

# Áp dụng kỹ thuật Backstepping cho ổ từ dọc trục cấu trúc nguyên khối một bậc tự do

## Application of Backstepping control technique to Non-laminated active magnetic thrust bearings of one degree of freedom

Lê Ngọc Hội<sup>1,2</sup>, Nguyễn Quang Định<sup>1</sup>, Lê Đức Thịnh<sup>1</sup>, Nguyễn Tùng Lâm<sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup>Đại học Bách khoa Hà Nội

<sup>2</sup>Đại học Công Nghiệp TP. Hồ Chí Minh

\*Corresponding author E-mail: [lam.nguyentung@hust.edu.vn](mailto:lam.nguyentung@hust.edu.vn)

### Abstract

This paper proposes the backstepping technique for 1 DOF non-laminated active magnetic thrust bearings (1 pair of magnetic poles) in which the mathematical model contains fractional order derivative components, this is the influence quantity of the eddy current. The purpose of the problem is to control the setting value of the thrust disk to reach the desired position. First, the mathematical model of non-laminated active magnetic thrust bearings in the form of a fractional order derivative component is introduced. To obtain the stability of the control object, the Lyapunov function is selected to have a positive value, and the control current is chosen so that the fractional derivative of the Lyapunov function is negative to verify the performance of the non-laminated active magnetic thrust bearings using backstepping control technique, a simulation structure was performed on MatlabSimulink software. The results show that non-laminated active magnetic thrust bearings stabilize the actual state variable values and reach the desired set value in a very short time.

**Keywords:** Backstepping Control, Fractional Order Differentiation, Non-laminated, Lyapunov function, Eddy current.

### Các từ viết tắt

|                         |                                                |
|-------------------------|------------------------------------------------|
| $\alpha$                | Đạo hàm bậc phân số (fractional order) của $a$ |
| Điều khiển Backstepping | BSC                                            |
| SMC                     | Điều khiển trượt                               |
| PID                     | Proportional Integral Derivative               |
| FBL                     | bộ điều khiển bù phi tuyến                     |

### Tóm tắt

Bài báo này đề xuất kỹ thuật điều khiển Backstepping cho ổ từ dọc trục cấu trúc nguyên khối một bậc tự do (1 cặp cực từ) trong đó mô hình toán học có chứa thành phần đạo hàm cấp phân số, đây là đại lượng ảnh hưởng của dòng xoáy. Mục đích của bài toán là điều khiển cho giá trị đặt của đĩa quay đạt được vị trí mong muốn. Đầu tiên, mô hình động học của ổ từ một bậc tự do cấu trúc nguyên khối dạng hệ phương trình trạng thái mà động lực học có chứa thành phần đạo hàm cấp phân số được giới thiệu. Để thỏa mãn tính ổn định của đối tượng điều khiển hàm Lyapunov được chọn có giá trị dương và dòng điều khiển được chọn sao cho đạo hàm cấp phân số của hàm Lyapunov xác định âm. Để kiểm chứng khả năng làm việc của ổ từ cấu tạo nguyên khối đối với BSC, một cấu trúc mô phỏng được thực hiện trên phần mềm MatlabSimulink.

Kết quả cho thấy ổ từ làm việc ổn định giá trị các biến trạng thái thực tế bám và ổn định theo giá trị đặt mong muốn trong thời gian rất ngắn.

### 1. Giới thiệu

Ổ đỡ từ chủ động là thiết bị cơ điện sử dụng lực từ trường để nâng rotor hoặc để giữ rotor ở vị trí chính giữa trong khe hở không khí mà không có tiếp xúc cơ học. Vì vậy hệ thống không có ma sát hoặc mài mòn, nó không cần bôi trơn. Ngoài ra, ổ đỡ từ không gây ô nhiễm môi trường, có tuổi thọ làm việc lâu dài và có thể được ứng dụng rộng rãi trong hàng không vũ trụ, năng lượng, giao thông vận tải và các lĩnh vực công nghệ cao khác, cũng như trong các máy công cụ siêu chính xác tốc độ cao [1]–[3].

Mạch từ (stator và rotor) của ổ đỡ từ thường được ghép bằng các lá thép kỹ thuật để giảm tổn hao dòng xoáy khi có từ thông biến thiên trong vật liệu sắt từ. Tuy nhiên, đối với ổ từ dọc trục trong một số ứng dụng các cơ cấu chấp hành thường cấu tạo nguyên khối. Đặc biệt, do yêu cầu về độ bền cơ học và chi phí nên đĩa quay của ổ từ dọc trục thường được cấu tạo nguyên khối. Trong các ứng dụng của ổ đỡ từ cấu tạo nguyên khối hoạt động khi cấp dòng điện một chiều (DC) thay đổi theo thời gian vào hai đầu cuộn dây, dòng xoáy sẽ ảnh hưởng sâu sắc đến hoạt động của cơ cấu chấp hành và phải được xem xét trong mô hình hóa hệ thống và thiết kế bộ điều khiển. Được bắt đầu từ đầu những năm 1990, BSC là một phương pháp thiết kế bộ điều khiển ổn định theo tiêu chuẩn Lyapunov cho

các hệ phi tuyến có dạng truyền ngược chặt. Bằng phương pháp truy hồi, ta sẽ tìm được hàm điều khiển Lyapunov của hệ đã cho từ các hàm điều khiển Lyapunov của các hệ con bên trong. Để hệ thống ổn định theo tiêu chuẩn Lyapunov hàm Lyapunov xác định dương và đạo hàm của nó xác định âm.

