DOI: 10.31276/VJST.67(2).22-28

Ứng dụng thuật toán quy hoạch động để phân tích lựa chọn tối ưu trong xây dựng

Nguyễn Thanh Hải*, Ngô Thanh Vũ

Trường Đại học Bách khoa, Đại học Đà Nẵng, 54 Nguyễn Lương Bằng, phường Hòa Khánh Bắc, quận Liên Chiểu, TP Đà Nẵng, Việt Nam

Ngày nhận bài 25/4/2023; ngày chuyển phản biện 28/4/2023; ngày nhận phản biện 19/5/2023; ngày chấp nhận đăng 23/5/2023

Tóm tắt:

Xu hướng ứng dụng công nghệ thông tin vào các lĩnh vực đời sống và ngành công nghiệp xây dựng là xu thế tất yếu hiện nay. Việc áp dụng này đóng vai trò rất quan trọng trong sự phát triển của ngành xây dựng, nhằm hạn chế rủi ro trong giai đoạn thiết kế, tiết kiệm chi phí, nâng cao hiệu quả công việc trong giai đoạn triển khai thi công và mang lại lợi nhuận tốt nhất cho các bên liên quan từ giai đoạn thiết kế đến khi vận hành khai thác công trình. Trong bài báo này, chúng tôi xem xét việc ứng dụng thuật toán quy hoạch động để phân tích, lựa chọn tối ưu các hạng mục xây dựng để cho nhà thầu có được lợi nhuận tốt nhất. Chúng tôi đề xuất các bài toán đơn điều kiện ràng buộc về thời gian, đến bài toán đa điều kiện ràng buộc về thời gian và lợi nhuận lớn nhất cho một tổ thi công của nhà thầu. Kết quả cho thấy, bài toán đơn điều kiện có thể sử dụng phương trình quy đổi của quy hoạch động, với tham biến thời gian sắp xếp các hạng mục cho lời giải nhanh chóng và chính xác. Trong bài toán đa điều kiện, hệ thống phương trình với các tham biến về thời gian và lợi nhuận của quy hoạch động đã được cải tiến trong bài báo này để giải bài toán 10 hạng mục rất nhanh và hiệu quả. Những kết quả này cho phép ứng dụng thuật toán quy hoạch động vào phân tích và tối ưu các bài toán trong lĩnh vực xây dựng, giúp nâng cao hiệu quả công trình.

Từ khoá: **phân tích dữ liệu, phân tích tối ưu, thi công xây dựng, thuật toán quy hoạch động.**

Chỉ số phân loại: **1.8, 2.1**

Application of dynamic programming algorithm to analyse the optimal selection in construction

Thanh Hai Nguyen*, Thanh Vu Ngo

University of Science and Technology, The University of Danang, 54 Nguyen Luong Bang Street, Hoa Khanh Bac Ward, Lien Chieu District, Da Nang City, Vietnam

Received 25 April 2023; revised 19 May 2023; accepted 23 May 2023

Abstract:

Information technology is commonly applied in all parts of life, as well as in the construction industry, and has become a pressing issue at present. These applications play an important role in the development of the construction industry, aiming to prevent risks during the design, save costs and increase work efficiency during construction and monitoring and bring the best profit for stakeholders. In this article, a dynamic programming algorithm is used to analyse and optimise the selection of construction project items to help contractors achieve the greatest profit. We propose problems ranging from single-condition focusing on time to multi-condition scenarios that include both time and maximum profit of a construction team. The results show that for single-condition problems, the dynamic programming equation with a time variable to sort construction project items can be solved quickly and accurately. For multi-condition problems, the system of equations with time and profit variables in dynamic programming has been improved in this paper to solve 10 construction project items rapidly and efficiently. These obtained results allow the application of the dynamic programming algorithm to analyse and optimise problems in the construction field, aiming to enhance the construction project efficiency.

Keywords: **construction, data analysis, dynamic programming algorithm, optimal analysis.**

Classification numbers: **1.8, 2.1**

Tác giả liên hệ: Email: nthai@dut.udu.vn

1. Tổng quan nghiên cứu

Thuật toán quy hoạch động (QHĐ) (hay còn gọi là Dynamic Programming) là một nhánh của nghiên cứu các hoạt động để đưa ra những quyết định lựa chọn tối ưu thuộc một trong các phương pháp toán học tối ưu hóa. Trong những năm đầu 1950, nhà toán học người Mỹ R. Bellman đã nghiên cứu bài toán tối ưu hóa quá trình ra quyết định nhiều giai đoạn (quy trình quyết định nhiều bước), một nguyên tắc nổi tiếng về tính tối ưu (nguyên tắc tối ưu) [1]. Thuật toán QHĐ là một kỹ thuật toán học hữu ích để đưa ra một chuỗi các quyết định liên quan đến nhau, nó cung cấp một quy trình có hệ thống để xác định sự kết hợp tối ưu của các quyết định. Hơn nữa, thuật toán QHĐ là một loại cách tiếp cận chung để giải quyết vấn đề tối ưu và các phương trình cụ thể được sử dụng phải được phát triển để phù hợp với từng bài toán khác nhau [1-4].

