

# Khảo sát tương quan độ cứng và tần số dao động riêng trong kết cấu nhà nhiều tầng bằng bê tông cốt thép

## Investigation on the correlation between stiffness and vibration frequency in multi-story reinforced concrete structures

TS. Nguyễn Ngọc Thăng<sup>1,\*</sup> và ThS. Trần Thị Phương Lan<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Khoa Công trình, Trường Đại học Thủy lợi;

<sup>2</sup>Khoa Xây dựng, Trường Đại học Hải Phòng;

\*Tác giả liên hệ: thangnn@tlu.edu.vn

■ Nhận bài: 05/03/2025 ■ Sửa bài: 03/04/2025 ■ Duyệt đăng: 08/05/2025

### TÓM TẮT

Kiểm soát dao động riêng của hệ kết cấu nhà nhiều tầng bằng bê tông cốt thép có ý nghĩa quan trọng nhằm hạn chế các tác động động của tải trọng ngang như gió và động đất tới công trình. Tùy thuộc vào các thông số chiều cao, mặt bằng, hình dạng mặt đứng công trình, giải pháp kết cấu chịu lực, đặc trưng vật liệu, cấu tạo, liên kết..., mà công trình sẽ có dao động riêng khác nhau, đặc trưng bởi tần số dao động. Trong bài báo này, tác giả trình bày phân tích tần số dao động riêng trong mối tương quan với độ cứng của hệ kết cấu, đánh giá trị số này trong tính toán kết cấu nhà nhiều tầng bằng bê tông cốt thép với hệ kết cấu khung vách kết hợp chịu lực.

**Từ khóa:** Tần số dao động riêng, Kết cấu nhà nhiều tầng, Độ cứng của hệ kết cấu, Hệ kết cấu khung vách

### ABSTRACT

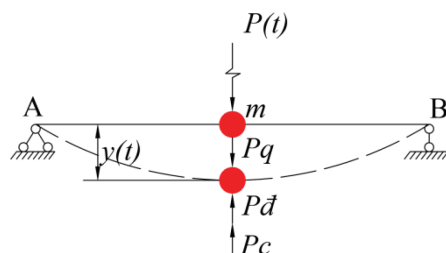
The control of the natural vibration of multi-story reinforced concrete structures is crucial in mitigating the dynamic effects of lateral loads such as wind and earthquakes on buildings. Depending on parameters such as height, floor plan, elevation shape, structural load-bearing solutions, material properties, configuration, and connections, buildings exhibit different natural vibrations, characterized by their vibration frequency. In this paper, the author presents an analysis of natural vibration frequencies in correlation with the stiffness of the structural system and evaluates these values in the structural design of multi-story reinforced concrete buildings with a combined frame-wall load-bearing system.

**Keywords:** Natural Vibration Frequency, Multi-Story Building Structures, Structural System Stiffness, Frame-Wall Structural System

## 1. GIỚI THIỆU

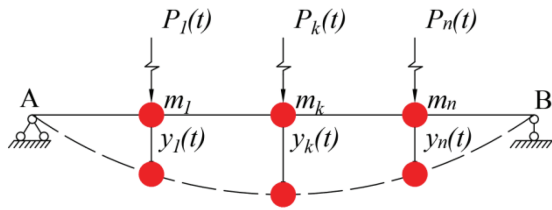
Dao động riêng của công trình nhà nhiều tầng có hai đặc trưng cơ học quan trọng là chu kỳ (hoặc tần số) dao động và dạng dao động [1, 2]. Một công trình có  $n$  bậc tự do thì có  $n$  tần số dao động riêng ta có một dạng chính, do vậy hệ có  $n$  dạng chính dao động [3]. Nếu xác định được tần số dao động riêng của hệ ta có thể xác định dạng dao động và tính toán kết cấu tránh được hiện tượng cộng hưởng, cũng như dễ dàng xác định được tác động của ngoại lực thông qua việc phân tích tải trọng theo dạng dao động chính [4-6].

Xét hệ một bậc tự do: dầm đơn giản không trọng lượng mang khối lượng tập trung  $m$  chịu tác dụng của tải trọng động  $P(t)$ , hệ một bậc tự do là chuyển vị theo phương đứng  $y(t)$  của khối lượng  $m$  (hình 1).



