

Xác định thông số tối ưu của thiết bị giảm chấn khối lượng lệch tâm nhằm giảm dao động xoắn cho kết cấu hệ nổi

Lê Thị Hương Giang^{1*}, Lê Tùng Anh², Trần Ngọc An¹

¹Trường Đại học Hàng hải Việt Nam, 484 Lạch Tray, phường Lê Chân, TP Hải Phòng, Việt Nam

²Cục Hàng hải và Đường thủy Việt Nam, 8 Phạm Hùng, phường Từ Liêm, Hà Nội, Việt Nam

Ngày nhận bài 24/3/2025; ngày chuyển phản biện 26/3/2025; ngày nhận phản biện 12/4/2025; ngày chấp nhận đăng 22/4/2025

Tóm tắt:

Khi nói đến kết cấu nổi là không chỉ nói đến kết cấu bến nổi trong lĩnh vực xây dựng công trình thủy mà loại kết cấu này còn được ứng dụng trong các lĩnh vực xây dựng dân dụng, tuabin điện gió... Trong đó, công trình nhà nổi hiện nay được ứng dụng phổ biến ở Việt Nam, như tại Châu Đốc, An Giang. Do đặc điểm kết cấu nổi chịu tác động của các tải trọng phức tạp gồm sóng, gió và dòng chảy nên việc nghiên cứu các biện pháp nhằm giảm dao động là rất cần thiết. Bài báo trình bày một quy tắc đơn giản để xác định các tham số tối ưu của các khối lượng lệch tâm nhằm giảm dao động xoắn của kết cấu nổi khi chịu kích động điều hòa. Quá trình tính toán tối ưu sử dụng phương pháp của Den Hartog (J.P.D. Hartog) và các kết quả tính toán được so sánh với các kết quả của phương pháp số. Để mô tả quá trình tính toán, nhóm tác giả tiến hành tính toán minh họa bằng một ví dụ cụ thể. Ví dụ minh họa cho thấy các thông số thu được là hợp lý khi so sánh với kết quả tối ưu hóa bằng thuật toán di truyền. Đồng thời, công thức tính của J.P.D. Hartog đã được mở rộng, không chỉ áp dụng cho hệ một bậc tự do chuyển động tịnh tiến, mà còn có thể áp dụng cho các hệ dao động xoắn.

Từ khóa: dao động xoắn, kết cấu nổi, khối lượng lệch tâm, phương pháp Den Hartog, thiết kế tối ưu.

Chỉ số phân loại: 1.3, 1.8, 2.1

Determining optimal eccentric mass parameters for mitigating torsional vibrations in floating structures

Thi Huong Giang Le^{1*}, Tung Anh Le², Ngoc An Tran¹

¹Vietnam Maritime University, 484 Lach Tray Street, Le Chan Ward, Hai Phong City, Vietnam

²Vietnam Maritime and Waterway Administration, 8 Pham Hung Street, Tu Liem Ward, Hanoi, Vietnam

Received 24 March 2025; revised 12 April 2025; accepted 22 April 2025

Abstract:

Floating structures are not limited to floating docks in hydraulic engineering; rather, they have found increasing applications across various fields such as civil engineering, offshore wind turbines... Herein, floating houses have become particularly prevalent in Vietnam such as in Chau Doc, An Giang. Due to the complex nature of environmental loads-comprising waves, wind, and current-acting on floating structures, investigating methods to mitigate structural vibrations is of considerable importance. This article proposes a simplified rule for determining the optimal parameters of eccentric mass dampers to suppress torsional vibrations in floating structures under harmonic excitation. The optimisation is performed using Den Hartog's classical method, and the results are benchmarked against those obtained via numerical simulations. To illustrate the proposed approach, a detailed numerical example is presented. The illustrative example demonstrates that the obtained parameters are reasonable when compared with the optimisation results using the genetic algorithm. Furthermore, the computational formula proposed by J.P.D. Hartog has been extended to apply not only to single-degree-of-freedom translational systems but also to torsional vibration systems.

