỹ đạo vị trí của khâu tác động cuối.

$\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}$: Quỹ đạo vị trí và tốc độ thực của các góc khớp.

K_p, K_d : Tham số của bộ điều khiển xác định dương.

3. Xây dựng quỹ đạo

Từ động lực học của robot (1) ta có thể xây dựng quỹ đạo để thực hiện được sự chuyển động liên tục vị trí, vận tốc của các khớp của robot với một bộ điều khiển thích hợp đã được trình bày trong mục 2. Ở đây cần xây dựng quỹ đạo chuyển động vị trí của khâu tác động cuối của robot trong không gian làm việc.

Có nhiều kiểu quỹ đạo chuyển động khác nhau cho robot. Ở đây tác giả chọn kiểu quỹ đạo dạng đa thức bậc ba cho các thành phần vị trí khâu tác động cuối, do quỹ đạo dạng đa thức bậc ba khi thiết kế chỉ cần đến điều kiện về vị trí và vận tốc của điểm đầu và điểm cuối của quỹ đạo. Quỹ đạo vị trí và hướng của khâu tác động cuối được biểu diễn bởi phương trình sau:

$$\begin{aligned} x_d(t) &= a_{x0} + a_{x1}(t - t_0) + a_{x2}(t - t_0)^2 + a_{x3}(t - t_0)^3; \\ y_d(t) &= a_{y0} + a_{y1}(t - t_0) + a_{y2}(t - t_0)^2 + a_{y3}(t - t_0)^3; \\ \theta_d(t) &= a_{\theta0} + a_{\theta1}(t - t_0) + a_{\theta2}(t - t_0)^2 + a_{\theta3}(t - t_0)^3; \end{aligned} \quad (3)$$

trong đó $t_0 \leq t \leq t_f$, với t_0 và t_f là thời gian bắt đầu và thời gian kết thúc chuyển động.

Giả sử $\mathbf{z}_0 = [x_0, y_0, \theta_0]^T$, $\dot{\mathbf{z}}_0 = [\dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{\theta}_0]^T$ lần lượt là vị trí, vận tốc tại điểm ban đầu của quỹ đạo; $\mathbf{z}_f = [x_f, y_f, \theta_f]^T$, $\dot{\mathbf{z}}_f = [\dot{x}_f, \dot{y}_f, \dot{\theta}_f]^T$ là vị trí, vận tốc tại điểm kết thúc của quỹ đạo. Khi đó, các hệ số a_{zi} trong (3) được xác định như sau:

$$\begin{aligned} a_{z0} &= z_0; \\ a_{z1} &= \dot{z}_0; \\ a_{z2} &= \frac{-3(z_0 - z_f) - (2\dot{z}_0 + \dot{z}_f)(t_f - t_0)}{(t_f - t_0)^2}; \\ a_{z3} &= \frac{2(z_0 - z_f) + (\dot{z}_0 + \dot{z}_f)(t_f - t_0)}{(t_f - t_0)^3}; \end{aligned} \quad (4)$$

với z lần lượt là x, y, θ

Quy đạo chuyển động của các góc khớp của robot được xây dựng dựa vào động học ngược vị trí của robot từ quỹ đạo vị trí của khâu tác động cuối của robot.

4. Thuật toán di truyền

Thuật toán di truyền là một kỹ thuật tối ưu hóa và tìm kiếm dựa trên nguyên lý của di truyền và chọn lọc tự nhiên. Một GA cho phép một quần thể gồm nhiều cá thể tiến hóa theo các quy tắc lựa chọn được chỉ định đến trạng thái tối ưu hóa "fitness" (hàm chi phí nhỏ nhất) [14]-[17].

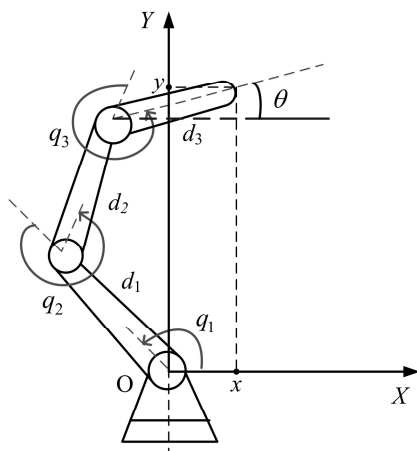
Mỗi chu kỳ trong GA tạo ra một thế hệ mới các giải pháp khả thi cho một vấn đề nhất định. Trong chu kỳ đầu, một quần thể ban đầu mô tả các đại diện của giải pháp tiềm năng được tạo ra để bắt đầu quá trình tìm kiếm. Các yếu tố của quần thể được mã hóa thành chuỗi bit được gọi là nhiễm sắc thể.