Một hệ thống có thể đưa ra dưới dạng một mô hình toán học dạng đạo hàm bậc số nguyên, hoặc hệ thống có thể được về dạng mô hình toán học dạng đạo hàm bậc phân số. Ở từ đọc trực cấu trúc xếp lớp động lực học được đưa về dạng đạo hàm cấp số nguyên, trong đó ở từ cấu trúc nguyên khối động lực học được đưa về dạng đạo hàm cấp phân số. Việc có các kỹ thuật và công cụ cần thiết cho những trường hợp mà mô hình toán học có dạng đạo hàm bậc phân số mới được phát triển trong những năm gần đây trở thành một vấn đề quan trọng. Tuy nhiên phương pháp điều khiển theo kỹ thuật backstepping được áp dụng cho đối tượng thông thường mà mô hình toán học chứa đạo hàm bậc số nguyên là khá nhiều, trong đó điều khiển cho đối tượng mà mô hình toán học có chứa đạo hàm bậc phân số là rất ít công trình nghiên cứu đã công bố.

Mặc dù BSC đã áp dụng cho ở từ thông thường khi stator và rotor được cấu tạo bởi các lá thép kỹ thuật mỏng ghép lại trong đó động lực học có chứa thành phần đạo hàm cấp số nguyên đã được áp dụng rất nhiều. Nhưng đối với ở từ cấu tạo nguyên khối [4]-[9], [15], trong đó động lực học có chứa thành phần đạo hàm cấp phân số chưa có công trình nào nghiên cứu về điều khiển phi tuyến nói chung và điều khiển backstepping nói riêng được công bố. Các tác giả chỉ áp dụng phương pháp điều khiển kinh điển trên miền tần số như PID, FOPID [4], FBL [4] FBL-PID [4]. Đặc biệt vấn đề điều khiển cho những đối tượng mà động lực học có chứa đạo hàm cấp phân số là một vấn đề mới, chỉ phát triển trong vòng 1 thập kỷ vừa qua. Do đó việc nghiên cứu phương pháp điều khiển backstepping cho ở từ cấu tạo nguyên khối để hoàn thiện và nâng cao chất lượng điều khiển cho ở từ cấu tạo nguyên khối là vấn đề mới và cần thiết. Bài báo này tập trung vào việc điều chỉnh kỹ thuật điều khiển backstepping đối với ở từ đọc trực cấu trúc nguyên khối mà động lực có dạng đạo hàm bậc phân số.

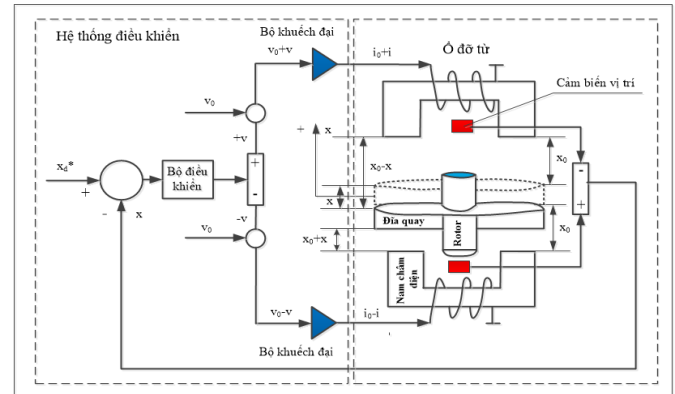
Tóm lại trong bài báo này tác giả đã đưa ra một số đóng góp mới như sau:

- i) Mô hình toán học của ở từ cấu trúc nguyên khối dạng hệ phương trình trạng thái trên miền thời gian đã được trình bày.
- ii) Kết luận một hệ thống mà mô hình toán học có chứa đạo hàm bậc phân số ổn định khi giá trị của hàm Lyapunov xác định dương, đạo hàm cấp phân số của nó xác định âm trình bày.
- iii) BSC đã được áp dụng cho ở từ đọc trực cấu trúc nguyên khối trong đó mô hình toán học có chứa thành phần cấp phân số.

Bài báo này được tổ chức như sau: Phần 2 mô tả ngắn gọn mô hình toán học dạng hệ phương trình trạng thái trên miền thời gian của ở từ một bậc tự do cấu trúc nguyên khối, phần 3 mô tả cơ sở về phép đạo hàm tích phân bậc phân số. Trong phần 4. Quy trình áp dụng BSC cho ở từ đọc trực cấu trúc nguyên khối trong đó mô hình toán học có chứa đạo hàm bậc phân số được mô tả chi tiết. Kết quả mô phỏng của bộ điều khiển cho ở từ một bậc tự do cấu tạo nguyên khối được cung cấp để chứng minh chất lượng phương pháp BSC được đề xuất trong phần 5. Kết luận được rút ra trong phần 6.

## 2. Mô hình toán học

Cấu trúc hệ thống điều khiển của ở từ cấu trúc nguyên khối một cặp cực từ được thể hiện như hình 1 gồm: một đĩa quay có cấu trúc nguyên khối được treo tự do tại một khoảng cách mong muốn  $x_0$  bởi 2 nam châm điện từ hình C cũng có cấu trúc nguyên khối.



**Hình 1.** Cấu trúc hệ thống điều khiển 1 cặp cực từ hình C cấu tạo nguyên khối

Theo [15] động lực học trên miền thời gian của một cặp cực từ có cấu trúc nguyên khối được thể hiện theo (1)

$$\frac{d^{5/2}x}{dt^{1/2}} = f(x) + g(x)i + d(x) \quad (1)$$

Trong đó:

$$f(x) = \frac{2K_x R^0}{mk} x - \frac{CR^0}{mk} \frac{dx}{dt} - \frac{C}{m} \frac{d^{3/2}x}{dt^{3/2}} - \frac{R^0}{k} \frac{d^2x}{dt^2} - \frac{R^0 g}{k}$$

$$g(x) = \frac{2K_i R^0}{mk}, \quad C \text{ là hệ số giảm chấn của đĩa quay [14], } m$$

là khối lượng của đĩa quay,  $l_i = 2h + 2c$  là chiều dài đường từ trường của sắt từ,  $k$  được xác định như (2) là hệ số biểu thị ảnh hưởng dòng xoáy trong ở từ cấu trúc nguyên khối.