Keywords: Den Hartog's method, eccentric masses, floating structures, optimal design, torsional motion.

Classification numbers: 1.3, 1.8, 2.1

*Tác giả liên hệ: Email: gianglh.ctt@vamaru.edu.vn

1. Đặt vấn đề

Các kết cấu nổi có nhiều áp dụng trong công trình thực tế như bến nổi, nhà nổi, tuabin điện gió... Tại Việt Nam, kết cấu nổi không chỉ được áp dụng cho bến nổi mà còn được áp dụng cho các công trình nhà nổi như tại Châu Đốc, An Giang (hình 1) [1], ngoài ra còn được áp dụng ở nhiều nơi khác, trong các lĩnh vực khác như phao nổi cho tấm năng lượng mặt trời...



Hình 1. Làng nổi ở Châu Đốc, An Giang. Nguồn: nucuoiemekong.com.

Do đặc trưng của kết cấu nổi chịu tác động của các tải trọng phức tạp như sóng và gió (đặc biệt là kết cấu nổi có kích thước lớn) nên nó thường xuyên chịu dao động. Tổng quát, dao động của kết cấu nổi gồm dao động lên xuống theo phương đứng, dao động theo phương ngang và dao động xoắn. Các dao động này có thể ảnh hưởng tiêu cực đến độ ổn định của kết cấu, cũng như cảm giác thoải mái của con người. Chính vì vậy, việc nghiên cứu các biện pháp nhằm giảm dao động cho kết cấu nổi là rất cần thiết, nhất là dao động xoắn hay dao động tròn xoay. Tuy nhiên, các nghiên cứu về giảm dao động xoắn cho kết cấu nổi chưa được tiến hành nhiều và chủ yếu tập trung cho các kết cấu nổi có kích thước lớn chịu tải trọng sóng [2-4] hoặc các tuabin điện gió chịu tải trọng sóng và gió [5-7].

Đối với kết cấu nhà nổi, S.H. Yin (2017) [8] đã đề cập sử dụng thiết bị giảm chấn có dạng cột chất lỏng (Tuned liquid column damper - TLCD) nhằm giảm dao động xoắn, áp dụng mô phỏng cho một kết cấu nổi có dạng hộp chữ nhật. Tuy nhiên, việc đặt thiết bị TLCD trên đỉnh của kết cấu nổi có thể ảnh hưởng diện tích thao tác phía trên, do đó gây khó khăn cho việc bố trí các thiết bị cũng như ảnh hưởng đến không gian sử dụng của con người. Chính vì vậy, L.T.H. Giang và cs (2025) [9] đã đề cập một biện pháp khác, đó là bố trí các khối lượng lệch tâm ở dưới đáy của kết cấu nổi và do đó không ảnh hưởng đến không gian thao tác ở phía trên, các thông số tối ưu của các khối lượng lệch tâm được tính toán bằng thuật toán di truyền (Genetic algorithm - GA). Các kết quả mô phỏng số cho thấy, hiệu quả giảm

dao động của các khối lượng lệch tâm và thiết bị TLCD là như nhau, nhưng việc sử dụng các khối lượng lệch tâm có ưu điểm về việc bố trí.

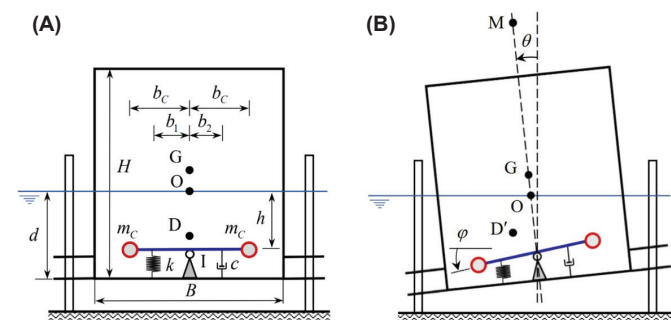
Trong nội dung bài báo này, tiếp tục hướng nghiên cứu [9], các tác giả đề xuất một quy tắc đơn giản để xác định các thông số tối ưu của các khối lượng lệch tâm, đó là sử dụng phương pháp của J.P.D. Hartog (1934) [10]. Tính toán tối ưu theo phương án này sẽ đem lại sự thuận tiện cho kỹ sư thiết kế trong việc lựa chọn các thông số của thiết bị giảm chấn. Hiệu quả giảm dao động sẽ được so sánh với các kết quả khi tính toán tối ưu theo thuật toán di truyền GA [9].