Sự thực hiện các chuỗi được gọi là tối ưu, sau đó được đánh giá bởi một số hàm chức năng, các ràng buộc của vấn đề. Dựa trên sự tối ưu của nhiễm sắc thể, chúng được lựa chọn cho một quá trình di truyền tiếp theo. Quá trình chọn lọc đảm bảo chọn những cá thể phù hợp nhất. Khi chọn lọc quần thể kết thúc, quá trình di truyền gồm hai bước được thực hiện. Bước đầu tiên kết hợp chéo (lai ghép) các bit (gen) của hai chuỗi (nhiễm sắc thể) được chọn. Có hai loại lai ghép: Lai ghép một điểm và lai ghép hai điểm. Các điểm lai ghép của hai nhiễm sắc thể là bất kỳ được chọn một cách ngẫu nhiên. Bước thứ hai trong thao tác di truyền được gọi là đột biến, trong đó các bit tại một hoặc nhiều vị trí của nhiễm sắc thể được chọn một cách ngẫu nhiên bị thay đổi. Quá trình đột biến giúp khắc phục hiện tượng cực đại cục bộ. Các con được tạo ra bởi quá trình di truyền là quần thể tiếp theo được đánh giá.

5. Thiết kế quỹ đạo sử dụng GA

5.1. Các thông số cần xác định

Để thực hiện việc thiết kế quỹ đạo ta xem xét một ví dụ là robot Planar 3 khớp quay trong mặt phẳng. Mô hình của robot planar được minh họa như hình 1



Hình 1: Mô hình robot planar.

Với thiết kế quỹ đạo chuyển động cho khâu tác động cuối của robot trong không gian làm việc và quỹ đạo chuyển động được thiết kế như phương trình (3) thì các thông số cần phải xác định

là các hệ số của quỹ đạo a_{zi} , với z là chỉ số chỉ quỹ đạo chuyển động theo trục x, y và hướng của khâu tác động cuối (góc quay quanh trục z); i là chỉ số chỉ các hệ số của quỹ đạo chuyển động cần thiết kể $i = 0 - 3$. Như vậy có thể thấy rằng cần xác định mười hai tham số cho các quỹ đạo được thiết kế. Các tham số của các quỹ đạo cần được xác định đảm bảo mục tiêu của bài toán đề ra.

5.2. Hàm mục tiêu và ràng buộc

Với mục tiêu thiết kế một quỹ đạo chuyển động cho khâu tác động cuối của robot di chuyển từ vị trí đầu tới vị trí đặt trong khoảng thời gian ngắn nhất thì hàm mục tiêu là thời gian di chuyển của robot;

$$f = T_f \quad (5)$$

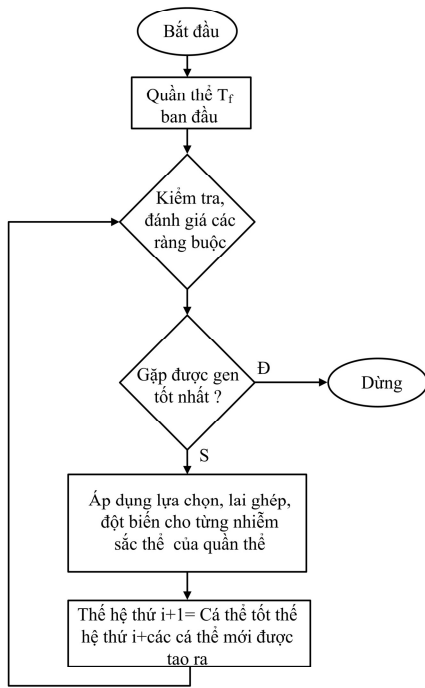
Với T_f là thời gian mà khâu tác động cuối của robot di chuyển từ vị trí đầu tới vị trí cuối.