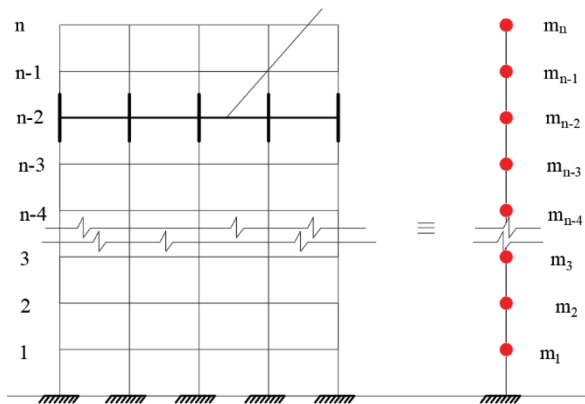
Hình 1. Dao động hệ một bậc tự do

Trường hợp n lực:  $P_1(t), P_2(t), \dots, P_n(t)$  hệ sẽ là n bậc tự do (hình 2).



Hình 2. Dao động hệ n bậc tự do

Đối với nhà cao tầng, mô hình tính giả thiết đơn giản là một thanh console có n điểm tập trung khối lượng m tại các cao trình sàn tầng. Mô hình tính toán nhà nhiều tầng minh họa hình 3 dưới đây:



Hình 3. Mô hình tính toán nhà nhiều tầng (n tầng) tương ứng với hệ n bậc tự do [1, 3, 4, 6]

Giải hệ phương trình n cân bằng sẽ được n nghiệm thực dương và phân biệt biểu diễn các tần số dao động riêng  $\omega_i (i = 1, 2, \dots, n)$  (tần số dao động trong  $2\pi$  giây). Sắp xếp các tần số này theo thứ tự từ nhỏ đến lớn  $\omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_n$  được gọi là véc tơ tần số riêng.  $f_1$  và  $T_1$  gọi là tần số và chu kỳ dao động cơ bản, được tính theo:

Tần số dao động (số dao động trong một giây) [7]:

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi} \tag{1}$$

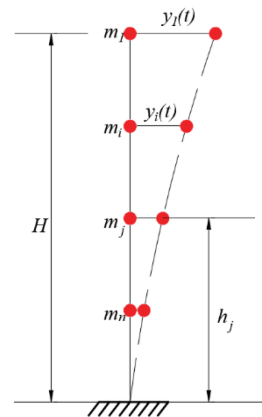
Chu kỳ dao động (thời gian cần thiết để thực hiện một dao động toàn phần) [7]:

$$T_i = \frac{2\pi}{\omega_i} \tag{2}$$

## 2. XÁC ĐỊNH TẦN SỐ DAO ĐỘNG NHÀ NHIỀU TẦNG

2.1. Mô hình tính toán là một thanh console đơn giản [8]:

Với mô hình tính toán là một thanh console một đầu ngàm vào móng và với giả thiết trọng khối phân bố đều theo chiều cao công trình [8] như hình 4 dưới đây.



Hình 4. Mô hình console đơn giản tính toán chu kỳ dao động [8]

Khi đó ta có thể xác định được chu kỳ dao động bản thân dạng thứ nhất theo công thức sau:

$$T_j = \left( \frac{2\pi H^2}{1.875^2} \right) \sqrt{\frac{m}{B_j}} \tag{3}$$

Trong đó:

m- trọng khối tính theo đơn vị chiều cao có thể lấy trong khoảng 3 đến 5 kN/m;

$B_j$  - độ cứng của nhà  $B_x, B_y$  khi uốn theo trục X và Y;

H - chiều cao tính toán.

Thay chiều cao tính toán  $H_0 = 1.1H$  ta được:

$$T_j = 2.17 H_0^2 \sqrt{\frac{m}{B_j}} \tag{4}$$

Tần số dao động dạng thứ nhất:

$$\lambda_j = \frac{1}{T_j} \tag{5}$$

Tần số dao động vòng:

$$\omega_j = \frac{2\pi}{T_j} \tag{6}$$

2.2. *Tính toán gần đúng chu kỳ dao động cơ bản của nhà [9, 10]:*

**a) Tính gần đúng theo chiều cao nhà**

Đối với nhà nhiều tầng có chiều cao không lớn hơn 40m:

$$T_1 = C_t H^{\frac{3}{4}} \tag{7}$$

Trong đó:

$C_t=0.085$  với hệ khung thép không gian chịu mô men,  $C_t=0.075$  với hệ khung bê tông cốt thép không gian chịu mô men và khung thép có gằng lệch tâm,  $C_t=0.05$  đối với các hệ kết cấu khác;  $H$  chiều cao toà nhà, tính bằng m, từ mặt móng hoặc đỉnh của phần cứng phía dưới.