2. Mô hình nghiên cứu và hệ phương trình chuyển động

2.1. Mô hình nghiên cứu

Xét mô hình kết cấu nổi có dạng hộp chữ nhật trên hình 2 với các thông số chiều dài L , chiều rộng B , chiều cao H và khối lượng m_s . Bên trong kết cấu nổi, bố trí các khối lượng lệch tâm bao gồm hai khối lượng m_c được nối với nhau bởi một thanh nhẹ và có thể quay được quanh khớp I [9]. Khoảng cách theo phương ngang từ các khối lượng đến khớp I là b_c . Thanh nhẹ được nối với lò xo có độ cứng k và bộ cản nhớt có độ cản c tại các vị trí có khoảng cách b_1 và b_2 lần lượt lấy đối với I theo phương ngang. Khoảng cách từ thanh nhẹ đến mặt nước là h . Tâm nổi và tâm xoay được ký hiệu lần lượt là D và O, trong khi đó khối tâm của kết cấu nổi được ký hiệu là G. Khối lượng riêng của nước là ρ_w . Ở trạng thái cân bằng tĩnh, kết cấu nổi chìm trong nước một khoảng d như công thức (1) [9].

$$d = \frac{m_s + 2m_c}{\rho_w BL} \quad (1)$$



Hình 2. Mô hình hệ kết cấu nổi - khối lượng lệch tâm (A) và các chuyển vị trong quá trình dao động (B) [9].

Một cách tổng quát, kết cấu nổi có 3 thành phần dao động là dao động lên xuống theo phương đứng, dao động theo phương ngang và dao động xoắn. Xét kết cấu nổi sử dụng hệ thống cọc định vị (Ring-column system) [8], do đó chỉ xét kết cấu nổi có dao động xoắn. Trong quá trình dao động xoắn hay dao động tròn xoay quanh O, kết cấu nổi có chuyển vị θ và thanh nhẹ của các khối lượng lệch tâm có chuyển vị φ như trên hình 2. Các chuyển vị này được chọn

là tuyệt đối. Khi kết cấu nổi dao động, tâm định khuynh được ký hiệu là M . Các độ cứng chống xoắn và độ cản xoắn tương đương được xác định như sau [9].

$$k_c = b_1 k; \quad c_c = b_2 c \quad (2)$$

trong đó: k_c : độ cứng chống xoắn; c_c : độ cản xoắn.

2.2. Hệ phương trình chuyển động

Xét kết cấu nổi chịu tác dụng của momen xoắn có dạng điều hòa như công thức (3) [8, 9].

$$M = M_0 \sin \Omega t \quad (3)$$

trong đó: M_0 là biên độ momen xoắn kích động; Ω là tần số kích động và t là biến thời gian.

Sử dụng phương pháp Lagrange, phương trình chuyển động của hệ kết cấu nổi - khối lượng lệch tâm có dạng như công thức (4) [9].

$$\begin{bmatrix} I_{s0} + 2m_c h^2 & 0 \\ 0 & 2m_c b_c^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_c & -c_c \\ -c_c & c_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_s + 2m_c g \bar{h} + k_c & -k_c \\ -k_c & k_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

trong đó: $I_{s0} = I_s + m_s \overline{OG}^2 \quad (5)$

với I_s và I_{s0} là momen quán tính của kết cấu nổi lần lượt lấy đối với tâm xoay O và khối tâm G.