$$k = \left[ \frac{l_i}{4(a+b)} + \frac{b}{3a} - \frac{16b^2}{\pi^5 a^2} \tanh\left(\frac{\pi a}{2b}\right) \right] \sqrt{\frac{\sigma}{\mu_r \mu_0}} \quad (2)$$

$$R^0 = \frac{1}{\mu_0 A} \left( 2z_0 + \frac{l_i}{\mu_r} \right) \text{ là tổng từ trở tĩnh.}$$

$$K_i = \frac{2N^2 i_0}{\mu_0 A (R^0)^2} \text{ là hệ số tỉ lệ với dòng điện.}$$

$$K_x = \frac{1}{(R^0)^3} \left( \frac{2Ni_0}{\mu_0 A} \right)^2 \text{ là hệ số tỉ lệ với độ dịch chuyển.}$$

$f_x$  là nhiễu tải bên ngoài.

$$d(x) = \frac{1}{m} \frac{d^{1/2}(f_x)}{dt^{1/2}} + \frac{R^0 f_x}{km} \text{ là tổng nhiễu tải bên ngoài.}$$

Từ (1) đặt:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = x \\ \frac{d^{1/2} x_1}{dt^{1/2}} = x_2 \\ \frac{d^{1/2} x_2}{dt^{1/2}} = x_3 \\ \frac{d^{1/2} x_3}{dt^{1/2}} = x_4 \\ \frac{d^{1/2} x_4}{dt^{1/2}} = x_5 \\ \frac{d^{1/2} x_5}{dt^{1/2}} = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) + g(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)i + d(x) \end{array} \right. \quad (3)$$

Trong đó:

$$f(x_1, \dots, x_5) = \frac{2K_x R^o}{mk} x_1 + 0x_2 - \frac{CR^o}{mk} x_3 - \frac{C}{m} x_4 - \frac{R^o}{k} x_5 - \frac{R^o g}{k}$$

$$g(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = \frac{2K_i R^o}{mk}. \text{ Khi bỏ qua nhiều tải bên ngoài}$$

(3) trở thành:

$$\frac{d^{1/2} x_5}{dt^{1/2}} = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) + g(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)i \quad (4)$$

Vậy (3) là động lực học tuyến tính tổng quát trên miền thời gian viết dưới dạng hệ phương trình trạng thái của ô từ dọc trục (1 cặp cực từ) cấu trúc nguyên khối. Có thể nhận thấy (3) là hệ phương trình trạng thái dạng hệ phi tuyến có dạng truyền ngược chặt

### 3. Cơ sở toán học về phép đạo hàm tích phân bậc phân số

#### 3.1 Tích phân bậc phân số của Riemann-Liouville

Theo [13] Định nghĩa của Riemann-Liouville về phép tích phân bậc phân số được xác định như (5)

$${}_a I^\alpha [f(t)]_t^{RL} = \int_a^t \frac{(t-\tau)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} f(\tau) d\tau \quad (5)$$

Trong đó:  $\alpha$  cận dưới của tích phân bậc phân số,  $\alpha$  là bậc của tích phân phân số.

$$\Gamma(\beta) = (\beta-1)\Gamma(\beta-1) \int_0^\infty e^{-t} t^{\beta-1} dt \text{ là hàm Gamma}$$

$B(p, q)$  là hàm chức năng beta.

Theo [13] khi  $f(t) = y_1(x) = x^\nu$ , tích phân bậc phân số của  $y_1(x)$  là:

$$\begin{aligned} {}_0 I^\alpha [y_1(x)]_t^{RL} &= \int_0^x \frac{(x-\xi)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} \xi^\nu d\xi \\ &= \frac{x^{\alpha+\nu}}{\Gamma(\alpha)} B(\alpha, \nu+1) \\ &= \frac{\Gamma(\nu+1)}{\Gamma(\alpha+\nu+1)} x^{\alpha+\nu} \end{aligned} \quad (6)$$

#### 3.2 Đạo hàm bậc phân số của Caputo

Theo [13] Định nghĩa của Caputo's về phép đạo hàm bậc phân số được xác định như (7).

$${}_a D^\beta [y_1(x)]_x^C = \int_a^x \frac{(x-\tau)^{n-\beta-1}}{\Gamma(n-\beta)} \left( \frac{d^n}{d\tau^n} \tau^\nu \right) d\tau \quad (7)$$

Trong  $\beta$  là bậc của đạo hàm phân số,  $a$  cận dưới của tích phân phân số.

Tính chất của phép đạo hàm bậc phân số:

Khi bậc phân số  $\beta = 0$  khi đó:

$${}_a D^0 f(t) = f(t) \quad (8)$$

Phép đạo hàm cấp phân số có tính tuyến tính, với  $b, c$  là hằng số:

$${}_a D^\beta (bf(t) + cg(t)) = b {}_a D^\beta f(t) + c {}_a D^\beta g(t) \quad (9)$$

Đối với các toán tử bậc phân số với  $\alpha > 0, \beta > 0$ , phép đạo hàm bậc phân số của  $f(t)$  có quy luật cộng của số mũ:

$${}_a D^\beta ({}_a D^\alpha f(t)) = {}_a D^{\alpha+\beta} f(t) \quad (10)$$

Xem xét  $a_k, b_k \in \mathfrak{R}$ ,  $\alpha_k, \beta_k \in \mathfrak{R}^+$  một phương trình đạo hàm bậc phân số được định nghĩa như sau [12]:

$$({}_a D^{\alpha_n} + {}_a D^{\alpha_{n-1}} + \dots + {}_a D^{\alpha_0}) y(t) = (b_m D^{\beta_m} + \dots + b_0) u(t) \quad (11)$$