Đối với các kết cấu có tường chịu cắt bằng bê tông hoặc khối xây, giá trị  $C_t$  trong biểu thức (7) có thể lấy bằng:

$$C_t = \frac{0.075}{\sqrt{A_c}} \tag{8}$$

Trong đó:

$A_c$  tổng diện tích hữu hiệu của các tường chịu cắt trong tầng đầu tiên của toà nhà, tính bằng m<sup>2</sup>;

$$A_c = \sum \left[ A_i \times \left( 0.2 + \left( \frac{l_{wi}}{H} \right)^2 \right) \right] \tag{9}$$

Với:

$A_i$  diện tích tiết diện ngang hữu hiệu của tường chịu cắt  $i$  theo hướng đang xét trong tầng đầu tiên của nhà, tính bằng m<sup>2</sup>;

$l_{wi}$  chiều dài của tường chịu cắt ở tầng đầu tiên theo hướng song song với các lực tác động, tính bằng m, với điều kiện:  $l_{wi}/H$  không được vượt quá 0.9.

**b) Tính gần đúng theo số tầng:**

Khi chấp nhận một sai số nhất định, có thể xác định chu kỳ dao động  $T(s)$  phụ thuộc vào số tầng nhà theo biểu thức sau [11, 12]:

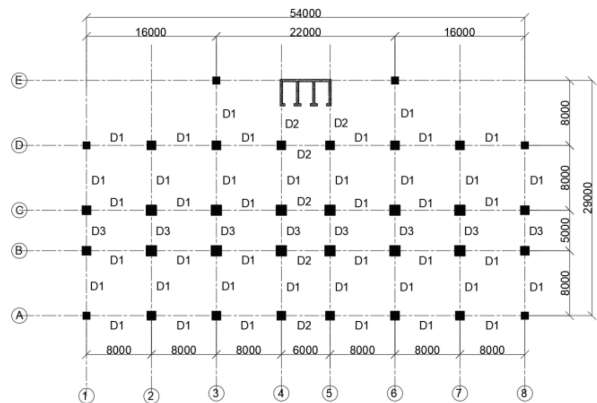
$$T(s) = \frac{1}{10} n \tag{10}$$

Với  $n$  là số tầng của công trình.

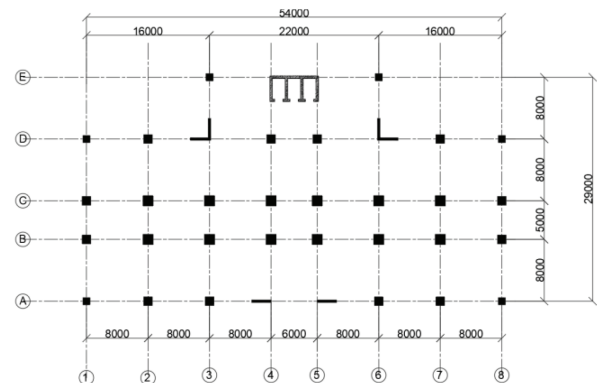
**3. KHẢO SÁT DAO ĐỘNG NHÀ NHIỀU TẦNG BÊ TÔNG CỐT THÉP**

**3.1. Thiết lập bài toán khảo sát khảo sát dao động nhà nhiều tầng:**

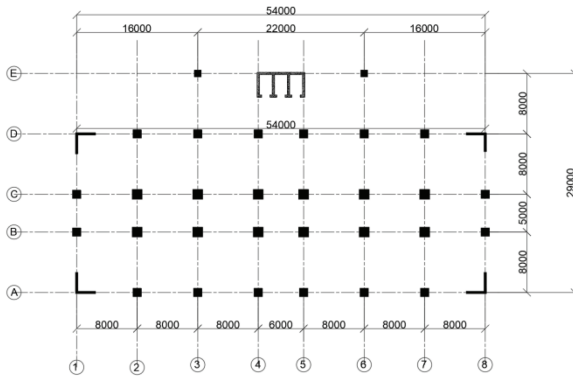
Khảo sát dao động riêng của nhà nhiều tầng thông qua việc sử dụng phần mềm Etab để mô phỏng các mô hình khác nhau tương ứng cho các hệ chịu lực khác nhau gồm: hệ khung; hệ khung và vách giữa kết hợp; hệ khung và vách góc kết hợp; hệ khung, vách giữa và vách góc kết hợp. Số liệu các bài toán khảo sát gồm kích thước tiết diện của cấu kiện chọn sơ bộ tiết diện cột theo diện tích truyền tải, tiết diện dầm chọn theo kích thước nhịp, tiết diện vách chọn sơ bộ theo chiều cao tầng và diện truyền tải, chiều dày sàn chọn theo kích thước ô sàn lớn nhất, và tính toán quy đổi độ cứng hệ theo mô men quán tính hình học của tiết diện với hệ số mô đun đàn hồi E của vật liệu bê tông cốt thép là hằng số. Mặt bằng kết cấu minh họa từ hình 5 đến hình 8 dưới đây, tương ứng các bảng số liệu đầu vào cho các công trình 30 tầng, 20 tầng và 10 tầng trong các bảng 1, 2 và 3.