Trong các bài toán thuộc lĩnh vực xây dựng, có rất nhiều vấn đề cần được tối ưu, như bài toán tối ưu trong quản lý dự án, hoặc tối ưu trong quản lý chất lượng công trình, quản lý kho bãi, quản lý tổ đội thi công, lập trình trong xây dựng... điển hình là các nghiên cứu như:

Năm 1975, D.R. Robison (1975) [5] đã đề xuất sử dụng thuật toán QHĐ nhằm xác định ưu tiên phân bổ nguồn lực, nhân công để giảm thiểu thời gian thi công của dự án. Ứng dụng thuật toán QHĐ để thiết kế và quản lý tối ưu trong các vấn đề về khảo sát đã được tác giả E.G. Anderson (1984) [6] trình bày trong nghiên cứu của mình. Theo đó, tác giả đã có những ví dụ minh họa trong bài toán san lấp mặt bằng, lập lịch hoạt động khảo sát, phân tích dữ liệu đầu vào do ảnh hưởng của biến thời tiết. Trong nghiên cứu của P.O. Nowak (2019) [7], từ dữ liệu thống kê liên quan đến số lượng chất thải xây dựng và quá trình vận chuyển chất thải từ các công trường xây dựng, tác giả đã sử dụng thuật toán QHĐ để tính toán tải trọng phù hợp của phương tiện vận chuyển, nhằm loại bỏ chất thải khỏi các công trình xây dựng. Nhóm tác giả cũng lập trình tính toán được việc thay đổi lợi nhuận khi chi phí tài nguyên vật liệu thay đổi trong từng giai đoạn khác nhau, ứng dụng tại Ba Lan.

Trong lĩnh vực giao thông: Thuật toán QHĐ được sử dụng để tính chi phí tối thiểu và chi phí trung bình trong xây dựng, bảo trì hàng năm bề mặt đường bộ do K.J. Feighan và cs (1988) [8] đề xuất năm 1988. Phương pháp này được chứng minh giúp giảm thời gian tính toán so với các thuật toán khác, nhưng vẫn đảm bảo độ chính xác của kết quả cuối cùng. Khi xem xét các loại tải trọng như tải trọng trên làn đều, tải trọng của xe tải hai trục và tải trọng của xe tải hai trục cộng với tải trọng của sơ mi rơ móc một trục theo thông số kỹ thuật của Hiệp hội Đường Cao tốc và Giao thông Vận tải Hoa Kỳ (AASHTO), nhóm tác giả H. Adeli và cs (1989) [9] đã ứng dụng thuật toán QHĐ để phân tích lực hay chuyển vị của các cây cầu dưới tác dụng của các loại tải trọng đó.

Trong lĩnh vực xây dựng công trình và quản lý tài nguyên nước: Thuật toán QHĐ được áp dụng để phân tích độ ổn định mái dốc, giúp tối ưu hóa quá trình chồng lớp lưới phụ lên lưới phần tử hữu hạn, để tìm hình dạng và vị trí của mặt trượt tới hạn. Quy trình này giúp giảm thiểu độ phức tạp của hàm tính toán cường độ cắt và ứng suất cắt tác động trong khối đất, cung trượt được trình bày trong nghiên cứu của D.G. Fredlund và cs (2019) [10]. Thuật toán tối ưu QHĐ cũng được áp dụng trong vấn đề quản lý các hồ chứa, công trình đầu nguồn khi có các biến ràng buộc đa mục tiêu, M. Jamshidi và cs (1977) [11] đã ứng dụng thuật toán QHĐ để kiểm soát hệ thống đa mục tiêu của hồ chứa nước ở Khuzestan. Đây cũng là bài toán điển hình trong vận hành liên hồ chứa, có thể áp dụng trong điều kiện mạng lưới hồ chứa ở Việt Nam hiện nay. Nhóm tác giả P.T.T. Phuong và cs (2017) [12] ở Việt Nam đã ứng dụng thuật toán QHĐ vào việc tính toán điều tiết hồ chứa Ialy trên hệ thống sông Sesan, nhằm tăng sản lượng điện tối đa vào mùa khô cho hai năm 2010 và 2012.

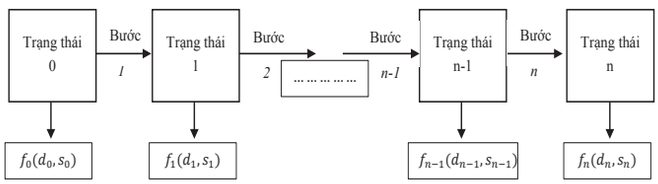
Trong lĩnh vực phát triển ứng dụng lập trình: Z. Li và cs (2015) [13] đề xuất đổi mới và nâng cấp các phần mềm quản lý dự án bằng các kỹ thuật phần mềm linh hoạt hơn, để đáp ứng các yêu cầu ngày càng cao của thực tế xây dựng và quản lý công trình, vì vậy phương pháp thuật toán QHĐ được đề xuất để tối ưu hóa, xử lý các vấn đề phát sinh.

Những nghiên cứu ở trên cho thấy, ứng dụng thuật toán QHĐ vào các bài toán xây dựng rất đa dạng. Tuy nhiên, vấn đề mà nhà thầu xây dựng luôn quan tâm đó là thời gian thi công ngắn nhất, chi phí thấp nhất nhưng lợi nhuận luôn cao. Vì vậy, chúng tôi tập trung ứng dụng thuật toán QHĐ trong bài báo này để phân tích và đưa ra được các lựa chọn tối ưu. Trình bày tổng quan thuật toán quy hoạch động tại phần 2 về lý thuyết thuật toán cơ bản, sau đó áp dụng phân tích tối ưu các vấn đề trong điều phối tổ đội thi công của một đơn vị xây dựng như: tối ưu đơn điều kiện, tối ưu đa điều kiện, tối ưu đa điều kiện nâng cao tại phần 3. Phần 4 là những kết luận và kiến nghị để phát triển các thuật toán trong lĩnh vực xây dựng nhằm nâng cao năng lực quản lý, tối ưu lựa chọn hạng mục công trình để đạt được lợi nhuận tốt nhất trong thời đại chuyển đổi số hiện nay.

