

Ứng dụng thuật toán tối ưu đa mục tiêu trong thiết kế kết cấu giàn thép

Application of multi-objective optimization algorithm for steel truss design

Nguyễn Trần Hiếu^{1,*}

¹ Khoa Xây dựng Dân dụng & Công nghiệp, Trường Đại học Xây dựng Hà Nội;

*Tác giả liên hệ: hieunt2@huce.edu.vn

■ Nhận bài: 15/12/2025 ■ Sửa bài: 25/02/2026 ■ Duyệt đăng: 07/03/2026

DOI: <https://doi.org/10.66195/mtu.2026.16.152>

TÓM TẮT

Kết cấu giàn thép được sử dụng rộng rãi trong những công trình vượt nhịp lớn do những ưu điểm như: trọng lượng nhẹ, độ cứng lớn,... Do giá thành của vật liệu thép cao hơn nhiều so với vật liệu bê tông nên bài toán tối ưu trọng lượng kết cấu thép luôn được đặt ra trong quá trình thiết kế. Tuy nhiên, thực tế thiết kế đôi khi đòi hỏi phải cân bằng hai hay nhiều mục tiêu xung đột nhau, ví dụ tối thiểu trọng lượng giàn đồng thời tối đa khả năng chịu lực hoặc độ cứng của giàn. Đối với loại bài toán này, không có một giải pháp tối ưu nhất mà có thể tồn tại nhiều giải pháp tốt ngang nhau. Những giải pháp này hợp thành một đường cong (khi tối ưu hai mục tiêu) hoặc mặt cong (khi tối ưu ba mục tiêu) được gọi là biên giới Pareto. Một trong những thuật toán phổ biến nhất để xác định biên giới Pareto là thuật toán NSGA-II. Bài báo trình bày một nghiên cứu áp dụng thuật toán NSGA-II trong công tác thiết kế kết cấu giàn thép nhằm tối ưu đồng thời cả trọng lượng cũng như độ cứng của giàn. Bài báo gồm bốn phần chính. Phần một giới thiệu tổng quan và mục tiêu của nghiên cứu. Phần hai thiết lập bài toán tối ưu đa mục tiêu cho kết cấu giàn, trình bày ngắn gọn thuật toán tối ưu đa mục tiêu NSGA-II cũng như một số kỹ thuật bổ sung. Phần ba triển khai một ví dụ thực tế áp dụng thuật toán NSGA-II thiết kế kết cấu giàn vượt nhịp 30m. Phần bốn nêu một số kết luận và kiến nghị.

Từ khóa: Tối ưu đa mục tiêu, tối ưu kết cấu, kết cấu thép, kết cấu giàn, NSGA-II

ABSTRACT

Steel truss structures are widely used in large-span constructions due to their advantages such as light weight, high stiffness. Because the price of steel material is significantly higher than that of concrete, optimizing the weight of steel structures is always a crucial aspect of the design task. However, design practice sometimes requires balancing two or more conflicting objectives, for example, minimizing truss weight while maximizing load-bearing capacity or stiffness. For this kind of problem, there exist multiple equally good solutions instead of single optimal solution. These solutions form a curve (when optimizing two objectives) or a surface (when optimizing three objectives) known as a Pareto front. One of the most popular algorithms for determining Pareto front is the NSGA-II algorithm. This paper presents a study applying the NSGA-II algorithm to the design of steel truss structures with the goal of simultaneously optimizing both the weight and stiffness of the truss. The paper consists of four sections. The first section introduces the literature review and the purpose of the study. Section 2 formulates the multi-objective optimization problem for truss structure, briefly presents the NSGA-II algorithm as well as some additional techniques. In Section 3, a practical example is implemented in which the NSGA-II algorithm is applied to design a 30-meter span truss structure. The last section presents some conclusions and recommendations.

Keywords: Multi-objective optimization, structural optimization, steel structure, steel truss, NSGA-II.