$$k_s = m_s g (\overline{OM} - \overline{OG}); \quad \bar{h} = h + \overline{OM} \quad (6)$$

với \overline{OM} là khoảng cách từ tâm xoay O đến tâm định khuynh M và được xác định như sau:

$$\overline{OM} = \frac{B^2}{12d} - \frac{d}{2} \quad (7)$$

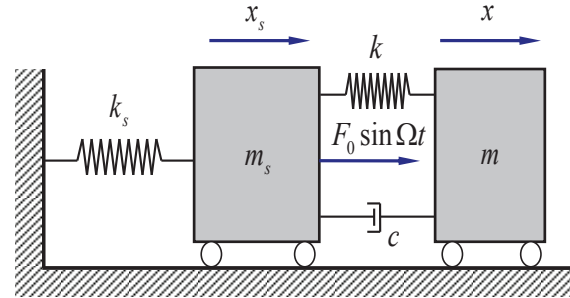
Bài toán tối ưu đặt ra là dựa trên hệ phương trình chuyển động (4), với mỗi tỷ số cho trước của khối lượng thiết bị giảm chấn và khối lượng của kết cấu nổi, ta cần tìm các giá trị k_c và c_c tối ưu sao cho biên độ dao động của kết cấu nổi là nhỏ nhất. Thông thường, bài toán này là phức tạp và cần các thuật toán tối ưu theo phương pháp số như thuật toán di truyền GA [9]. Trong bài báo này, tác giả trình bày cách tính toán đơn giản hơn, đó là sử dụng công thức của J.P.D. Hartog (1934) [10] áp dụng cho hệ một bậc tự do.

3. Tối ưu các thông số của bộ giảm chấn

3.1. Công thức của J.P.D. Hartog

Mô hình kết cấu nổi sử dụng trong bài báo được tham khảo như trong [8, 9]. Kết cấu nổi xét không có bố trí độ cản. Đối với kết cấu hệ chính không cản, có thể tìm các giá trị tối ưu của bộ giảm chấn theo phương pháp giải tích của J.P.D. Hartog (1934) [10]. Với hệ chính có cản, việc tìm các giá trị tối ưu của bộ giảm chấn theo phương pháp giải tích là không khả thi và phải giải theo phương pháp số với các thuật toán tối ưu như GA, BCMO...

Xét hệ chính không cản lắp thiết bị giảm chấn khối lượng (Tuned mass damper - TMD) như hình 3. Hệ chính có khối lượng m_s , lò xo có độ cứng k_s và không có bộ cản nhớt. Thiết bị TMD có khối lượng m , lò xo có độ cứng k , bộ cản nhớt có độ cản c . Hệ chính chịu tác dụng của lực điều hòa $F_0 \sin \Omega t$.



Hình 3. Mô hình hệ chính không cản lắp TMD.

Hệ phương trình chuyển động của hệ kết cấu - TMD như trên hình 3 có dạng sau:

$$\begin{cases} m_s \ddot{x}_s + c \dot{x}_s - c \dot{x} + (k_s + k)x_s - kx = F_0 \sin \Omega t \\ m \ddot{x} - c \dot{x}_s + c \dot{x} - kx_s + kx = 0 \end{cases} \quad (8)$$

hay

$$\begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_s \\ \ddot{x} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c & -c \\ -c & c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_s \\ \dot{x} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_s + k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_s \\ x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_0 \sin \Omega t \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

trong đó: x_s và x lần lượt là chuyển vị của kết cấu và TMD. Chú ý rằng các chuyển vị này được chọn là tuyệt đối.

Với mỗi tỷ số khối lượng $\mu = m/m_s$ cho trước, mục tiêu của bài toán tối ưu là xác định các giá trị k và c sao cho biên độ dao động của hệ chính là nhỏ nhất. Các giá trị k và c được xác định theo các giá trị m_s và k_s .