2. Thuật toán quy hoạch động

Thuật toán QHĐ là phương pháp giải quyết các bài toán tối ưu được nhà toán học Richard Bellman phát triển vào năm 1950 [1]. Thuật toán QHĐ này sẽ chia nhỏ một bài toán lớn thành các bài toán con có tính chất đơn giản hơn và có lời giải giống nhau cho toàn bộ các bài toán con đó. Sau đó kết hợp các kết quả tối ưu của các bài toán con để tìm ra lời giải tối ưu cho bài toán tổng thể (bài toán lớn). Thuật toán QHĐ được vận dụng để tối ưu một quyết định lựa chọn nào đó bằng cách chia nhỏ nó thành một chuỗi các bước quyết định nhỏ hơn i hay gọi là các trạng thái i, trong đó i, nhận giá trị từ 0 đến n trạng thái. Từ đó, thuật toán QHĐ sẽ tìm

lời giải tối ưu từng bước quyết định tại các trạng thái *i* này để tìm được kết quả tối ưu toàn cục bài toán. Hiểu thêm rằng, trong mỗi trạng thái *i* sẽ có những tính toán để lựa chọn quyết định tối ưu d_i trong tập hợp các lựa chọn D_m (với *i* nhận giá trị từ 0 đến *m*) để có lời giải tối ưu cho trạng thái *i* đó (hình 1) [2-4].



Hình 1. Mô tả quá trình phân tích bài toán quy hoạch động qua n trạng thái.

Gọi $f_i(d_i, s_i)$ là hàm giá trị nhận được tại trạng thái *i*, khi d_i là sự lựa chọn chuỗi tập hợp dữ liệu D_m và s_i là bước tính của quá trình *n* trạng thái như mô tả ở hình 1.

Khi đó giá trị tối ưu cho toàn bộ bài toán cần tìm là $v_n(s_n)$ được xác định theo công thức:

$$v_n(s_n) = Max[f_n(d_n,s_n) + f_{n-1}(d_{n-1},s_{n-1}) + \cdots + f_1(d_1,s_1) + f_0(d_0,s_0)] \quad (1)$$

trong đó: $d_i \in D_m$ với i=0,1,2,…, m

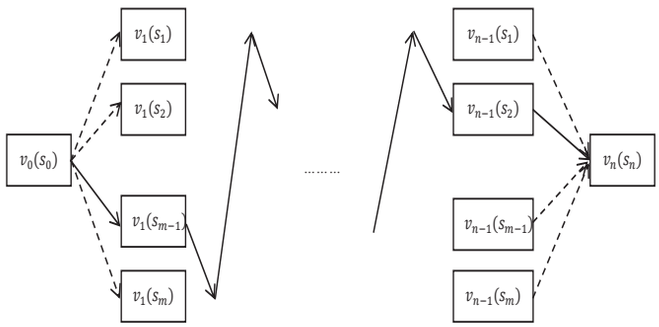
Xét tại trạng thái *n*, giá trị nhận được tại trạng thái này là $f_n(d_n, s_n)$, giá trị này nhận được tại quyết định d_n mà không liên quan đến quyết định d_{n-1},…, d_1, d_0 tại các bước *n*-1, ..., 1, 0. Có nghĩa là, trước tiên chúng ta tìm giá trị lớn nhất của nhóm trước đó (từ i = 0, 1,…, *n*-1) cho mọi d_n có thể, và sau đó chọn d_n để tối ưu hoá phương trình số (1). Chúng ta có thể viết lại phương trình trên như sau:

$$v_n(s_n) = Max\{f_n(d_n,s_n) \quad (2)$$
$$+ Max[f_{n-1}(d_{n-1},s_{n-1}) + \cdots + f_1(d_1,s_1) + f_0(d_0,s_0)]\}$$

Trong phương trình số (2), thành phần số hạng thứ 2 đơn giản là sử dụng thuật toán QHĐ để tính giá trị tối ưu nhận được tại bước *n*-1 của trạng thái *n*-1, tương tự khi xét cho các trạng thái khác. Do đó chúng ta có thể viết lại phương trình (2) bằng cách thể hiện quan hệ đệ quy như sau:

$$v_n(s_n) = Max[f_n(d_n,s_n) + v_{n-1}(s_{n-1})] \quad (3)$$

Phương trình (3) là phương trình tổng quát của bài toán tìm kiếm giá trị tối ưu lớn nhất, được mô tả chi tiết hơn tại hình 1. Để minh hoạ các vấn đề trên, hình 2 mô tả quá trình tìm kiếm giá trị tối ưu cho toàn bộ bài toán $v_n(s_n)$ thông qua *n* trạng thái khác nhau. Như vậy tại đây chúng ta thấy rằng, trải qua mỗi bước tính *i*, thì giá trị tối ưu tại mỗi trạng thái được lựa chọn (hay quyết định) trong một tập hợp nhiều giá trị của mỗi trạng thái đó như $v_1(s_{(m-1)})$ được chọn tại trạng thái 1; $v_{n-1}(s_2)$ được chọn tại trạng thái *n*-1.



Hình 2. Mô tả giá trị nhận được tại các trạng thái từ 0 đến n.

Trong quan hệ đệ quy ở phương trình (3) thì cần chỉ rõ giá trị tại trạng thái ban đầu. Trạng thái ban đầu, nó thực sự không được tính từ quan hệ đệ quy vì không có trạng thái nào sau trạng thái này nữa. Do vậy, nó được xác định như sau:

$$v_0(s_0) = Max\ f_0(d_0,s_0) \text{ với } d_0 \in D_0 \quad (4)$$

Thông thường thì không giải quyết tối ưu tại giai đoạn 0 vì là điểm bắt đầu trong toàn bộ các giai đoạn đưa ra quyết định của tổng thể bài toán. Có thể hiểu rằng, tại giai đoạn này, chúng ta có thể xem xét lấy một giá trị cực trị để xem xét tính toán. Tuy nhiên sang các bước tiếp theo (i=1,…,n), giá trị cực trị sẽ có thể không phải là giá trị tại trạng thái ban đầu được chọn ở trên. Vì trong thuật toán QHĐ, giá trị tối ưu được xem xét tại trạng thái cuối cùng.