1. GIỚI THIỆU CHUNG

Nhiều công trình trong thực tế bố trí cột với khoảng cách lớn hoặc không có cột bên trong nhằm tạo ra không gian rộng để đáp ứng yêu cầu sử dụng hoặc tạo hiệu ứng thẩm mỹ, do đó kết cấu đỡ mái trong những công trình này thường phải vượt khẩu độ lớn. Với những kết cấu đỡ mái vượt khẩu độ lớn, người ta thường sử dụng vật liệu thép làm kết cấu chịu lực chính do đây là vật liệu có cường độ cao. Về mặt giải pháp kết cấu, phương án dầm đặc mặc dù có nhiều ưu điểm như sản xuất đơn giản, dễ dàng duy tu bảo dưỡng nhưng có trọng lượng nặng nên ít được sử dụng trong kết cấu mái nhịp lớn. Trong khi đó, phương án giàn do vật liệu được bố trí một cách hợp lý nên có trọng lượng nhỏ hơn so với phương án dầm đặc cùng nhịp. Vì thế, kết cấu giàn là sự lựa chọn thích hợp đối với dạng công trình này. Bên cạnh đó, do giá thành vật liệu thép cao hơn nhiều so với vật liệu bê tông nên bài toán tối ưu trọng lượng kết cấu thép luôn được đặt ra trong quá trình thiết kế mái thép nhịp lớn. Nhiệm vụ này có thể giải quyết bằng nhiều thuật toán như Giải thuật di truyền (GA), thuật toán Tối ưu bầy đàn (PSO) hay thuật toán Tiến hóa vi phân (DE). Nhiều nghiên cứu trên thế giới cũng như tại Việt Nam đã áp dụng những thuật toán nêu trên nhằm tối ưu kết cấu giàn thép [1-6].

Tuy nhiên, thiết kế thực tế đôi khi đòi hỏi phải cân bằng hai hoặc nhiều mục tiêu xung đột nhau. Tối thiểu trọng lượng giàn đồng thời với tối đa khả năng chịu lực của giàn, hoặc tối thiểu trọng lượng giàn đồng thời tối đa độ cứng của giàn là hai ví dụ về bài toán tối ưu hóa đa mục tiêu. Đối với loại bài toán này, không có một giải pháp tối ưu nhất mà có thể tồn tại nhiều giải pháp tốt ngang nhau. Những giải pháp này hợp thành một đường cong (khi tối ưu hai mục tiêu) và mặt cong (khi tối ưu ba mục tiêu) được gọi là biên giới Pareto. Thuật toán phổ biến nhất để xác định biên giới Pareto là NSGA-II. Thời gian gần đây, nhiều thuật toán tối ưu đa mục tiêu khác đã được đề xuất ví dụ thuật toán GDE3, thuật toán RAO,... Nghiên cứu ứng dụng các thuật toán nêu trên giải quyết bài toán tối ưu đa mục tiêu

kết cấu giàn thép đã được một số tác giả trên thế giới thực hiện [7-9]. Tại Việt Nam cũng đã có một số tác giả công bố các kết quả liên quan tới hướng nghiên cứu trên [10-12]. Hầu hết các nghiên cứu đều thử nghiệm trên các bài toán giàn đơn giản như giàn 10 thanh, giàn 25 thanh, giàn 72 thanh, giàn 200 thanh,... Theo khảo sát, số lượng nghiên cứu áp dụng tối ưu đa mục tiêu cho các công trình thực tế còn tương đối hạn chế.

Bài báo trình bày một nghiên cứu nhằm đánh giá khả năng ứng dụng thuật toán tối ưu đa mục tiêu hỗ trợ công tác thiết kế thực tế. Cụ thể, thuật toán NSGA-II sẽ được áp dụng để tối ưu đa mục tiêu cho một kết cấu giàn quy mô lớn gồm 768 thanh vượt nhịp 30 m, chịu tải trọng nặng. Qua đó, bài báo đưa ra một số khuyến nghị nhằm lựa chọn phương án phù hợp dựa trên kết quả tối ưu thu được sẽ được.

2. TỐI ƯU ĐA MỤC TIÊU KẾT CẤU GIÀN THÉP

2.1. Bài toán tối ưu đa mục tiêu kết cấu giàn thép

Thiết kế tối ưu thực chất là một quá trình tìm kiếm phương án tốt nhất để đạt mục tiêu mong muốn trong khi vẫn phải đảm bảo các điều kiện ràng buộc nhất định. Trong bài toán thiết kế tối ưu kết cấu, biến thiết kế có thể là hình dáng, kích thước kết cấu hoặc tiết diện của các cấu kiện trong hệ kết cấu. Hàm mục tiêu thông thường là tổng trọng lượng của hệ kết cấu, hoặc tổng giá thành xây dựng. Điều kiện ràng buộc của bài toán tối ưu kết cấu thường là các quy định trong tiêu chuẩn thiết kế nhằm thỏa mãn hai điều kiện cơ bản nhất là điều kiện an toàn chịu lực và khả năng sử dụng bình thường. Ngoài ra, bài toán tối ưu kết cấu còn có những ràng buộc riêng nhằm đảm bảo yêu cầu khả thi trong giai đoạn sản xuất, vận chuyển, thi công.