Với mỗi một robot thì các góc khớp đều có giới hạn phạm vi chuyển động, tốc độ di chuyển. Ngoài ra, mô men điều khiển tại các khớp của robot cũng không được lớn hơn mô men lớn nhất có thể cung cấp của động cơ. Các giới hạn này là điều kiện ràng buộc của góc khớp, tốc độ, mô men các khớp khi thiết kế quỹ đạo và có thể được biểu diễn như sau:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_{min} &\leq \mathbf{q} \leq \mathbf{q}_{max}; \\ \dot{\mathbf{q}}_{min} &\leq \dot{\mathbf{q}} \leq \dot{\mathbf{q}}_{max}; \\ \tau_{imin} &\leq \tau_i \leq \tau_{imax}. \end{aligned} \quad (6)$$

Với hàm mục tiêu (5) và các ràng buộc (6), sử dụng thuật toán GA có thể xác định được T_f tối ưu, từ đó xác định được các thông số a_{zi} của quỹ đạo tối ưu dựa vào (4), do các thông số a_{zi} là hàm của T_f ($T_f = t_f - t_0$)

Thuật toán GA được xây dựng: Quần thể T_f ban đầu được đánh giá, với mỗi một cá thể T_f của quần thể ban đầu, xác định được các bộ tham số của quỹ đạo ban đầu (theo (4)), lúc này quỹ đạo đặt ban đầu được xây dựng, quỹ đạo này được đưa tới bộ điều khiển. Mô men tác động lên các khớp được lấy từ đầu ra của bộ điều khiển, sau đó được đánh giá bởi ràng buộc mô men (6). Vận tốc và vị trí thực của các khớp cũng được đánh giá bởi ràng buộc (6). Nếu quá trình đánh giá quần thể ban đầu gặp được gen tốt nhất (tức tìm được T_f tối ưu) thì quá trình tìm kiếm dừng lại. Nếu không, dựa trên tối ưu của nhiễm sắc thể, các T_f được lựa chọn cho một quá trình tiếp theo, quá trình chọn lọc đảm bảo những T_f phù hợp nhất. Sau đó các quá trình di truyền sẽ được thực hiện, để tạo ra các con là quần thể tiếp theo được đánh giá. Quá trình tìm kiếm giá trị tối ưu của T_f cứ tiếp tục được thực hiện như vậy cho đến khi tìm được giá trị của T_f tối ưu, hoặc thực hiện đến hết số thế hệ theo yêu cầu. Thuật toán tìm kiếm giá trị tối ưu được thể hiện qua lưu đồ thuật toán Hình 2



Hình 2: Lưu đồ thuật toán tìm kiếm.

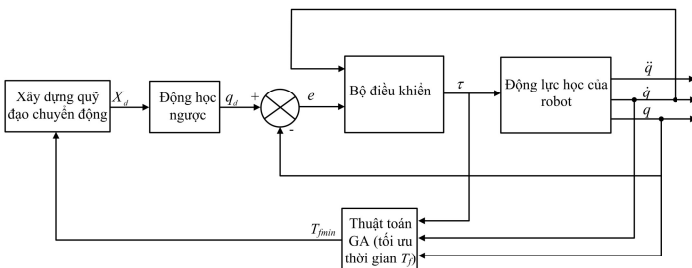
6. Mô phỏng

Sử dụng robot planar có ba bậc tự do có tham số như Bảng 1 để mô phỏng cho thuật toán GA tối ưu thời gian chuyển động của khâu tác động cuối của robot.

Bảng 1: Thông số của robot planar

m_1	1,5kg
m_2	1,2kg
m_3	1kg
d_1	1m
d_2	0,8m
d_3	0,6m

Sơ đồ mô tả hệ thống dùng GA để tối ưu thời gian chuyển động của tay máy robot như Hình 3



Hình 3: Sơ đồ mô tả hệ thống sử dụng GA để tối ưu thời gian chuyển động.

Sơ đồ Hình 3 làm việc như sau: Thời gian chuyển động của khâu tác động cuối được lấy từ quần thể T_f của thuật toán GA, từ đó xây dựng được quỹ đạo tham chiếu của khâu tác động

cuối. Để xác định quỹ đạo tham chiếu của các khớp theo vị trí và hướng đặt của khâu tác động cuối dựa vào động học ngược của robot [18]. Quỹ đạo tham chiếu của các khớp được đưa vào bộ điều khiển, vị trí và vận tốc thực của các khớp cũng được phản hồi lại bộ điều khiển. Khi đó mô men tác động lên các khớp sẽ được lấy từ đầu ra của bộ điều khiển, mô men này sẽ được đưa vào thuật toán GA để kiểm tra điều kiện giới hạn về mô men điều khiển. Vị trí, vận tốc thực của các góc khớp cũng được đưa vào thuật toán GA để kiểm tra các điều kiện giới hạn chuyển động khi tối ưu thời gian di chuyển của tay máy.