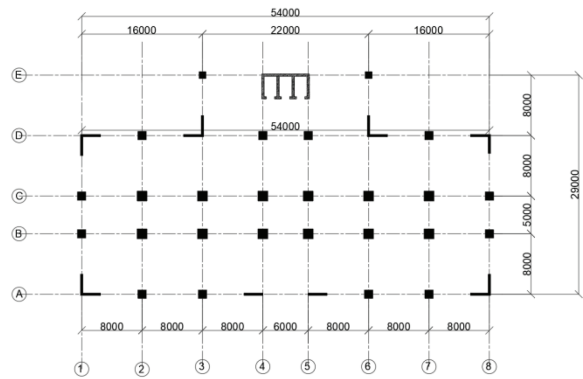
Hình 5. Mặt bằng hệ kết cấu khung



Hình 6. Mặt bằng hệ kết cấu khung và vách giữa kết hợp



Hình 7. Mặt bằng hệ kết cấu khung và vách góc kết hợp



Hình 8. Mặt bằng hệ kết cấu khung, vách giữa và vách góc kết hợp

Bảng 1: Số liệu đầu vào bài toán 1 – công trình cao 30 tầng

Cấu kiện	Cột			Dầm			Vách (mm)	Chiều dày sàn (mm)	Chiều cao tầng (m)
	Tầng	Giữa	Biên	Góc	D1	D2			
T1-T5	130x130	110x110	90x90	80x35	70x30	60x25	300	120	3.6
T6-T10	120x120	100x100	90x90	80x35	70x30	60x25	300	120	3.6
T11-T15	110x110	90x90	80x80	80x35	70x30	60x25	300	120	3.6
T16-T20	100x100	80x80	80x80	80x35	70x30	60x25	250	120	3.6
T21-T25	90x90	70x70	70x70	80x35	70x30	60x25	250	120	3.6
T26-T30	80x80	60x60	60x60	80x35	70x30	60x25	250	120	3.6

Bảng 2: Số liệu đầu vào bài toán 2 – công trình cao 20 tầng

Cấu kiện	Cột			Dầm			Vách (mm)	Chiều dày sàn (mm)	Chiều cao tầng (m)
	Tầng	Giữa	Biên	Góc	D1	D2			
T1-T5	100x100	80x80	65x65	80x35	70x30	60x25	300	120	3.6
T6-T10	95x95	75x75	60x60	80x35	70x30	60x25	300	120	3.6
T11-T15	90x90	70x70	55x55	80x35	70x30	60x25	300	120	3.6
T16-T20	85x85	65x65	50x50	80x35	70x30	60x25	250	120	3.6

Bảng 3: Số liệu đầu vào bài toán 3 – công trình cao 10 tầng

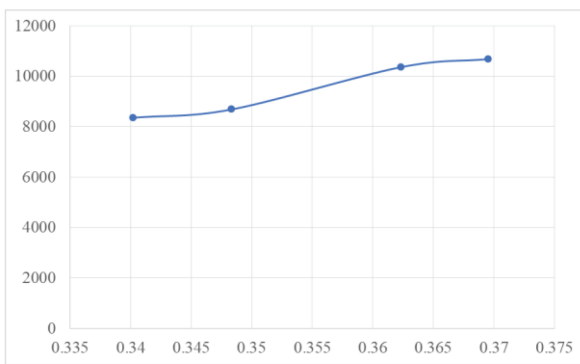
Cấu kiện	Cột			Dầm			Vách (mm)	Chiều dày sàn (mm)	Chiều cao tầng (m)
	Tầng	Giữa	Biên	Góc	D1	D2			
T1-T5	100x100	80x80	65x65	80x35	70x30	60x25	300	120	3.6
T6-T10	95x95	75x75	60x60	80x35	70x30	60x25	300	120	3.6

Kết quả tính toán mối quan hệ tần số và độ cứng được thể hiện trong bảng 4 dưới đây tương ứng các bài toán 1, 2 và 3 của các hệ kết cấu chịu lực khác nhau.