Với giả thiết rằng tất cả các điều kiện ban đầu đều bằng không, từ đó hàm truyền được xác định như sau [13]:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^{\beta_m} + b_{m-1} s^{\beta_{m-1}} + \dots + b_0}{a_n s^{\alpha_n} + a_{n-1} s^{\alpha_{n-1}} + \dots + a_0} \quad (12)$$

Theo [13] khi  $f(t) = y_1(x) = x^\nu$ , đạo hàm cấp phân số của  $y_1(x)$  là:

$$\begin{aligned} {}_0 D^\beta [y_1(x)]_x^C &= \int_0^x \frac{(x-\xi)^{n-\beta-1}}{\Gamma(n-\beta)} \left( \frac{d^n}{d\xi^n} \xi^\nu \right) d\xi \\ &= \frac{\Gamma(\nu+1)}{\Gamma(\nu-n+1)} \frac{\Gamma(\nu-n+1)}{\Gamma(n-\beta+\nu-n+1)} x^{n-\beta+\nu-n} \\ &= \frac{\Gamma(\nu+1)}{\Gamma(\nu-\beta+1)} x^{\alpha+\nu} \end{aligned} \quad (13)$$

#### Định lý 1:

Theo [12] định lý được phát biểu như sau:

Đặt  $z$  là biến và chọn hàm Lyapunov được cho bởi (14):

$$V = \frac{1}{2} z^2 \quad (14)$$

Nếu  $zz^q < 0$  và  $0 < q < 1 \rightarrow zz < 0$  thỏa mãn.

#### Định lý 2:

Theo [13] định lý được phát biểu như sau:

Giả sử rằng cả hai hàm  $f(u)$  và  $u(x)$  có đạo hàm bậc phân số bậc  $q$  lần lượt theo  $u$  và  $x$ . Quy luật Chain của đạo hàm phân số được mô tả bởi phương trình sau:

$$\frac{\partial^q f(u(x))}{\partial x^q} = \Gamma(2-q) u^{q-1} \frac{\partial^q f(u)}{\partial^q u} \frac{\partial^q u(x)}{\partial^q x} \quad (15)$$

#### Định lý 3:

Cũng theo [13] định lý được phát biểu như sau:

Nếu quy luật Chain của đạo hàm phân số thỏa mãn bởi (15) và nếu  $V(x)$ ,  $x(t)$ , và  $\Lambda$  được cho bởi:

$$V(x) = x^T \Lambda x$$

$$x(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_n(t)] \quad (16)$$

$$\Lambda = \text{diag}[\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \dots \quad \lambda_n]$$

Đạo hàm phân số bậc  $q$  theo thời gian  $t$  có thể viết như sau:

$$\frac{d^q V(x)}{dt^q} = \frac{2}{2-q} x^T \Lambda \frac{\partial^q x}{\partial t^q} = \frac{2}{2-q} \frac{\partial^q x}{\partial t^q} \Lambda x \quad (17)$$

**Kết luận:** Áp dụng định lý 2 và 3 cho hàm  $V = \frac{1}{2} z^2$ , từ đó

$$\text{đạo hàm bậc phân số } q \text{ của } V(z) \text{ là } \frac{d^q V}{dt^q} = \frac{2}{2-q} z \frac{d^q z}{dt^q},$$

$0 < q < 1$ , từ đó áp dụng định lý 1 và theo tính chất ổn định của hàm Lyapunov trong bài báo này tác giả mạnh dạn đưa ra được định lý được phát như sau:

Nếu hàm Lyapunov  $V$  thỏa mãn định lý 1, 2, 3 và có đạo hàm bậc phân số của  $V$ :  $\frac{d^q V}{dt^q} < 0 \rightarrow \dot{V} = z_1 \dot{z}_1 < 0 \rightarrow$  Hệ thống điều khiển ổn định theo định lý Lyapunov

#### 4. Kỹ thuật Backstepping cho ổ từ cấu trúc nguyên khối

Đặt  $z_1, z_2, z_3, z_4$  và  $z_5$  là sai lệch giữa giá thực và giá đặt được xác định như sau:

Trong đó:

$z_1$  là sai lệch giữa độ dịch chuyển thực của đĩa quay và giá trị đặt tương ứng.

$z_3$  là sai lệch giữa vận tốc thực của đĩa quay và giá trị đặt.

$z_5$  là sai lệch giữa gia tốc thực của đĩa quay và giá trị đặt.

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 - r_1 - A_1 \\ z_2 &= x_2 - r_2 - A_2 \\ z_3 &= x_3 - r_3 - A_3 \\ z_4 &= x_4 - r_4 - A_4 \\ z_5 &= x_5 - r_5 - A_5 \end{aligned} \quad (18)$$

Trong đó:  $A_1 = 0$ .

Chọn hàm Lyapunov có dạng như sau:

$$V = \frac{1}{2} (z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 + z_4^2 + z_5^2) \quad (19)$$

Từ đó áp dụng định lý 2 và 3 tính được:

$$\frac{d^{1/2} V}{dt^{1/2}} = \frac{2}{3} (z_1 z_1^{f/2} + z_2 z_2^{f/2} + z_3 z_3^{f/2} + z_4 z_4^{f/2} + z_5 z_5^{f/2}) \quad (20)$$

**Bước 1:** Xét  $V_1 = z_1 z_1^{f/2}$ :

$$V_1 = z_1 (x_1^{f/2} - r_1^{f/2}) = z_1 (x_2 - r_2) = z_1 (z_2 + A_2) \quad (21)$$