Tương tự bài toán xác định tối ưu giá trị lớn nhất, bài toán xác định tối ưu nhỏ nhất khi xét toàn bộ trạng thái *n* mà trong đó các giá trị tối ưu trong mỗi trạng thái *i* là $f_i(d_i, s_i)$. Gọi $u_n(s_n)$ là giá trị tối ưu cần nhận được xác định theo công thức:

$$u_n(s_n) = Min[f_n(d_n,s_n) + f_{n-1}(d_{n-1},s_{n-1}) + \cdots + f_1(d_1,s_1) + f_0(d_0,s_0)] \quad (5)$$

trong đó: $d_i \in D_m$ với i=0,1,2,…, m

Từ phương trình số (2), (3) ở trên, ta có thể rút gọn phương trình tổng quát xác định tối ưu giá trị nhỏ nhất như sau:

$$u_n(s_n) = Min[f_n(d_n,s_n) + u_{n-1}(s_{n-1})] \quad (6)$$

Với giá trị ban đầu tại trạng thái 0 cũng được xác định tương tự phương trình (4).

$$u_0(s_0) = Min\ f_0(d_0,s_0) \text{ với } d_0 \in D_0 \quad (7)$$

Từ các phương trình trên chúng ta có thể thấy rằng, bài toán QHĐ có các tham số tham gia vào quá trình đó là (i) số lượng các trạng thái *n*, (ii) số lượng biến tham gia vào trong mỗi trạng thái, (iii) các ràng buộc liên quan đến giá trị nhận được. Trong bài báo này, chúng tôi sẽ tập trung nghiên cứu các bài toán ứng dụng trong xây dựng khi sử dụng thuật toán QHĐ để tối ưu có xét đến các ràng buộc.

3. Một số bài toán quy hoạch động điển hình áp dụng trong xây dựng

Trong các lĩnh vực thuộc ngành xây dựng hiện nay, có nhiều bài toán thực tế đặt ra cần được tối ưu với nhiều ràng buộc cụ thể khác nhau giữa việc chọn tối ưu thời gian thi công, tối ưu nguồn nhân lực, tối ưu doanh thu… Một số bài toán cụ thể đặt ra ở dạng tối ưu đơn điều kiện đến tối ưu đa điều kiện sẽ được trình bày trong phạm vi bài báo. Trong nghiên cứu này, chúng tôi sẽ lập trình tính toán dựa trên các lý thuyết phân tích cụ thể để có được các lời giải và đáp án tối ưu nhất.

3.1. Bài toán tối ưu dạng đơn điều kiện

Bài toán tối ưu dạng đơn điều kiện là bài toán chỉ có một (01) điều kiện ràng buộc cụ thể. Xét bài toán có n hạng mục xây dựng với giá thành được xem xét như nhau trên 1 đơn vị thời gian thi công, mỗi hạng mục thứ i có thời gian bắt đầu tại thời điểm A_i và kết thúc tại thời điểm B_i. Vấn đề đặt ra là làm thế nào để nhà thầu có thể lựa chọn được nhiều hạng mục xây dựng nhất có thể cho một (01) tổ đội thi công của nhà thầu.

Do chỉ xét một tổ đội thi công, nên 2 hạng mục bất kỳ sẽ được lựa chọn thi công nếu khoảng thời gian thi công của chúng không trùng lặp với nhau. Điều này có nghĩa là thời điểm kết thúc của hạng mục i cũng là thời điểm bắt đầu của hạng mục $i+1$, nếu 2 hạng mục i và $i+1$ được chọn.

Hình 3. Minh họa các hạng mục có sự chồng chéo về thời gian thi công.

Hình 3 minh họa các hạng mục xây dựng mà công ty xem xét nhận thầu, và sẽ có các hạng mục từ 1 đến n được chọn trong N hạng mục, mỗi hạng mục i có thời gian bắt đầu và kết thúc lần lượt là A_i và B_i. Chúng ta có thể thấy rằng, trong danh sách các hạng mục này có thời gian thi công chồng chéo nhau, hay nói cách khác là thời gian thi công xen kẽ nhau. Lúc này hàm giá trị $f_i(t_i)$ chính là giá trị hạng mục thứ i được tiếp nhận thi công, trong đó t_i là thời gian thi công của hạng mục i (từ A_i đến B_i). Đầu tiên, chúng ta sắp xếp các hạng mục theo thứ tự thời gian tăng dần theo thời điểm kết thúc B_i, do vậy hạng mục i sẽ được bố trí sau hạng mục j khi và chỉ khi thỏa mãn $j<i$ và $B_j \leq A_i$. Việc lựa chọn các hạng mục nhiều nhất phụ thuộc vào việc điều kiện trên có được thỏa mãn hay không. Như trình bày thuật toán tại phần 2, chúng tôi xây dựng công thức như sau:

$$v_n(t_n) = Max[f_n(t_n) + f_{n-1}(t_{n-1}) + \cdots + f_1(t_1) + f_0(t_0)] \quad (8)$$
$$\text{với } n \in \mathrm{N}, \text{và } B_j \leq A_i$$

trong đó: $v_n(t_n)$ là số lượng hạng mục nhận được nhiều nhất. Để giá trị này lớn nhất thì số lượng $f_i(t_i)$ nhiều nhất, với mọi $i = 1,2, ..., n$.

Ta đang xét hạng mục i để có thể xây dựng một danh sách con các hạng mục nhiều nhất đến hạng mục j với $j = 0,1, ..., i$-1 đứng trước i, ta tìm j sao cho:

$$v_i(t_i) = Max\{f_i(t_i) + Max[f_{i-1}(t_{i-1}) + \cdots + f_1(t_1) + f_0(t_0)]\} \quad (9)$$
$$\text{với } B_j \leq A_i$$

Sử dụng phương trình (6) ta có thể viết ngắn gọn công thức trên như sau:

$$v_n(t_n) = Max\,[f_n(t_n) + v_{n-1}(t_{n-1})]$$
$$\text{với } B_{n-1} \leq A_n, \text{và } B_n \leq A_N \quad (10)$$

Xét trường hợp đặc biệt khi chỉ có một hạng mục thì $v_n(t_n) = f_0(t_0) = 1$ có thời gian thi công $t_0 = B_0 - A_0$.