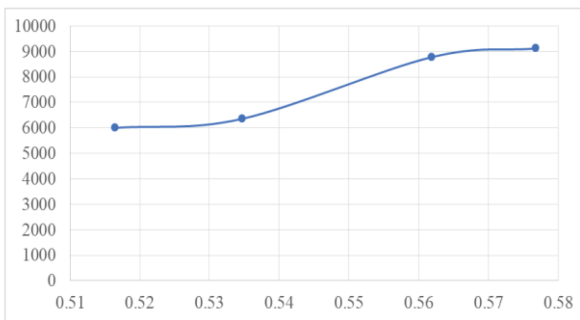
**Bảng 4:** Tương quan tần số và độ cứng bài toán 1 với các hệ kết cấu chịu lực

Hệ kết cấu chịu lực	Bài toán 1 – 30 tầng		Bài toán 2 – 20 tầng		Bài toán 3 – 10 tầng	
	Tần số	Độ cứng	Tần số	Độ cứng	Tần số	Độ cứng
Hệ khung	0.34021	8354.57	0.51646	6000.91	0.93867	3787.46
Hệ khung, vách giữa	0.34836	8686.78	0.53467	6355.70	1.08321	4188.94
Hệ khung, vách góc	0.36232	10360.32	0.56187	8776.88	1.18607	6584.76
Hệ khung, vách giữa, góc	0.36955	10680.00	0.57684	9117.39	1.23155	6960.31

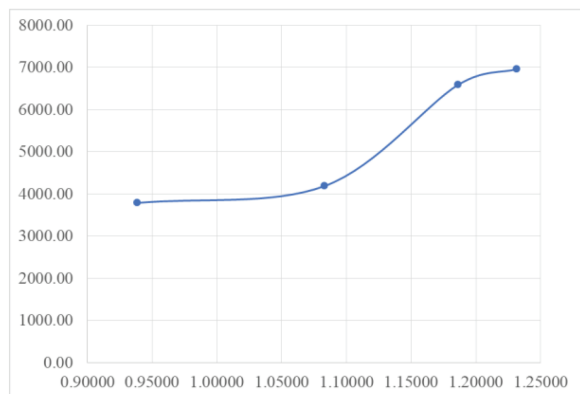
Hình vẽ 9-11 thể hiện biểu đồ tương quan giữa độ cứng và tần số dao động riêng của công trình cho bài toán 1, 2 và 3.



**Hình 9.** Tương quan tần số và độ cứng trong bài toán 1- công trình cao 30 tầng



**Hình 10.** Tương quan tần số và độ cứng trong bài toán 2- công trình cao 20 tầng



**Hình 11.** Tương quan tần số và độ cứng trong bài toán 3 - công trình cao 10 tầng

**3.2. Phân tích kết quả:**

Qua biểu đồ hình 9-11 ở trên nhận thấy: Độ cứng hệ kết cấu tỷ lệ thuận với tần số dao động của công trình, khi độ cứng tăng lên thì tần số cũng tăng theo nhưng mức độ tăng không đồng đều, phụ thuộc vào số tầng cao, cụ thể: Đối với nhà 10 tầng, khi hệ kết cấu chịu lực từ hệ khung chuyển sang hệ khung kết hợp với vách giữa và vách góc chịu lực độ cứng công trình tăng thêm 83.8% thì tần số tương ứng tăng 31.23%; Kết quả tương tự thu được với công trình nhà cao 20 tầng độ cứng tăng 51.9% tần số tăng thêm 11.7% và với công trình nhà cao 30 tầng kết quả thu được cho sự biến thiên tần số tăng thêm 8.6% ứng với độ cứng công trình tăng thêm 27.8%.