**Bước 2:** Với  $k_1 > 0$ , chọn  $A_2 = -k_1 z_1$ , từ đó suy ra:

$$\begin{aligned} V_1 &= -k_1 z_1^2 + z_1 z_2 \\ A_2^{f/2} &= -k_1 z_1^{f/2} = -k_1 (z_2 + A_2) \end{aligned} \quad (22)$$

**Bước 3:** Tương tự xét  $V_2 = z_1 z_1^{f/2} + z_2 z_2^{f/2}$ :

$$V_2 = -k_1 z_1^2 + z_2 (z_3 + A_3 - A_2^{f/2} + z_1) \quad (23)$$

Chọn

$$A_3 = -k_2 z_2 + A_2^{f/2} - z_1 \quad (24)$$

$$\rightarrow V_2 = -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 + z_2 z_3 \quad (25)$$

$$\begin{aligned} A_3^{f/2} &= -k_2 z_2^{f/2} + A_2^{f^1} - z_1^{f/2} \\ &= -(k_1 + k_2)(z_3 + A_3) - (z_2 + A_2) + k_2 A_2^{f/2} \end{aligned}$$

**Bước 4:** Tương tự xét  $V_3 = z_1 z_1^{f/2} + z_2 z_2^{f/2} + z_3 z_3^{f/2}$ :

$$\begin{aligned} V_3 &= -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 + z_2 z_3 + z_3 z_3^{f/2} \\ &= -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 + z_3 (z_2 + x_3^{f/2} - r_3^{f/2} - A_3^{f/2}) \\ &= -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 + z_3 (z_4 + A_4 - A_3^{f/2} + z_2) \end{aligned} \quad (26)$$

Chọn

$$A_4 = -k_3 z_3 + A_3^{f/2} - z_2 \quad (27)$$

Từ đó suy ra:

$$\begin{aligned} V_3 &= -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 - k_3 z_3^2 + z_3 z_4 \\ A_4^{f/2} &= -k_3 z_3^{f/2} + A_3^{f^1} - z_2^{f/2} = -(k_1 + k_2 + k_3)(z_4 + A_4) \\ &\quad - (2 + k_1 k_2)(z_3 + A_3) + A_2^{f/2} + k_3 A_3^{f/2} \end{aligned} \quad (28)$$

**Bước 5:** Tương tự xét  $V_4 = z_1 z_1^{f/2} + z_2 z_2^{f/2} + z_3 z_3^{f/2} + z_4 z_4^{f/2}$ :

$$\begin{aligned} V_4 &= -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 - k_3 z_3^2 + z_3 z_4 + z_4 z_4^{f/2} \\ &= -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 - k_3 z_3^2 + z_4 (z_5 + A_5 - A_4^{f/2} + z_3) \end{aligned} \quad (29)$$

Chọn:

$$A_5 = -k_4 z_4 + A_4^{f/2} - z_3 \quad (30)$$

Khi đó:

$$\begin{aligned} V_4 &= -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 - k_3 z_3^2 - k_4 z_4^2 + z_4 z_5 \\ A_5^{f/2} &= -k_4 z_4^{f/2} + A_4^{f^1} - z_3^{f/2} = -(k_1 + k_2 + k_3 + k_4)(z_5 + A_5) \\ &\quad - (k_1 k_2 + k_1 k_3 + k_2 k_3 + 3)(z_4 + A_4) - (k_1 + k_1 k_2 k_3 + k_3)(z_3 + A_3) + A_3^{f/2} + k_4 A_4^{f/2} \end{aligned} \quad (31)$$

**Bước 6:** Tương tự xét:

$$\begin{aligned} V_5 &= z_1 z_1^{f/2} + z_2 z_2^{f/2} + z_3 z_3^{f/2} + z_4 z_4^{f/2} + z_5 z_5^{f/2} \\ &= -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 - k_3 z_3^2 - k_4 z_4^2 + z_4 z_5 + z_5 z_5^{f/2} \\ &= -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 - k_3 z_3^2 - k_4 z_4^2 + z_5 (f(x) + g(x)i - r_5^{f/2} - A_5^{f/2}) \end{aligned} \quad (32)$$

Chọn  $f(x) + g(x)i - r_5^{f/2} - A_5^{f/2} = -k_5 z_5$  sao cho đạo hàm của hàm Lyapunov xác định âm.

$$\rightarrow i_{dk} = \frac{1}{g(x)} (-f(x) + r_5^{f/2} + A_5^{f/2} - z_4 - k_5 z_5) \quad (33)$$

Thay  $f(x) + g(x)i - r_5^{f/2} - A_5^{f/2} = -k_5 z_5$  vào (32) ta được:

$$\begin{aligned} V_5 &= -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 - k_3 z_3^2 - k_4 z_4^2 - k_5 z_5^2 \\ \rightarrow \frac{d^{1/2} V}{dt^{1/2}} &= \frac{3}{2} (z_1 z_1^{f/2} + z_2 z_2^{f/2} + z_3 z_3^{f/2} + z_4 z_4^{f/2} + z_5 z_5^{f/2}) \\ &= \frac{3}{2} (-k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 - k_3 z_3^2 - k_4 z_4^2 - k_5 z_5^2) < 0 \end{aligned} \quad (34)$$

với  $k_1 > 0, k_2 > 0, k_3 > 0, k_4 > 0, k_5 > 0$ ,

$$\rightarrow \dot{V} = z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2 + z_3 \dot{z}_3 + z_4 \dot{z}_4 + z_5 \dot{z}_5 < 0 \quad (35)$$

Do đó có thể khẳng định hệ thống ổn định.