Đặt các tỷ số:

$$\mu = \frac{m}{m_s}; \quad \omega_s = \sqrt{\frac{k_s}{m_s}}; \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad \alpha = \frac{\omega}{\omega_s}; \quad \zeta = \frac{c}{2m\omega} \quad (10)$$

J.P.D. Hartog (1934) [10] đã đưa ra công thức xác định các tham số tối ưu α_{opt} và ζ_{opt} bằng phương pháp hai điểm cố định như sau:

$$\alpha_{opt} = \frac{1}{1 + \mu} \quad (11)$$

$$\zeta_{opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)}} \quad (12)$$

Như vậy, với tỷ số khối lượng μ cho trước, ta sẽ xác định được các giá trị tối ưu của tỷ số tần số α_{opt} và độ cản Lehr tối ưu ζ_{opt} theo các công thức (11) và (12), sau đó các giá trị tối ưu k_{opt} và c_{opt} của TMD sẽ được xác định theo công thức (10).

3.2. Áp dụng cho thiết bị giảm chấn khối lượng lệch tâm

So sánh hệ phương trình chuyển động (4) của hệ kết cấu nổi - khối lượng lệch tâm và hệ phương trình chuyển động (9) của hệ kết cấu - TMD, ta nhận thấy có sự tương đồng về mặt hình thức. Do đó, có thể áp dụng công thức Den Hartog để xác định các thông số tối ưu của các khối lượng lệch tâm áp dụng cho kết cấu nổi. Quá trình tính toán thực hiện như sau:

Bước 1: Xác định tỷ số:

$$\mu = \frac{2m_c b_c^2}{I_{so} + 2m_c h^2} \quad (13)$$

Bước 2: Biểu diễn các tần số:

$$\omega_s = \sqrt{\frac{k_s + 2m_c g h}{I_{so} + 2m_c h^2}}; \quad \omega = \sqrt{\frac{k_c}{2m_c b_c^2}} \quad (14)$$

Bước 3: Xác định giá trị độ cứng tối ưu k_{Copt} thông qua α_{opt} .

Bước 4: Xác định giá trị độ cản tối ưu c_{Copt} thông qua ζ_{opt} .

4. Ví dụ áp dụng

Trong mục này tác giả trình bày việc xác định các thông số tối ưu của thiết bị khối lượng lệch tâm được đề cập trong mục 3. Các kết quả tính toán tối ưu dựa trên công thức của J.P.D. Hartog (1934) [10] sẽ được so sánh với kết quả tính tối ưu bằng thuật toán di truyền GA. Xét kết cấu nổi có dạng hình hộp chữ nhật như đã trình bày trên hình 2 với các thông số cho như trong bảng 1.

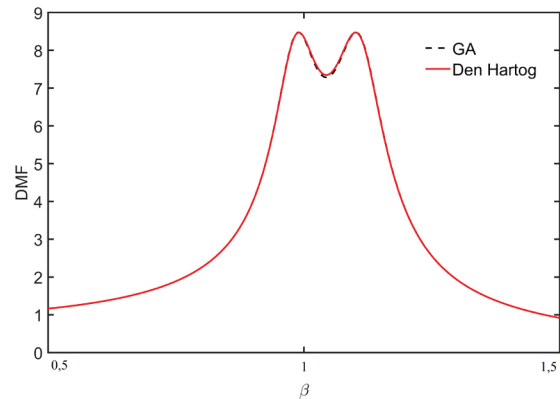
Bảng 1. Các thông số của kết cấu nổi [8, 9].

Thứ tự	Các thông số	Ký hiệu	Giá trị	Đơn vị
1	Bề rộng kết cấu nổi	B	2,31	m
2	Chiều cao kết cấu nổi	H	2,59	m
3	Chiều dài kết cấu nổi	L	5,95	m
4	Khối lượng	m_s	2150	kg
5	Momen quán tính lấy với khối tâm	I_s	3936,8	kg/m ²
6	Khối lượng riêng của nước	ρ_w	1000	kg/m ³
7	Biên độ của momen tác dụng	M_0	100	Nm

Kết cấu nổi được xét dưới dạng mô hình có dạng hộp chữ nhật đặt trong môi trường nước ngọt, do đó khối lượng riêng của nước ρ_w được xác định như trong bảng 1. Để đánh giá hiệu quả giảm dao động, ta sử dụng hệ số khuếch đại DMF (Dynamic magnification factor) [8, 9, 11, 12].