Quy luật biến thiên độ cứng và tần số dao động cũng phù hợp với kết quả nghiên cứu được chỉ ra trong kết quả nghiên cứu của Java và cộng sự (2015) [13]. Bài báo phân tích từ góc nhìn năng lượng, khi một hệ có độ cứng cao sẽ tích trữ nhiều năng lượng đàn hồi hơn trong một chu kỳ dao động, dẫn đến khả năng phục hồi nhanh hơn sau khi bị biến dạng, điều này làm tăng tần số dao động.

Kết quả thu được trong phân tích này cũng chỉ ra khi số tầng của công trình tăng lên, độ cứng tăng nhưng tần số dao động tăng chậm, điều này cho thấy độ cứng kết cấu khung của nhà nhiều tầng chỉ phù hợp với công trình từ 10 đến 20 tầng. Do vậy với những công trình có chiều cao và số tầng lớn hơn cần phải chọn giải pháp kết cấu có độ cứng lớn hơn. Kết quả này cũng được chỉ ra trong nghiên cứu của Senel and M. Palanci [14], giải thích từ phương diện động lực học, khi độ cứng cao hơn đồng nghĩa với lực hồi phục lớn hơn khi

chuyển vị ngang, đẩy hệ trở về vị trí cân bằng nhanh hơn, từ đó làm giảm chu kỳ và tăng tần số dao động.

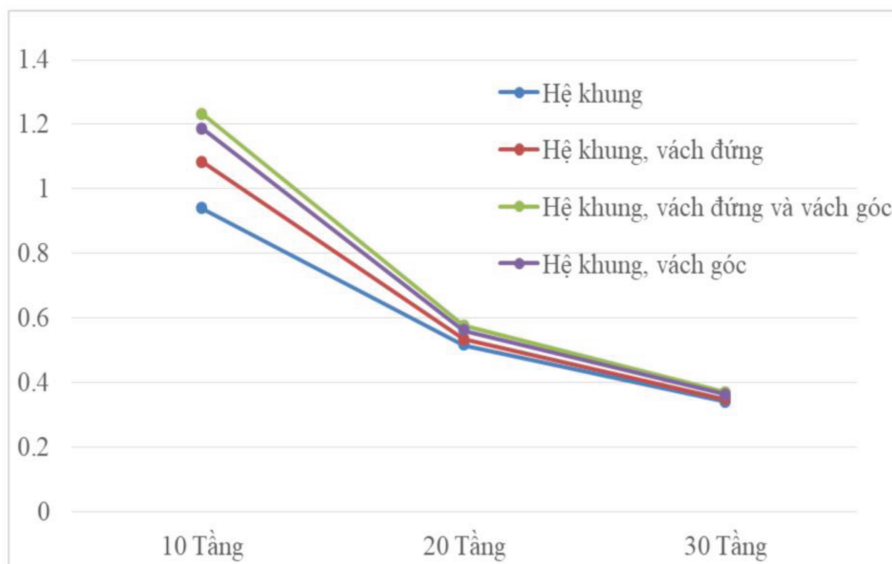
Chang Yan và cộng sự [15] khi nghiên cứu về ảnh hưởng của độ cứng và sự phụ thuộc tần số đối với phản ứng dao động của kết cấu dạng tấm cũng chỉ ra kết luận về việc cần phải lựa chọn những giải pháp kết cấu chịu lực khác có độ cứng thích hợp cho những công trình cao tầng khi có kể đến độ cứng ngoài mặt phẳng của sàn và vách đứng, hệ kết cấu vách lõi cứng, hệ kết cấu hộp hoặc hệ hỗn hợp chịu lực là phù hợp.

Bảng 5 tổng hợp kết quả tính toán theo các công thức gần đúng và kết quả tính toán từ

mô hình Etabs, nhận thấy: Kết quả tính toán tần số dao động bằng phần tử hữu hạn có những sai khác so với công thức thực nghiệm, tuy nhiên khi số tầng khác nhau sai số cũng khác nhau, những sai số này càng lớn khi số tầng càng nhiều, và khác nhau tùy thuộc vào hệ kết cấu chịu lực của công trình tương ứng. Kết quả này phù hợp với nhận định trong nghiên cứu về tần số dao động theo mô hình động lực học công trình của Zhu và các cộng sự [16]. Nghiên cứu chỉ ra trong các mô hình tính, vách cứng có vai trò quan trọng trong việc gia tăng độ cứng ngang của công trình, từ đó làm giảm chu kỳ dao động cơ bản.