## 5. Mô phỏng

Các thông số trong mô phỏng cho ổ đỡ từ (1 cặp cực) cấu trúc nguyên khối 1 bậc tự do được chọn và tính toán kết quả như bảng 1:

**Bảng 1:** Các thông số của ổ đỡ từ để mô phỏng

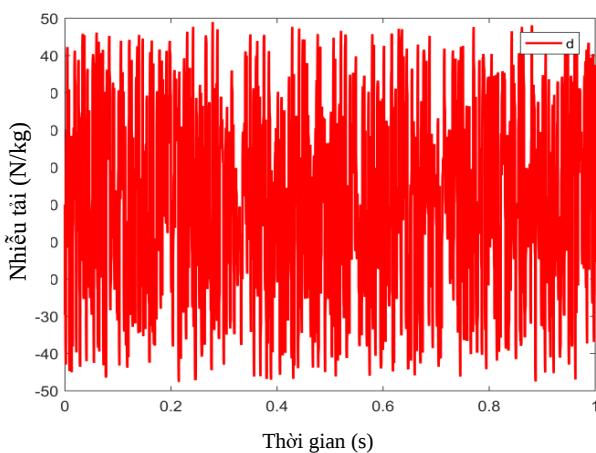
| Mô tả thông số                           | Ký hiệu    | Giá trị                            |
|------------------------------------------|------------|------------------------------------|
| 1/2 chiều cao của cực từ                 | a          | 7.5 mm                             |
| 1/2 chiều rộng của cực từ                | b          | 2.5 mm                             |
| Chiều dài stator (hình 1)                | c          | 20 mm                              |
| Chiều dài đĩa quay (hình 1)              | h          | 30 mm                              |
| Độ dẫn điện của sắt                      | $\sigma$   | $2.5 \times 10^6$ S/m              |
| Độ từ thẩm tương đối                     | $\mu_r$    | 5000                               |
| Độ từ thẩm chân không                    | $\mu_0$    | $4\pi \times 10^{-7}$ T.m/A        |
| Khối lượng đĩa quay cân bằng             | m          | 2.25 kg                            |
| Khe hở không khí giữa stator và đĩa quay | $x_0$      | 0.2mm                              |
| Số vòng dây                              | N          | 1200 Vòng                          |
| Dòng điện danh định                      | $i_0$      | 0.2 A                              |
| Diện tích mặt cắt ngang cực từ           | A          | $75 \times 10^{-6}$ m <sup>2</sup> |
| Dòng điện tối đa trên cực từ             | $i_{\max}$ | 0.5A                               |
| Tổng từ trở tĩnh                         | $R^0$      | $4.4563 \times 10^6$ A/Wb          |
| Hệ số tỉ lệ với dòng điện                | $K_i$      | 307.7479 N/A                       |
| Hệ số tỉ lệ với độ dịch chuyển           | $K_x$      | $2.9309 \times 10^5$ N/m           |
| Hệ số giảm chấn của đĩa quay             | C          | 0.01                               |
| Hệ số dòng xoáy                          | K          | $5.1619 \times 10^4$ A/Wb          |

Để phản ánh được độ hiệu quả của hệ thống điều khiển đề xuất, thí nghiệm được mô phỏng trong thời gian 1s để đưa đĩa quay từ vị trí dưới cùng ( $x = -0.2\text{mm}$ ) lên giá trị đặt mong muốn có dạng hàm điều hòa  $r = 0.0001\sin(8\pi t)$ , khi có nhiễu tải bên ngoài có dạng nhiễu Uniform Random có giá trị  $f_{x\min} = -1$ ,  $f_{x\max} = 1$  và có tham số bất định của mô hình:

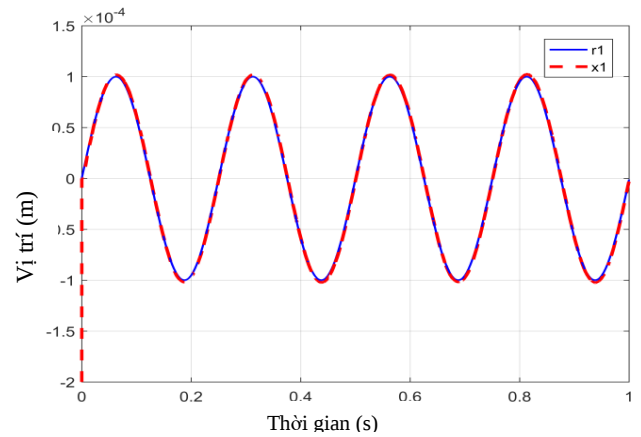
$$\Delta f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) + \Delta g(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)i = x_1 + 0.2x_2 + 0.3x_3 + 0.4x_4 + 0.5x_5 + 0.5i$$

tác động vào đĩa quay ngay từ lúc khởi động ( $t=0$ ). Chọn các hệ số  $k_1=10, k_2=10, k_3=10, k_4=70$  và  $k_5=70$ .

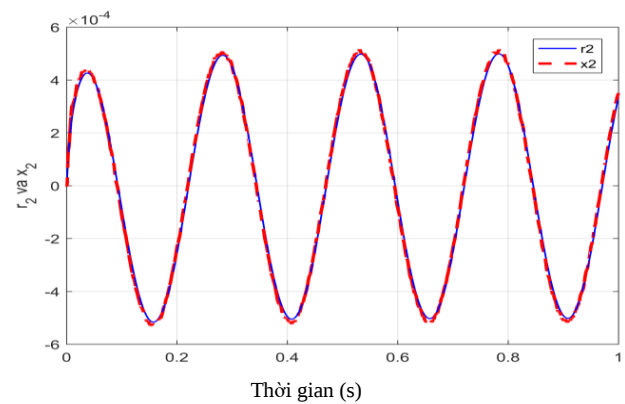
Kết quả mô phỏng được thể hiện trên hình 2-8.