Quỹ đạo thiết kế có điểm bắt đầu và điểm kết thúc của khâu tác động cuối trong mô phỏng cho như sau:

$$x_0 = 1,7 m; y_0 = 1,5 m; \theta_0 = 1,0472 rad$$

$$x_f = -1,2 m; y_f = 0,78 m; \theta_f = 2,618 rad$$

Với các điều kiện chặn trên, chặn dưới của các góc khớp, tốc độ chuyển động của các góc khớp cho bởi Bảng 2, lấy theo [19].

Bảng 2: Giới hạn trên, và giới hạn dưới của các khớp của robot

Khớp	1	2	3	1	2	3	1	2	3
Mục	q_1	q_2	q_3	\dot{q}_1	\dot{q}_2	\dot{q}_3	τ_1	τ_2	τ_3
max	4	3	2.6	10	10	10	25	25	25
min	-0.3	-3	-2.6	-10	-10	-10	-25	-25	-25

Sử dụng thuật toán GA, các tham số của GA như sau:

Số cá thể trong mỗi quần thể là 20

Quá trình di truyền được thực hiện tối đa 20 thế hệ.

Quần thể của thế hệ tiếp theo sẽ có 5 cá thể tốt nhất của thế hệ trước được giữ lại

Sai số của các hàm đánh giá là 10^{-6}

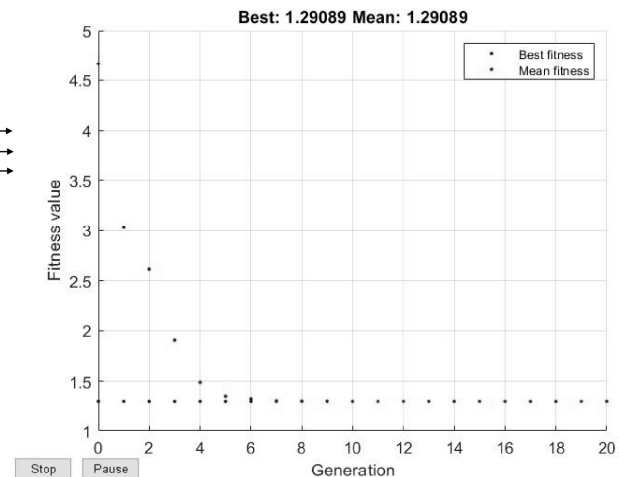
Hàm lai ghép sử dụng: @crossoverintermediate.

Tỉ lệ lai ghép là 0,9

Hàm đột biến sử dụng: {@mutationadaptfeasible, 0.5}.

Tỉ lệ đột biến là 0,1

Kết quả chạy GA để tìm thời gian chuyển động tối ưu của khâu tác động cuối của tay máy như trên Hình 4. Trên đồ thị thấy rằng, hàm mục tiêu đã giảm dần đến giá trị cực tiểu theo số vòng lặp trong thuật toán GA.



Hình 4: Kết quả GA sau 20 thế hệ.

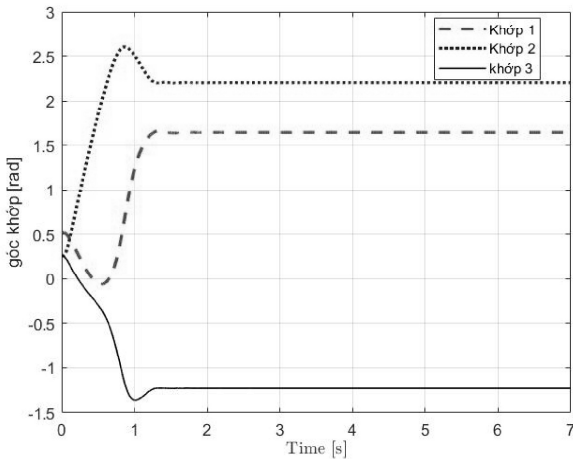
Từ kết quả của thuật toán GA, ta có kết quả quỹ đạo chuyển động dạng đa thức bậc 3 của khâu tác động cuối với thời gian chuyển động tối ưu là $T_f = 1,29089$ và phương trình biểu diễn các thành phần vị trí và hướng của khâu tác động cuối của robot như sau:

$$x = 1,7317 - 5,2779t^2 + 2,7257t^3$$

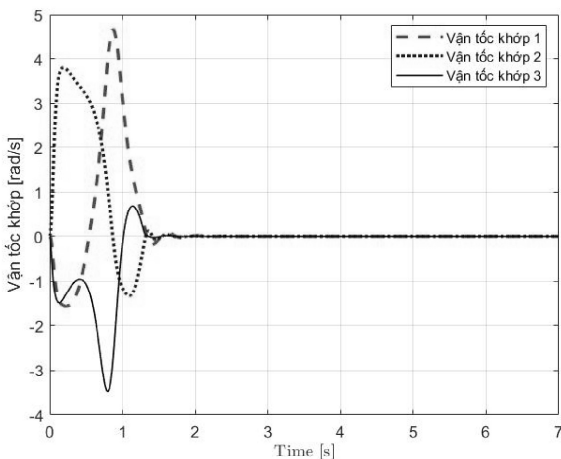
$$y = 1,5853 - 1,4498t^2 + 0,7487t^3$$

$$\theta = 1,0472 + 2,8279t^2 - 1,4604t^3$$

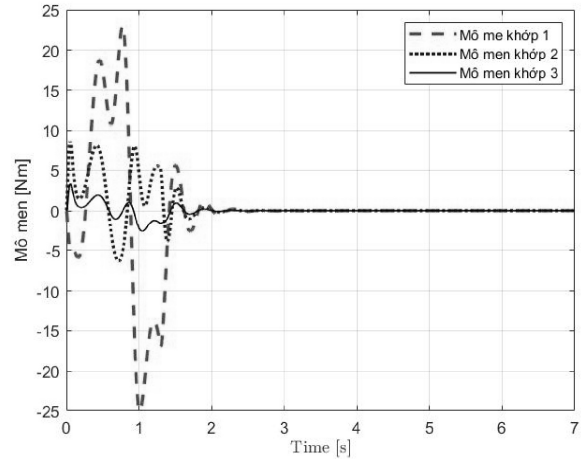
Từ đồ thị Hình 5 – Hình 8 cho thấy tất cả các giới hạn về góc khớp, tốc độ chuyển động của góc khớp và mô men tác động lên các khớp nằm trong giới hạn cho phép. Hình 8 cho thấy mô men của khớp 1 đạt giá trị giới hạn nhỏ nhất. Kết quả cho thấy GA hoạt động tốt, không bị mắc lỗi hội tụ sớm.



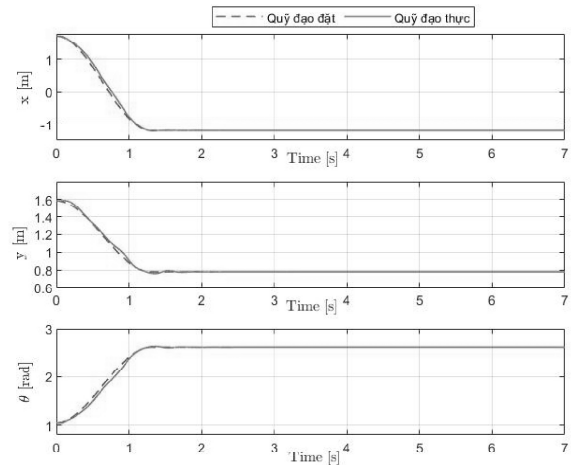
Hình 5: Quỹ đạo chuyển động của các góc khớp.



Hình 6: Vận tốc chuyển động của các khớp.



Hình 7: Mô men tác động lên các khớp.



Hình 8: Quỹ đạo chuyển động của vị trí và hướng của khâu tác động cuối.

7. Kết luận

Vấn đề thiết kế quỹ đạo chuyển động của robot đã được nghiên cứu trong bài này. Dựa trên GA, quá trình tối ưu thời gian di chuyển của tay máy đã được giải quyết. Quá trình tối ưu hóa nhờ thuật toán di truyền được đề xuất để xác định các tham số của quỹ đạo đa thức của tay máy. Do quỹ đạo được tối ưu độc lập với hình dạng robot, nên nó có thể được sử dụng trong việc điều khiển bất kỳ loại robot nào. Trong quá trình tối ưu hóa, giới hạn mô men tác động lên các khớp robot được lấy từ bộ điều khiển được coi là các hàm ràng buộc, do đó quỹ đạo thu được là tối ưu và phù hợp với triển khai thực tế.