Bảng 5: Bảng so sánh tần số của nhà nhiều tầng tính theo công thức tính toán

Tầng	Hệ kết cấu	Tần số						
		Etabs	CT 4	$\Delta f$ (%)	CT 7	$\Delta f$ (%)	CT 10	$\Delta f$ (%)
30	Hệ khung	0.340	0.257	<b>24.39</b>	0.398	<b>16.98</b>	0.333	<b>2.00</b>
	Hệ khung, vách góc	0.348	0.261	<b>25.14</b>	0.398	<b>14.25</b>	0.333	<b>4.31</b>
	Hệ khung, vách góc	0.362	0.290	<b>20.02</b>	0.398	<b>9.85</b>	0.333	<b>8.00</b>
	Hệ khung, vách góc và vách góc	0.370	0.293	<b>20.74</b>	0.398	<b>7.69</b>	0.333	<b>9.80</b>
20	Hệ khung	0.516	0.483	<b>6.52</b>	0.539	<b>4.45</b>	0.500	<b>3.19</b>
	Hệ khung, vách góc	0.535	0.495	<b>7.50</b>	0.539	<b>0.89</b>	0.500	<b>6.49</b>
	Hệ khung, vách góc	0.562	0.599	<b>6.60</b>	0.539	<b>3.99</b>	0.500	<b>11.01</b>
	Hệ khung, vách góc và vách góc	0.577	0.608	<b>5.48</b>	0.539	<b>6.48</b>	0.500	<b>13.32</b>
10	Hệ khung	0.939	1.105	<b>17.69</b>	0.907	<b>3.35</b>	1.000	<b>6.53</b>
	Hệ khung, vách góc	1.083	1.179	<b>8.86</b>	0.907	<b>16.25</b>	1.000	<b>7.68</b>
	Hệ khung, vách góc	1.186	1.844	<b>55.45</b>	0.907	<b>23.51</b>	1.000	<b>15.69</b>
	Hệ khung, vách góc và vách góc	1.232	1.885	<b>53.09</b>	0.907	<b>26.34</b>	1.000	<b>18.80</b>



**Hình 12.** Biểu đồ tương quan giữa số tầng và tần số dao động riêng

Hình 12 tương quan giữa số tầng và tần số cho các dạng kết cấu khác nhau. Kết quả cho thấy mối quan hệ giữa tần số và số tầng không phụ thuộc vào độ cứng của hệ, chỉ phụ thuộc vào hệ kết cấu. Khi số tầng tăng lên thì tần số dao động của công trình cũng điều chỉnh giảm, cụ thể: Khi tăng số tầng từ 10 lên 20 tầng thì tần số giảm xấp xỉ 2 lần; Khi tăng số tầng từ 20 lên 30 tầng thì tần số giảm xấp xỉ 1.54 lần. Độ dốc của các đường biến thiên trong biểu đồ cũng cho thấy khi số tầng tăng lên tốc độ độ biến thiên tần số sẽ chậm lại (trong trường hợp tăng số tầng từ 30 lên 40 tầng đường biến thiên trong biểu đồ đi ngang). Kết quả này được lý giải trong nghiên cứu của S.M Noor và cộng sự (2019) [17] chỉ ra chu kỳ dao động ảnh hưởng đến đặc tính chuyển vị xoắn trong nhà cao tầng bê tông cốt thép. Kết quả này được phân tích dựa trên độ lệch tâm về độ bền và độ cứng như các thông số chính của hệ kết cấu, chuyển vị xoắn với số tầng cao sẽ chi phối chu kỳ dao động cơ bản. Khi diện tích vách cứng được bố trí tăng lên, sự lệch tâm giữa trọng tâm khối lượng và trọng tâm độ cứng sẽ giảm, làm giảm tác động của chuyển vị xoắn. Nghiên cứu của Stefano (2020) [18] cũng chỉ ra khi tăng diện tích vách cứng giúp kiểm soát chuyển vị ngang của công trình, từ đó giảm nguy cơ mất ổn định và hư hỏng kết cấu. Kết quả này phù hợp với hình vẽ 12.

#### 4. KẾT LUẬN

Trong nghiên cứu này, nhóm tác giả đã xây dựng mô hình khảo sát tần số dao động cho công trình nhà nhiều tầng bê tông cốt thép với số tầng 10, 20 và 30 nhằm đánh giá ảnh hưởng của độ cứng hệ kết cấu và chiều cao công trình đến tần số dao động. Kết quả phân tích cho thấy tần số dao động của công trình tỷ lệ thuận với độ cứng của hệ kết cấu. Tuy nhiên, khi số tầng tăng lên, tác động của độ cứng đến tần số dao động giảm dần. Đối với các công trình số tầng lớn, hệ kết cấu khung không còn đáp ứng hiệu quả, đòi hỏi phải lựa chọn các giải pháp kết cấu chịu lực có độ cứng lớn hơn. Ngoài ra, các công thức thực nghiệm để tính toán tần số dao động chỉ phù hợp với công trình dưới 10 tầng, sai số là chấp nhận được so với tính toán.