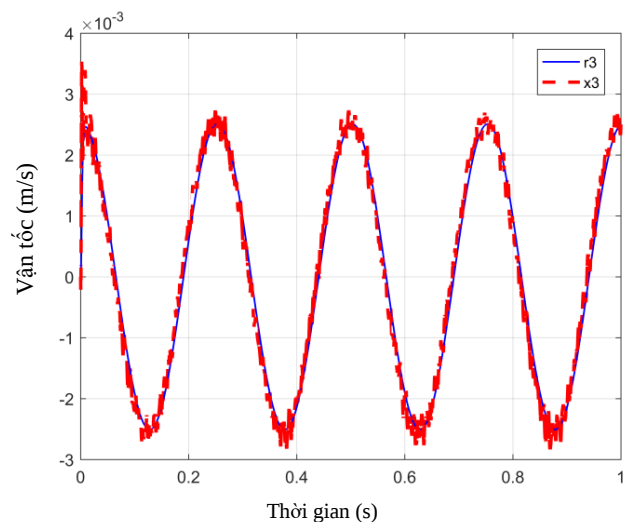
**Hình 2.** Nhiễu tải bên ngoài tác động vào đĩa quay



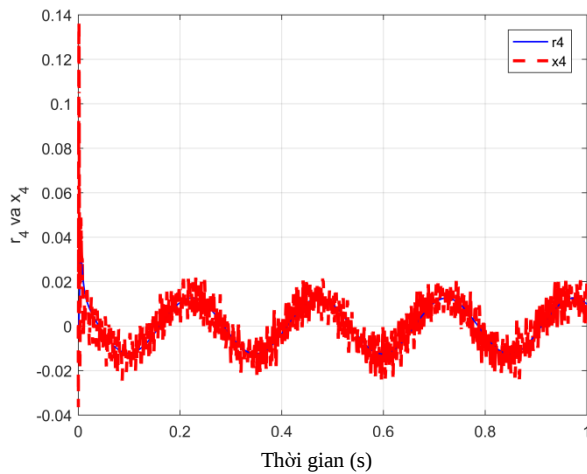
**Hình 3.** Vị trí của đĩa quay x và giá trị đặt r



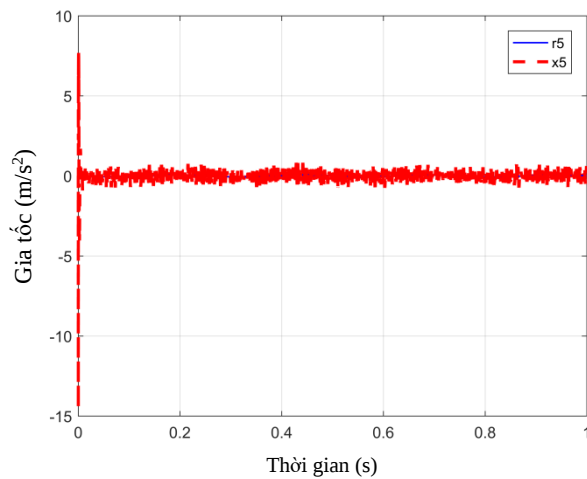
**Hình 4.** Biến trạng thái  $x_2 = \frac{d^{1/2}x}{dt^{1/2}}$  và giá trị đặt  $r_2 = \frac{d^{1/2}r}{dt^{1/2}}$



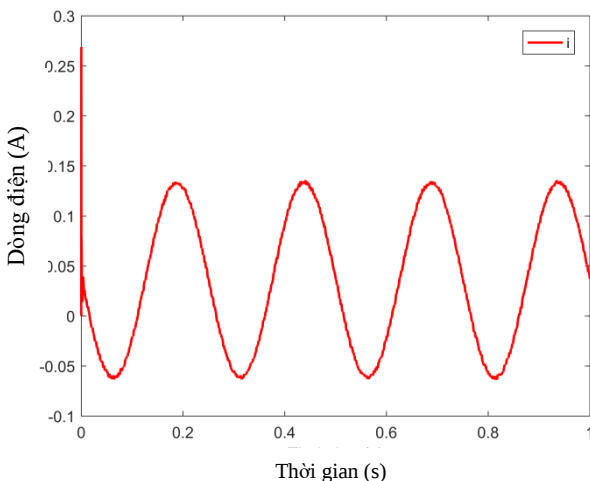
**Hình 5.** Vận tốc của đĩa quay  $x_3$  và giá trị đặt  $r_3$



Hình 6. Biến trạng thái  $x_4 = \frac{d^{3/2}x}{dt^{3/2}}$  và giá trị đặt  $r_4 = \frac{d^{3/2}r}{dt^{3/2}}$



Hình 7. Gia tốc của đĩa quay  $x_5$  và giá trị đặt  $r_5$



Hình 8: Dòng điện điều khiển cho đối tượng

Kết quả trên hình 2-8 cho thấy:

Khi khởi động ban đầu đĩa quay bám và ổn định tại giá trị đặt rất nhanh, chỉ mất 0.01s để đưa đĩa quay về vị trí đặt mà không có độ vọt lố. Trong đó vận tốc mất 0.03s, gia tốc mất 0.02s để đạt trạng thái ổn định.

Do nhiễu tải có dạng ngẫu nhiên có giá trị cực đại gần 1N nên mặc dù trong suốt quá trình làm việc đĩa quay bám giá trị đặt khá chính xác (Hình 3), nhiễu do tham số bất định của mô hình được thêm vào tại thời điểm ( $t=0$ ) có giá trị không đáng kể nên cũng không ảnh hưởng đến chất lượng làm việc của ổ từ, nhưng vận tốc và gia tốc có sự dao động quanh giá trị đặt trong suốt quá trình có nhiễu tác động, trong khi đó dòng điện cũng có sự giao động trong suốt quá trình có nhiễu tác động vào tuy nhiên mức độ khá nhỏ (Hình 5 và 7). Khi nhiễu càng lớn thì mức độ dao động quanh giá trị đặt của đáp ứng vị trí, vận tốc, gia tốc, dòng điều khiển càng lớn. Có thể nhận thấy tất cả 5 biến trạng thái thì chỉ có đáp ứng vị trí  $x$  là bám giá trị đặt tốt nhất khi có nhiễu tác động, các biến trạng thái khác như  $x_2$  vận tốc ( $x_3$ ),  $x_4$ , gia tốc ( $x_5$ ) đều dao động quanh giá trị đặt. Đặc biệt là  $x_3$ ,  $x_4$ , và  $x_5$ .