$$DMF = \frac{|\theta_0|}{(M_0 / k_s)} \quad (15)$$

Bố trí các thanh nhẹ nối các khối lượng lệch tâm nằm cách đáy 30 cm, các khối lượng lệch tâm được bố trí với $b_c=1$ m [9]. Tỷ số khối lượng $2m_c/m_s=0,07$. Sử dụng các bước như trong mục 3, ta xác định được $k_{Copt}=735,27$ Nm/m; $c_{Copt}=60,51$ Nms/m. Đại lượng $DMF_{max}=8,47$ với hai giá trị đỉnh như trên hình 4 trùng khớp với cách tính theo thuật toán GA [9]. Tuy nhiên, việc giải quyết bài toán theo phương pháp giải tích của J.P.D. Hartog (1934) [10] rõ ràng là thuận tiện hơn so với việc phải sử dụng các phần mềm toán học để tính toán tối ưu theo phương pháp số.



Hình 4. Đáp ứng động lực học của kết cấu theo tỷ số tần số β .

Trong hình 4, β là tỷ số giữa tần số momen kích động và tần số dao động riêng của kết cấu nổi và được xác định như sau:

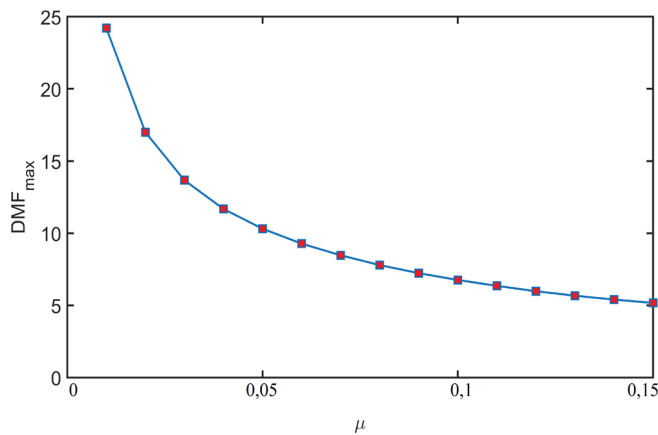
$$\beta = \frac{\Omega}{\omega_s} \quad (16)$$

Hình 4 thể hiện sự biến thiên của hệ số khuếch đại DMF theo tỷ số β . Khi β dần tới 1 sẽ xảy ra hiện tượng cộng hưởng với hai đỉnh cộng hưởng. Với các giá trị k_{Copt} và c_{Copt} đã tìm được ở trên, giá trị hai đỉnh cộng hưởng đạt nhỏ nhất.

Trong mục này, chúng ta chỉ khảo sát với tỷ số khối lượng là 0,07 (7%). Trong mục tiếp theo, ta sẽ khảo sát với các tỷ số khối lượng khác nhau (tập Pareto) để đưa ra đánh giá khách quan về hiệu quả giảm dao động theo tỷ số khối lượng.

5. Tập Pareto

Như đã trình bày ở phần trên, trong mục này khảo sát tập Pareto biểu diễn sự thay đổi của DMF_{max} tối ưu theo tỷ số khối lượng μ . Tập Pareto này nhằm tạo điều kiện thuận tiện cho người kỹ sư đưa ra chọn lựa giữa tỷ số khối lượng và hiệu quả giảm dao động sao cho phù hợp. Các giá trị k_{Copt} và c_{Copt} được xác định theo phương pháp J.P.D. Hartog (1934) [10] như trình bày trong mục 3. Chúng tôi xét sự biến thiên của μ trong khoảng [0,01 - 0,15] [9]. Thông thường, tỷ số khối lượng của thiết bị giảm chấn và hệ chính là dưới 10% (0,1), tuy nhiên để mở rộng khoảng khảo sát cho đánh giá khách quan, trong bài báo này xét với tỷ số khối lượng lớn nhất là 15% (0,15). Đồ thị biểu diễn sự biến thiên của DMF_{max} tối ưu theo μ được biểu diễn như trên hình 5.