Mở rộng nghiên cứu về các yếu tố ảnh hưởng tới chu kỳ dao động cơ bản trong các tòa nhà bê tông cốt thép trên 40 tầng cần đánh giá sự thay đổi của bất thường chuyển vị xoắn trong các tòa nhà cao tầng với chiều cao lớn hơn, ở đó hiệu ứng dao động bậc cao và tương tác giữa các tầng trở nên rõ rệt hơn. Khi đó ảnh hưởng của độ cứng dọc trục (axial stiffness) của cột và vách cứng đối với dao động xoắn, đặc biệt trong trường hợp tòa nhà chịu tải trọng động đất, tải trọng gió ngang lớn cần được xét đến.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] L.T. Huân “Kết cấu nhà cao tầng Bê tông cốt thép,” Nhà xuất bản Xây dựng, Hà Nội, 2009.
- [2] N.L. Ninh “Động đất và thiết kế công trình chịu động đất,” Nhà xuất bản Xây dựng, Hà Nội, 2007.
- [3] N.T. Phong “Kết cấu bê tông cốt thép (Phần kết cấu nhà cửa),” Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội, 2006.
- [4] Khanzi “Tính toán và thiết kế khung bê tông cốt thép nhà nhiều tầng,” Nhà xuất bản Xây dựng, Hà Nội, 1985.
- [5] N.Đ. Công “Tính toán tiết diện cột bê tông cốt thép,” Nhà xuất bản Xây dựng, Hà Nội, 2009.
- [6] V.B. Tầm “Nhà cao tầng Bê tông cốt thép,” Nhà xuất bản Đại học Quốc gia Hồ Chí Minh, TP. HCM, 2012.
- [7] TCVN 9386: 2012 Thiết kế công trình chịu động đất – Tiêu chuẩn thiết kế
- [8] TCVN 5574: 2018 Kết cấu bê tông và bê tông cốt thép toàn khối – Tiêu chuẩn thiết kế.
- [9] ACI 318 Committee, Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2008.
- [10] Bryan Stafford Smith. Alex Coull. Tall Building Structures: Analysis and Design. John Wiley & Son. New York.
- [11] Wolfgang Schueller. High – Rise Building Structures. New York, London.
- [12] Bungale S. Taranath. Reinforced Concrete Design of Tall Building. Taylor & Francis Group. New York, London, 2010.
- [13] Javanmardi, A., Rouzbeh, A., Masine, Z., and Ahmad, A. “Correlation of Stiffness and Natural Frequency of Precast Frame System”. Applied Mechanics and Materials. Vol 735, pp. 141-144, 2015.
- [14] S. M. Senel and M. Palanci, “Structural Aspects and Seismic Performance of 1-Story Precast Buildings in Turkey,” J. Perform. Constr. Facil., Vol. 27, No. 4, pp. 437–449, Aug. 2023.
- [15] Chang Yan, Wen-Jie Fan, Da-Miao Wang and Wen-Zhang Zhang, “Research on the Impact of Non-Uniform and Frequency-Dependent Normal Contact Stiffness on the Vibrational Response of Plate Structures” Applied Sciences., Vol. 14, No. 7, pp. 1–17, April 2024.
- [16] Zhu, S.Y.; Cai, C.B.; Luo, Z.; Liao, Z.Q. “A frequency and amplitude dependent model of rail pads for the dynamic analysis of train-track interaction”. Sci. China-Technol. Sci, Vol 58, pp. 191–201, 2015.
- [17] S.M Noor, N.S Md Halim, A. Ibrahim, T.A Majid and S.H. Hassan. “Fundamental period of vibrations influencing characteristics of torsional irregularity in reinforced concrete buildings”. IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science, Vol. 244, pp. 12-21, 2019.
- [18] Stefano, M. a. P, “Predicting torsion-induced lateral displacements for pushover analysis: Influence of torsional system characteristics”. Earthq Eng Struct Dyn, Vol (39), 1369-1394, 2020.