Bảng 1 giới thiệu thông tin của 10 hạng mục mà doanh nghiệp xây dựng xem xét có thể tiếp nhận trên thực tế. Trong 10 hạng mục được giới thiệu này, thông tin mỗi hạng mục có thời gian bắt đầu A_i (tháng) đến thời gian kết thúc là B_i (tháng). Có thể thấy rằng, các hạng mục được giới thiệu này có sự chồng chéo nhau về thời gian bắt đầu và kết thúc. Do vậy, doanh nghiệp xây dựng cần có sự tính toán hợp lý để lựa chọn các hạng mục sao cho tốt nhất, thoả mãn các điều kiện của chủ đầu tư và điều kiện hiện có của doanh nghiệp.

Bảng 1. Thông tin về thời gian bắt đầu và kết thúc của các hạng mục xây dựng.

	Hạng mục 1	Hạng mục 2	Hạng mục 3	Hạng mục 4	Hạng mục 5	Hạng mục 6	Hạng mục 7	Hạng mục 8	Hạng mục 9	Hạng mục 10
Thời gian bắt đầu A_i (tháng)	1	3	1	5	8	6	10	8	11	7
Thời gian kết thúc B_i (tháng)	2	4	4	7	9	7	11	10	12	8

Từ thông tin được cung cấp ở trên, khi thực hiện phân tích và lựa chọn như trình bày ở trên thì kết quả là có 5 hạng mục được nhận thi công với ba phương án: (1) 1, 2, 4, 5, 7; (2) 1, 2, 4, 5, 9; (3) 1, 2, 6, 8, 9. Chúng ta thấy rằng, cả 3 phương án có tổng thời gian thi công như nhau là 11 tháng, tuy nhiên phương án 1 sẽ kết thúc sớm tại tháng 11 trong khi phương án 2 và 3 sẽ kết thúc công việc muộn hơn vào cuối tháng 12 do có thời gian gián đoạn 1 tháng không nhận được hạng mục phù hợp. Do vậy, tùy tình hình thực tế nhà thầu để có thể lựa chọn phương án hợp lý trong quá trình đảm nhận thi công các hạng mục trên sao cho thỏa mãn điều kiện được số lượng nhiều nhất.

Ta có thể thấy rằng, bài toán này chỉ có một ràng buộc về thời gian cụ thể là thời gian thi công của mỗi hạng mục. Do vậy, nếu tại hạng mục cuối cùng n thì thời gian kết thúc là tuỳ chọn của nhà thầu, vì lúc này không có ràng buộc của

hạng mục n+1. Điều này sẽ không thực tế, khi tất cả nhà thầu đều mong muốn kết thúc sớm quá trình thi công nếu mọi yếu tố khác thuận lợi. Khi đó bài toán sẽ có thêm sự ràng buộc ví dụ về thời gian hoàn thành thi công theo quy định, bài toán lúc này sẽ có nhiều hơn 1 ràng buộc. Chúng tôi sẽ tiếp tục thảo luận phần sau với bài toán đa điều kiện.

3.2. Bài toán tối ưu dạng đa điều kiện

Như đã trình bày ở trên, bài toán tối ưu dạng đa điều kiện là bài toán tối ưu có nhiều điều kiện ràng buộc cho trước, kết quả cuối cùng của bài toán phải thỏa mãn tất cả các điều kiện đã đặt ra. Bài toán số 2 với dạng điển hình như sau: Một tổ đội thi công (20 người) của Công ty TNHH Xây dựng THXD, muốn nhận các hạng mục có thông tin như bảng 2. Do tính chất công việc nên mỗi lần chỉ nhận được 1 (một) hạng mục. Vậy trong vòng 1 năm (365 ngày), nhà thầu muốn nhận được số lượng công trình mà có tổng giá thành nhiều nhất?

Bảng 2. Thông tin các hạng mục xây dựng mà nhà thầu được giới thiệu.

	Hạng mục 1	Hạng mục 2	Hạng mục 3	Hạng mục 4	Hạng mục 5	Hạng mục 6	Hạng mục 7	Hạng mục 8	Hạng mục 9	Hạng mục 10
Giá thành (triệu đồng)	500	500	100	150	300	1000	700	900	1200	600
Thời gian (ngày)	57	53	13	20	32	120	80	105	145	68

Với dạng này, bài toán điển hình trong xây dựng là bài toán tối ưu trong việc lựa chọn n hạng mục khác nhau trong N (N=10 hạng mục) tổng hạng mục giới thiệu. Bảng 2 chỉ rõ, tại mỗi hạng mục công trình sẽ có thời gian thi công bắt buộc hoàn thành và sẽ nhận được giá tương ứng của từng hạng mục. Việc lựa chọn số lượng hạng mục n cho một (1) tổ đội thi công sao cho trong một khoảng thời gian nhất định T, thì tổ đội đạt được lợi ích kinh tế cao nhất là $v_n(T)$. Lưu ý rằng, do tính chất quy định chỉ khi hoàn thành xong từng hạng mục thì mới được thi công hạng mục tiếp theo, điều này có nghĩa là phải hoàn thành hạng mục thứ j thì mới bắt đầu thực hiện hạng mục thứ i với $i > j$. Phương trình tổng quát cho bài toán trên như sau:

$$v_n(T) = Max[f_n(C_n, t_n) + f_{n-1}(C_{n-1}, t_{n-1}) + \cdots + f_1(C_1, t_1) + f_0(C_0, t_0)] \quad (11)$$

với điều kiện: $t_n + t_{n-1} + \ldots + t_1 + t_0 \leq T$

Gọi hàm $f_i(C_i, t_i)$ với $i = 0, 1, \ldots, n$ là hàm giá trị thu được (triệu đồng) của hạng mục thứ i được chọn, trong đó t_i (ngày), C_i (triệu đồng) lần lượt là thời gian thi công và giá của từng hạng mục tương ứng. Giá trị thu được cuối cùng $v_n(T)$, là giá trị thu được cuối cùng (triệu đồng) khi nhà thầu xây dựng lựa chọn được các hạng mục. T là tổng thời gian quy định, như đã nêu trên thì $T \leq 365$ ngày.