Căn cứ theo biến thiết kế, bài toán thiết kế tối ưu kết cấu có thể chia thành 04 nhóm: tối ưu vật liệu, tối ưu cấu trúc, tối ưu hình dáng, và tối ưu tiết diện, trong đó tối ưu tiết diện là dạng bài toán phổ biến nhất trong tối ưu kết cấu. Đây là bài toán đi tìm kích thước tiết diện phù hợp của từng phần tử trong hệ kết cấu trong khi chiều dài hình học và liên kết giữa các cấu kiện không thay đổi.

Cụ thể đối với kết cấu giàn thép, biến thiết kế là tiết diện các thanh giàn, hàm mục tiêu là trọng lượng của cả hệ giàn, còn điều kiện ràng buộc thường bao gồm các điều kiện chịu lực, điều kiện hạn chế chuyển vị,... Phát biểu toán học của bài toán tối ưu tiết diện các thanh giàn như sau:

$$\text{tìm } \mathbf{A} = \{A_i, i = 1, 2, \dots, n\} \quad (1)$$

nhằm tối thiểu hóa

$$W(\mathbf{A}) = \sum_{i=1}^n \rho_i A_i L_i$$

chịu các điều kiện ràng buộc:

$$\begin{cases} g_j(\mathbf{A}) \leq 0, j = 1, \dots, m \\ A_{i,\min} \leq A_i \leq A_{i,\max}, i = 1, \dots, n \end{cases}$$

trong đó: \mathbf{A} là một véc-tơ n chiều chứa giá trị của n biến số A_i , mỗi biến số A_i là diện tích tiết diện của thanh giàn thứ i ; $A_{i,\min}$ và $A_{i,\max}$ là giá trị cận dưới và cận trên của biến A_i ; $W(\mathbf{A})$ là hàm mục tiêu, cụ thể trong trường hợp này là trọng lượng của kết cấu giàn; L_i là chiều dài của thanh giàn thứ i ; ρ_i là trọng lượng riêng của vật liệu sử dụng để chế tạo thanh giàn thứ i ; $g_j(\mathbf{A})$ là điều kiện ràng buộc thứ j ; n là số lượng thanh giàn và m là số điều kiện ràng buộc.

Các điều kiện ràng buộc trong bài toán tối ưu kết cấu giàn thép dựa theo tiêu chuẩn thiết kế hiện hành [13] được viết lại dưới dạng chuẩn hóa như sau:

$$\begin{cases} g_s(\mathbf{A}) = \begin{cases} \frac{N_t}{A_n f_{yd} \gamma_c} - 1 \leq 0 \\ \frac{N_c}{\varphi A f_{yd} \gamma_c} - 1 \leq 0 \end{cases} \\ g_f(\mathbf{A}) = \frac{f_{\max}}{f_u} - 1 \leq 0 \\ g_\lambda(\mathbf{A}) = \frac{\lambda}{\lambda_u} - 1 \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

trong đó: $g_s(\mathbf{A})$ là điều kiện ràng buộc về chịu lực; $g_f(\mathbf{A})$ là điều kiện ràng buộc về chuyển vị; $g_\lambda(\mathbf{A})$ là điều kiện ràng buộc về độ mảnh; trong đó: N_t là lực kéo đúng tâm tính toán trong cấu kiện; A_n là diện tích tiết diện thực của cấu

kiện; N_c là lực nén đúng tâm tính toán; φ là hệ số ổn định khi nén đúng tâm; A là diện tích tiết diện nguyên của cấu kiện; f_{yd} là cường độ chịu kéo tính toán của thép theo giới hạn chảy; γ_c là hệ số điều kiện làm việc; f_{\max} là chuyển vị đứng lớn nhất trong giàn; f_u là độ võng đúng giới hạn; λ là độ mảnh của thanh và λ_u là độ mảnh giới hạn.

Như đã trình bày ở trên, thiết kế thực tế đôi khi đòi hỏi phải cân bằng hai hoặc nhiều mục tiêu xung đột nhau, ví dụ trọng lượng giàn và độ cứng tổng thể của giàn. Đây là hai mục tiêu mâu thuẫn nhau bởi để tối thiểu hóa trọng lượng giàn, kỹ sư thiết kế thường cố gắng giảm chiều cao tổng thể của giàn cũng như giảm tiết diện các thanh giàn. Điều này làm giảm độ cứng tổng thể của giàn, hệ quả là làm tăng độ võng. Do đó, trong quá trình thiết kế cần xem xét đồng thời cả hai mục tiêu để tìm ra giải pháp thiết kế hợp lý.