Tài liệu tham khảo

- [1] Sciavicco L., Siciliano B., Villani L., Oriolo G., "Robotics. Modelling, Planning and Control", Springer, London, 2009
- [2] Dong J., Ferreira P.M., Stori, " Feed-rate optimization with jerk constraints for generating minimum-time trajectories", Int. J.Mach. Tools Manuf, vol.47, no.12, 2007, pp. 1941–1955.
- [3] Tangpattanakul P., Artrit P., " Minimum-Time Trajectory of Robot Manipulator Using Harmony Search Algorithm", In: Proceedings of the IEEE 6th International Conference on ECTI-CON, 2009, pp. 354–357.
- [4] Joonyoung K., Sung-Rak K., Soo-Jong K., Dong-Hyeok K., " A practical approach for minimum-time trajectory planning for industrial robots", Ind. Robots Int. J, vol. 37, no.1, 2010, pp.51–61.

- [5] Saramago S.F.P, Steffen V. Jr. "Optimal trajectory planning of robot manipulators in the presence of moving obstacles", *Mechanism and Machine Theory*, vol. 35, no. 7, 2000, pp.1079–1094.
- [6] Verscheure D., Demeulenaere B., Swevers J., De Schutter J., Diehl M., "Time-energy optimal path tracking for robots: a numerically efficient optimization approach", In: *Proceedings of the 10th International Workshop on Advanced Motion Control*, 2008, pp. 727–732.
- [7] Xu H., Zhuang J., Wang S., Zhu Z., "Global Time-Energy Optimal Planning of Robot Trajectories", In: *Proceedings of the International Conference on Mechatronics and Automation*, 2009, pp. 4034–4039.
- [8] M. K. Devendra P. Grag, "Optimization Techniques Applied To Multiple Manipulators for Path Planning and Torque Minimization," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 15, no.3, June 2002, pp. 241-252.
- [9] E. J. S. P. J. A. T. Machado, "A Ga Perspective Of The Energy Requirement For Manipulators Maneuvering In A Workspace With Obstacles," *Cec 2000- Congress On Evolutionary Computation*, 16-19 July 2000, Santiago, California, USA, pp. 1110- 1116
- [10] J. A. T. M. P. B. M. O. E.J. Solteriro Pires, "Fractional Order Dynamic In A Genetic Algorithm," *The 11th International Conference On Advanced Robotics*, Colombia, Portugal, June 30- July 3, 2003, pp. 264 -269
- [11] A. I. M. Bahaa Ibraheem Kazem, Ali Talib Oudah, "Motion Planning for a Robot Arm by Using Genetic Algorithm," *Jordan Journal of Mechanical and Industrial Engineering*, vol.2, no. 3, Sep 2008, pp. 131 - 136
- [12] S. S. I. S. M. Dekan, "Optimization of Robotic Arm Trajectory Using Genetic Algorithm," *Proceedings of the 19th World Congress The International Federation of Automatic Control*, Cape Town, South Africa, August 2014, pp.24-29
- [13] Armstrong, O. Khatib, J. Burdick, "The explicit dynamic model and inertial parameters of the PUMA 560 arm", *Proceedings. 1986 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 7-10 April 1986.
- [14] M. P. Hidalgo D, Castillo O, "An optimization method for designing type-2 fuzzy inference systems based on the footprint of uncertainty using genetic algorithms", *Expert Systems with Applications*, vol.39, Issue 4, March 2012, pp. 4590-4598
- [15] P. D. Roy SS, "Soft computing-based expert systems to predict energy consumption and stability margin in turning gaits of six-legged robots," *Expert systems with applications*, vol.39, Issue 5, April 2012, pp. 5460-5469
- [16] K. R., "A genetic algorithm approach to a neural-network-based inverse kinematics solution of robotic manipulators based on error minimization", *Information Sciences*, vol.222, 10 February 2013, pp. 528-543.
- [17] G. J. Eder R, "Special genetic identification algorithm with smoothing in the frequency domain", *Advances in Engineering Software*, vol.70, April 2014, pp.113-122.
- [18] J. J. Craig, "Introduction to Robotics Mechanics and Control," Pearson Education International, third Edition 2005.
- [19] A. S. M. a. A. M. S. Z. S. Sun, "Trajectory planning of multiple coordinating robots using genetic algorithms," *Robotica*, vol. 14. Issue 02, March 1996, pp. 227-234.