Ban đầu, chúng tôi sẽ xét (chọn) 1 hạng mục bất kỳ, vì lúc này đây được xem là trạng thái ban đầu (trạng thái 0) như đã trình bày ở phần 2, từ đó sẽ lấy (chọn) hạng mục tiếp theo cho đến khi nào kết thúc sự ràng buộc về thời gian T của bài toán. Do vậy, khi xét trong trường hợp hạng mục thứ n xem xét được chọn hay không thì sẽ có 2 trường hợp xảy ra:

(a) Trường hợp $t_n > T$: có nghĩa là hạng mục thứ n có thời gian thi công nhiều hơn ràng buộc T cho phép, do vậy sẽ không được chọn nên có thể viết phương trình như sau:

$$v_n(T) = v_{n-1}(T) \quad (12)$$

với điều kiện: $t_n > T$ và $t_{n-1} + \ldots + t_1 + t_0 \leq T$

(b) Trường hợp $t_n \leq T$: có nghĩa là hạng mục thứ n có thời gian thi công thỏa mãn điều kiện ràng buộc T cho phép, khi trường hợp này xảy ra thì có 2 khả năng như sau:

$$(T) = v_{n-1}(T) \quad (13)$$

với điều kiện: $t_{n-1} + \ldots + t_1 + t_0 \leq T$ và $t_n + t_{n-1} + \ldots + t_1 + t_0 > T$

hoặc

$$v_n(T) = v_{n-1}(T - t_n) + f_n(C_n, t_n) \quad (14)$$

với điều kiện: $t_n + t_{n-1} + \ldots + t_1 + t_0 \leq T$

Như vậy tổng giá trị lớn nhất của n hạng mục sẽ được tính là:

$$v_n(T) = v_{n-1}(T)$$

với điều kiện: $t_n > T$ (15)

$$v_n(T) = Max\{v_{n-1}(T), v_{n-1}(T - t_n) + f_n(C_n, t_n)\}$$

với điều kiện: $t_n \leq T$

Đối chiếu với bảng dữ liệu số 2, thì phương trình (12) không thể xảy ra, vì xem xét thời gian thi công từng hạng mục luôn nhỏ hơn thời gian T. Phương trình (13) giải thích trường hợp khi xem xét chọn hạng mục tiếp theo thì tổng thời gian thi công đã vượt quá T, do vậy hạng mục đang xét không được chọn. Nếu hạng mục tiếp theo được chọn khi tổng thời gian thi công của các hạng mục trước đó và hạng mục đang xem xét nhỏ hơn hoặc bằng T, lúc này phương trình (14) sẽ đúng. Phương trình (15) là phương trình tổng quát cho các trường hợp xét tối ưu việc lựa chọn các hạng mục thi công nhằm thỏa mãn điều kiện ràng buộc và đạt được lợi nhuận tốt nhất. Trong quá trình lập trình tính toán, chúng tôi luôn xem xét đưa các trường hợp này vào để thuận lợi cho các bài toán mà doanh nghiệp sẽ gặp phải trong tương lai.

Sau khi thực hiện lập trình tính toán theo lý thuyết ở trên, tương ứng với dữ liệu bài toán ở bảng 2, thì kết quả giá trị thu được lớn nhất nhận được là 3,2 tỷ đồng với tổng số ngày thi công là 363 ngày, tương ứng các hạng mục được chọn là

1, 2, 7, 8, 10. Tỷ số giá thành trên một ngày thi công lúc này đạt khoảng 8,815 triệu đồng cho cả tổ đội thi công. Tạm gọi là phương án 1.

Xem xét trường hợp khi tiếp nhận các hạng mục số 5, 7, 8, 9 thì tổng số tiền là 3,1 tỷ đồng, với tổng thời gian thi công là 362 ngày. Tạm gọi đây là phương án 2. Thực tế tại doanh nghiệp thì xét tỷ số giá thành với thời gian, sau đó sắp xếp tỷ số này từ lớn đến nhỏ rồi lấy (tiếp nhận) hạng mục theo thứ tự sao cho không vượt quá điều kiện 365 ngày. Phương án này tạm gọi là phương án 3. Như phương án 3, nhà thầu sẽ lần lượt lựa chọn hạng mục 2, 5, 10, 1, 7, 3, 4, thì tổng số tiền là 2,85 tỷ đồng, với tổng thời gian thi công là 323 ngày. Dễ dàng thấy rằng, tỷ số tổng giá thành và tổng số ngày thi công có sự chênh lệch nhau cụ thể là 8,815 triệu đồng/ngày, 8,563 triệu đồng/ngày, 8,824 triệu đồng/ngày lần lượt của phương án 1, 2 và 3. Chúng ta có thể nhận thấy, phương án 3 không chọn vì phương án này có giá trị thu được rất thấp, do vậy xem xét phương án 1 và 2 khi tổng số lượng hạng mục chọn của phương án 2 (5 hạng mục) lớn hơn phương án 1 (4 hạng mục). Tuy rằng phương án 2 không phải là phương án chọn vì giá trị thu được nhỏ hơn phương án 1, tuy nhiên, khi xét đến điều kiện thực tế các vấn đề được quan tâm khác như là tính ổn định trong thi công; sự dịch chuyển của nhân công, máy thi công; điều kiện lán trại; ván khuôn thi công… thì phương án 2 cũng sẽ được nhà thầu nên xem xét. Như vậy, để xem xét được một bài toán tối ưu tốt hơn, thì trong xây dựng hiện nay có 1 số vấn đề khi số lượng của mỗi hạng mục nhiều hơn 1 lần chọn.