## 6. Kết luận

Bài báo này đã triển khai thành công kỹ thuật backstepping cho ổ từ dọc trục cấu trúc nguyên khối trong đó động lực học có chứa thành phần đạo hàm bậc phân số và ảnh hưởng dòng xoáy. Kết quả mô phỏng cho thấy vị trí đĩa quay bám vị trí đặt mong muốn trong khoảng thời gian rất ngắn, vận tốc và gia tốc ổn định bám theo giá trị đặt, không có độ vọt lố trong suốt quá trình hoạt động khi nhiễu tải bên ngoài có giá trị nhỏ. Tuy nhiên, vì trong nghiên cứu này tác giả chưa đưa bộ ước lượng nhiễu, bù nhiễu và kháng nhiễu nên khi nhiễu tải bên ngoài có giá trị lớn theo thời gian thì đĩa quay không còn bám đúng như giá trị đặt, đặc biệt vận tốc và gia tốc có sự dao động quanh vị trí đặt quan sát thấy rất rõ ràng, chất lượng điều khiển kém dần, với nhược điểm này sẽ được khắc phục trong công trình được công bố trong thời gian sắp tới.

## Tài liệu tham khảo

- [1] D. Johnson, G. V. Brown and D. J. Inman, "Adaptive variable bias magnetic bearing control" in Proceedings of the American Control Conference (ACC'98), vol.4, pp. 2217- 2223, June 1998.
- [2] H. W. Cho, C. H. Kim, J. M. Lee, and H. S. Han, "Design and characteristic analysis of small scale magnetic levitation and propulsion system for maglev train application," in Proceedings of the International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS '11), pp. 1-5, August 2011.
- [3] J. Kaloust, C. Ham, J. Siehling, E. Jongekryg, and Q. Han, "Nonlinear robust control design for levitation and propulsion of a Maglev system," IEE Proceedings—Control Theory and Applications, vol. 151, no. 4, pp. 460-464, 2004.
- [4] Zackary W. Whitlow "Modeling and Control of Non-laminated Active Magnetic Thrust Bearings" In Partial Fulfillment of the requirements for the Degree Master of Science (Mechanical and Aerospace Engineering), December 2014.
- [5] L. Zhu, C. Knospe, and E. Maslen, "An analytical model of a nonlaminated cylindrical magnetic actuator including eddy currents," IEEE Trans. Magn., vol. 41, no. 4, pp. 1248-1258, Apr. 2005.
- [6] L. Zhu, C. Knospe, and E. Maslen, "Frequency domain modeling of non-laminated C-shaped magnetic actuators," in Proc. 9th Int. Symp. Magn. Bearings, Lexington, KY, Aug. 2004, pp. 1-6.

- [7] Lei Zhu, “Non-laminated Magnetic Actuators: Modeling and Performance Limitations”, A Dissertation Presented to the Faculty of the School of Engineering and Applied Science University of Virginia.2005.
- [8] Lei Zhu and Carl R. Knospe, *Senior Member, IEEE*, “Modeling of Non-laminated Electromagnetic Suspension Systems”, *IEEE/ASME TRANSACTIONS ON MECHATRONICS*, VOL. 15, NO. 1, FEBRUARY 2010
- [9] Carl R. Knospe, *Senior Member, IEEE*, and Lei Zhu, “Performance Limitations of Non-Laminated Magnetic Suspension Systems” *IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY*, VOL. 19, NO. 2, MARCH 2011.
- [10] Hua, C., Liu, P.X., Guan, X., (2009) “*Backstepping control for nonlinear systems with time delays and applications to chemical reactor systems*”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56, no.9, pp.3723-3732.
- [11] Madani, T., Benallegue, A. (2006) Backstepping sliding mode control applied to a miniature quadrotor flying robot. Proc. 32nd Annual Conf. on IEEE Industrial Electronics, pp.700-705, Nov. 6-10, Paris, France.
- [12] Mehmet Önder Efe “*Application of Backstepping Control Technique to Fractional Order Dynamic Systems*”, Department of Pilotage, University of Turkish Aeronautical Association, Akköprü, Ankara Turkey, e-mail: onderefe@ieee.org
- [13] Takahiro TAKAMATSU, and Hiromitsu OHMORI “*Sliding Mode Controller Design Based on Backstepping Technique for Fractional Order System*”, *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, Vol. 9, No. 4, pp. 151–157, July 2016.
- [14] Te-Jen Su<sup>1</sup>, Tsung-Ying Li<sup>1</sup>, Tung-Yeh Tsou<sup>1</sup>, Van-Nam Giap<sup>1</sup> and Quang-Dich Nguyen<sup>2</sup> “*Proportional–integral derivative/fuzzy sliding mode control for suspension of active magnetic bearing system*”, *Advances in Mechanical Engineering* 2017, Vol. 9(12) 1–8. The Author(s)2017DOI:10.1177/1687814017736654journals.sagepub.com/home/ade.
- [15] Lê Ngọc Hội<sup>1, 2</sup>, Phạm Hữu Luân<sup>2</sup>, Nguyễn Quang Dịch<sup>1</sup>, Nguyễn Tùng Lâm<sup>1</sup>, “Mô hình hóa ổ từ có cấu trúc nguyên khối”, *Measurement, Control, and Automation*, Vol. 2 No. 2 No. 2 (2021): July-December 2021.