Hình 5. Tập Pareto với DMF_{max} tối ưu biến thiên theo μ .

Như trên hình 5, giá trị DMF_{max} tối ưu biến thiên trong khoảng 5,17 đến 24,22, trùng khớp với kết quả trong nghiên cứu trước [9].

6. Kết luận

Bài báo đã trình bày công thức giải tích xác định các tham số tối ưu của các khối lượng lệch tâm trong việc giảm dao động xoắn của kết cấu nổi. Dựa trên phương pháp của Den Hartog, các thông số độ cứng và độ cản nhớt tối ưu đã được xác định. Việc đưa ra các công thức giải tích để tìm các thông số tối ưu cho phép người kỹ sư có thể xác định các đại lượng này một cách dễ dàng. Ví dụ minh họa đã cho thấy rằng các thông số tìm được là hợp lý khi so sánh với việc tính toán tối ưu bằng thuật toán di truyền GA. Việc tính toán tối ưu theo phương pháp số nói chung là phức tạp và cần có sự hỗ trợ của các phần mềm toán học. Bài báo đã mở rộng công thức tính của J.P.D. Hartog (1934) [10] không chỉ cho hệ 1 bậc tự do chuyển động tịnh tiến mà có thể áp dụng cho hệ dao động xoắn. Đây là đóng góp mới của bài báo.

LỜI CẢM ƠN

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại học Hàng hải Việt Nam trong đề tài mã số DT24-25.86. Các tác giả xin chân thành cảm ơn.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] V.T.H. Hanh, V. Duong (2018), "Morphology of water-based housing in Mekong delta, Vietnam", *MATEC Web of Conferences*, **193**, DOI: 10.1051/mateconf/201819304005.
- [2] C.M. Wang, E. Watanabe, T. Utsunomiya (2008), *Very Large Floating Structures*, Taylor & Francis, 256pp.
- [3] E. Watanabe, T. Utsunomiya, C.M. Wang (2004), "Hydroelastic analysis of pontoon-type VLFS: a literature survey", *Engineering Structures*, **26(2)**, pp.245-256, DOI: 10.1016/j.engstruct.2003.10.001.
- [4] C.M. Wang, Z.Y. Tay, K. Takagi, et al. (2010), "Literature review of methods for mitigating hydroelastic response of VLFS under wave action", *Applied Mechanics Reviews*, **63**, DOI: 10.1115/1.4001690.
- [5] S. Gueydon, S. Weller (2013), "Study of a floating foundation for wind turbines", *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, **135(3)**, DOI: 10.1115/1.4024271.
- [6] K.P. Thiagarajan, H.J. Dagher (2014), "A review of floating platform concepts for offshore wind energy generation", *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, **136(2)**, DOI: 10.1115/1.4026607.
- [7] T. Utsunomiya, S. Yoshida, H. Ookubo, et al. (2014), "Dynamic analysis of a floating offshore wind turbine under extreme environmental conditions", *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, **136**, DOI: 10.1115/1.4025872.
- [8] S.H. Yin (2017), "Tuned liquid column damper for suppressing pitching motion of a rectangular box structure", *Structural Control and Health Monitoring*, **24(11)**, DOI: 10.1002/stc.2014.
- [9] L.T.H. Giang, L.T. Anh, T.N. An (2025), "Research on reducing pitching motion for floating structures using eccentric masses", *Journal of Marine Science and Technology*, **82** (in press).
- [10] J.P.D. Hartog (1934), *Mechanical Vibrations*, McGraw-Hill, New York, 437pp.
- [11] L.M.G. Martín, J.F.C. Márquez, E.H. Montes, et al. (2012), "Dynamic magnification factors of SDOF oscillators under harmonic loading", *Applied Mathematics Letters*, **25(1)**, pp.38-42, DOI: 10.1016/j.aml.2011.07.005.
- [12] H.Q. Cao, N.A. Tran, X.T. Nguyen (2024), "Tuned two-mass dampers for vibration control of offshore platforms", *Engineering Research Express*, **6(3)**, DOI: 10.1088/2631-8695/ad5fe0.