Thông thường, nhà thầu luôn mong muốn sẽ tối đa hoá lợi nhuận nhất có thể, trong điều kiện chỉ xét 1 tổ đội thi công (20 người), có nghĩa là nhà thầu mong muốn nhận được nhiều *n* hạng mục để thực hiện, mà các hạng mục này có tính chất giống nhau hoặc tương đồng nhau. Lúc này sẽ đặt ra bài toán như sau: Trong vòng một năm (365 ngày), Nhà thầu mong muốn nhận được số lượng công việc mà doanh thu nhiều nhất? Khi mỗi hạng mục ở bảng 2 cho phép chọn nhiều hơn 1 lần. Có thể hiểu bài toán trên như là, nhà thầu xét thấy đủ khả năng sẽ nhận nhiều hạng mục thứ *i,* khi số lượng của hạng mục thứ *i* không giới hạn. Gọi *k* là tổng số lượng (số lần) chọn một hạng mục, với $k \geq 1$ và luôn nguyên dương. Như vậy, bài toán này nâng cao chất lượng chuyên môn hóa trong thi công của từng tổ đội, cũng như hạn chế các vấn đề nêu ở bài toán trên như là: tính ổn định thi công; giảm bớt chi phí đầu tư máy móc, thiết bị thi công, cũng như sẽ nâng cao tay nghề của người thợ.

Bài toán sẽ lần lượt xem xét từng hạng mục, tại giai đoạn đầu cũng chọn 1 hạng mục bất kỳ với số lượng k bằng 1 hoặc có thể lớn hơn, sau đó xét tiếp việc lựa chọn hạng mục tiếp theo. Khi xem xét hạng mục i tiếp theo, thì phải đảm bảo điều kiện ràng buộc về tổng thời gian thi công phải nhỏ hơn hoặc bằng T. Phương trình (12) đúng khi hạng mục thứ i không được chọn vì thời gian thi công của hạng mục i là $t_i > T$. Ngược lại khi hạng mục thứ i được chọn thì phương trình (14) được viết lại như sau:

$$v_i(T) = v_{i-1}(T - t_i * k) + f_i(C_i, t_i) * k \quad (16)$$

với điều kiện: $t_i \leq T$ và $1 \leq k \leq \left(T/t_i\right)$

Lúc này giá trị thu được lớn nhất của nhà thầu khi nhận *n* hạng mục thoả mãn điều kiện tổng thời gian thực hiện trong phạm vi quy định *T* được tính là:

$$v_n(T) = Max\{v_{i-1}(T - t_i * k) + f_i(C_i, t_i) * k\} \quad (17)$$

với điều kiện: $i = [0, n]$ và $k = \left[0, \left(T/t_i\right)\right]$

Kết quả từ lập trình tính toán cho bài toán tối ưu này là nhà thầu sẽ đưa ra lựa chọn tốt nhất với 11 hạng mục 5 và 1 hạng mục 3, khi đó tổng giá trị thu được là 3.400 triệu đồng. Xét theo phương án của tỷ số giá và thời gian thì doanh nghiệp sẽ có thể chọn 6 hạng mục 2, sau đó chọn 1 hạng mục 5 và tiếp là hạng mục 3, thì tổng giá trị thu được là 3.400 triệu đồng, tương ứng 363 ngày. Tuy nhiên, như đề cập, phân tích bài toán ở trên, trong điều kiện cho phép, khi số lượng hạng mục không giới hạn thì ưu tiên chọn phương án 11 hạng mục 5 và 1 hạng mục 3. Như vậy, chúng ta thấy được rằng, khi số lượng không giới hạn của các hạng mục thì nhà thầu có thể có những lựa chọn tốt hơn trong cùng điều kiện thời gian thi công là 365 ngày cho một tổ đội thi công 20 người. Trong trường hợp này, rõ ràng điều kiện ổn định trong thi công; lán trại; tính chất ổn định công việc của mỗi người thợ; hay là hạn chế tối đa việc di chuyển vị trí, máy móc, nhân công; không thay thế ván khuôn… sẽ giúp giảm chi phí, nhờ vậy phát huy tối đa hiệu quả kinh tế cho nhà thầu và các bên liên quan.

4. Kết luận và kiến nghị

Trên thế giới, phương pháp sử dụng thuật toán QHĐ đã được áp dụng rộng rãi và đa dạng tất cả các lĩnh vực của cuộc sống cũng như cả trong lĩnh vực xây dựng. Trong bài báo này, chúng tôi nghiên cứu một số bài toán điển hình trong quá trình tính toán lựa chọn tối ưu các hạng mục xây dựng, nhằm tối đa hoá lợi nhuận khi sử dụng thuật toán QHĐ. Xét lần lượt các bài toán đơn điều kiện đến đa điều kiện để tối ưu tìm được kết quả tốt nhất trong điều kiện xây dựng cho phép của một tổ đội thi công (20 người).

Trong bài toán đơn điều kiện, khi các hạng mục công trình có thời gian thi công chồng chéo nhau, yêu cầu nhà thầu lựa chọn để có thể nhận tối đa các hạng mục đem lại lợi nhuận tốt nhất. Với bài toán chỉ có 1 điều kiện ràng buộc về thời gian, chúng tôi đã xem các thời gian bắt đầu và kết thúc

của mỗi hạng mục là tham số, sau đó sử dụng phương trình quy đổi với điều kiện là hạng mục có thể nhận được khi thời gian kết thúc của hạng mục trước trùng, hoặc sớm hơn hạng mục tiếp theo. Khi xét bài toán hai biến gồm tổng giá trị thu được và thời gian hoàn thành, chúng tôi đã sử dụng phương trình quy đổi mở rộng của thuật toán QHĐ với ràng buộc về thời gian và giá trị thu được cao nhất. Thuật toán QHĐ đã chỉ rõ được kết quả tốt nhất cho đề bài đặt ra là 3,2 tỷ đồng cho số hạng mục được chọn là 5. Tuy nhiên, chúng tôi cũng mở rộng xem xét thêm một trường hợp khi tổng giá thành thu được ít hơn, cũng gợi ý nhà thầu xem xét trong quá trình lựa chọn sao cho thuận lợi nhất trong mọi trường hợp mà thuộc phạm vi nghiên cứu này. Sau cùng, trong điều kiện cho phép, khi các hạng mục có thể có số lượng nhiều hơn một, nhà thầu rõ ràng sẽ phải có cái nhìn tổng quan hơn để nhận được lợi nhuận tốt nhất. Chúng ta thấy rằng, khi số lượng của một hạng mục nhiều hơn một, việc thi công, nhân công, máy móc sẽ thuận lợi hơn… Bài báo cũng phân tích, làm rõ quan điểm tính toán thực tế tại doanh nghiệp khi chỉ xét tỷ số giá thành với thời gian, sau đó sắp xếp từ lớn đến nhỏ rồi chọn sao cho thoả mãn điều kiện. Qua các phân tích ở trong bài báo, cũng chỉ rõ tính ưu điểm của thuật toán QHĐ cho kết quả tốt hơn. Do vậy, việc sử dụng thuật toán QHĐ vào xây dựng là cần thiết để mang lại hiệu quả tối ưu nhất và rút ngắn thời gian phân tích cũng như dễ dàng tối đa hoá lợi nhuận trong kinh doanh. Ngay cả việc tối ưu lựa chọn nhỏ nhất như quãng đường vận chuyển, tiến độ thi công… như đã được giới thiệu ở phần 2.

Với các điều kiện cho trước, trong khuôn khổ bài báo này, chỉ mới xét đến ràng buộc về thời gian và giá trị thu về lớn nhất. Tuy nhiên trên thực tế, việc lựa chọn các hạng mục tối ưu còn phụ thuộc vào nhiều điều kiện ràng buộc khác, như đơn giá ngày công từng khu vực có sự khác nhau; chi phí vận chuyển hoặc di chuyển thiết bị từ công trình, gói thầu, hạng mục này sang vị trí khác chưa được xét đến. Nên có thể có thêm điều kiện ưu tiên lựa chọn công trình có thời gian thi công cần thiết dài ngày hơn; hoặc là yêu cầu chọn những hạng mục, công trình có tính gối đầu nhau nhiều hơn, giảm thiểu thời gian trống giữa các gói thầu để tiện cho công việc quản lý thiết bị; lựa chọn các hạng mục có tính chất giống nhau; xem xét tính đồng đều tay nghề người thợ.

Trong tương lai, việc ứng dụng thuật toán QHĐ nhằm tối ưu hóa các bài toán trong xây dựng cần được triển khai sâu rộng hơn vào quá trình thiết kế mô phỏng, tính toán các kết cấu, công trình tại Việt Nam. Điều này giúp nâng cao độ chính xác, tối ưu hóa kết quả đạt được, tăng hiệu suất, hiệu quả công việc, giảm thiểu rủi ro phát sinh và tối đa hóa lợi ích cho các bên liên quan.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] R. Bellman (1972), *Dynamic Programming*, Princeton University Press, 382pp.

[2] T.J. Böhme, B. Frank (2017), *Dynamic Programming*, Springer, pp.199-214.

[3] R. Sedgewick, P. Flajolet (2013), *An Introduction to The Analysis of Algorithms*, Addison-Wesley, 593pp.

[4] S.S. Skiena (2008), *The Algorithm Design Manual*, Second Edition, Springer, 739pp.

[5] D.R. Robinson (1975), "Dynamic programming solution to cost-time tradeoff for CPM", *Manage. Sci.*, **22(2)**, pp.158-166, DOI: 10.1287/mnsc.22.2.158.

[6] E.G. Anderson (1984), "Applications of dynamic programming in survey engineering", *Civ. Eng. Syst.*, **1(5)**, pp.274-281.

[7] P.O. Nowak (2019), "Chosen aspects of dynamic programming use within construction waste management", *9th International Conference: Modern Building Materials, Structures and Techniques*, **2**, pp.1-5.

[8] K.J. Feighan, M.Y. Shahin, K.C. Sinha, et al. (1988), "Application of dynamic programming and other mathematical techniques to pavement management systems", *Transp. Res. Rec.*, **1200**, pp.90-98.

[9] H. Adeli, Y. Ge (1989), "A dynamic programming method for analysis of bridges under multiple moving loads", *Int. J. Numer. Methods Eng.*, **28(6)**, pp.1265-1282.

[10] M.D. Fredlund, D.G. Fredlund, G.D.F.N. Gitirana (2019), "Developments in landslide analysis methodologies", *Adv. Soil Mech. Geotech. Eng.*, **7**, pp.292-326, DOI: 10.3233/ASMGE190026.

[11] M. Jamshidi, M. Heidari (1977), "Application of dynamic programming to control Khuzestan water resources system", *Automatica*, **13(3)**, pp.287-293.

[12] P.T.T. Phuong, D.T.N. Han, H.V. Lai, et al. (2017), "Reservoirs optimization with dynamic programming", *Vietnam J. Mech.*, **39(3)**, pp.191-202, DOI: 10.15625/0866-7136/8334.

[13] Z. Li, X. Yu (2015), "Software project management based on dynamic programming algorithm", *Proc. First Int. Conf. Inf. Sci. Mach. Mater. Energy*, **126**, pp.883-887, DOI: 10.2991/icismme-15.2015.185.