Trong nghiên cứu này, giá trị độ cứng không được tính toán trực tiếp mà được đánh giá một cách gián tiếp thông qua giá trị chuyển vị đứng lớn nhất (hay độ võng lớn nhất) của giàn. Như vậy, hai mục tiêu xem xét trong bài toán là tối thiểu hóa trọng lượng và độ võng của giàn. Phát biểu toán học của dạng bài toán tối ưu đa mục tiêu kết cấu giàn thép như sau:

$$\text{tìm } \mathbf{A} = \{A_i, i = 1, 2, \dots, n\} \quad (3)$$

nhằm tối thiểu hóa

$$W(\mathbf{A}) = \sum_{i=1}^n \rho_i A_i L_i$$

đồng thời tối thiểu hóa f_{\max}

chịu các điều kiện ràng buộc:

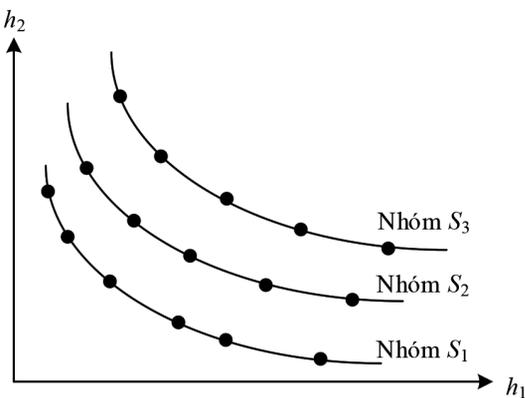
$$\begin{cases} g_s(\mathbf{A}) = \begin{cases} \frac{N_t}{A_n f_{yd} \gamma_c} - 1 \leq 0 \\ \frac{N_c}{\varphi A f_{yd} \gamma_c} - 1 \leq 0 \end{cases} \\ g_\lambda(\mathbf{A}) = \frac{\lambda}{\lambda_u} - 1 \leq 0 \\ A_{i,\min} \leq A_i \leq A_{i,\max}, i = 1, \dots, n \end{cases}$$

2.2. Thuật toán NSGA-II

Một trong những thuật toán tối ưu đa

mục tiêu được sử dụng phổ biến nhất là Giải thuật di truyền sắp xếp các nghiệm không chiếm ưu thế phiên bản 2 (tên tiếng Anh là Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II, thường được gọi tắt là NSGA-II). Phiên bản đầu tiên của Giải thuật di truyền sắp xếp các nghiệm không chiếm ưu thế (NSGA) được Deb và cộng sự giới thiệu năm 1995 [14]. Phiên bản cải tiến của NSGA gọi là NSGA-II được đề xuất năm 2002 [15]. Về cơ bản, NSGA-II cũng có ba bước cơ bản chọn lọc, lai ghép và đột biến như Giải thuật di truyền (Genetic Algorithm – GA), tuy nhiên tác giả Deb và cộng sự đã đề xuất thêm hai kỹ thuật bổ sung là kỹ thuật sắp xếp nghiệm không chiếm ưu thế và kỹ thuật sắp xếp theo khoảng cách mật độ. Cụ thể như sau:

Đầu tiên, quần thể ban đầu P_0 gồm NP cá thể được khởi tạo. Tiếp theo, một quần thể Q_0 gồm NP cá thể con được tạo ra bằng ba kỹ thuật: chọn lọc, lai ghép, đột biến như trong thuật toán GA. Quần thể R_0 gồm quần thể ban đầu P_0 và quần thể con Q_0 gồm $2NP$ cá thể được sắp xếp thành các lớp mà trong mỗi lớp, các cá thể không chiếm ưu thế hơn nhau nhưng lớp trước sẽ chiếm ưu thế hơn các lớp sau. Việc sắp xếp này được minh họa trong Hình 1, trong đó quần thể R_0 được sắp xếp thành các nhóm S_1, S_2 và S_3 . Các cá thể trên nhóm S_1 tốt ngang nhau, các cá thể ở nhóm S_1 sẽ tốt hơn cá thể ở nhóm S_2 và cá thể ở nhóm S_2 sẽ tốt hơn cá thể ở nhóm S_3 .



Hình 1. Kỹ thuật sắp xếp nghiệm không trội.

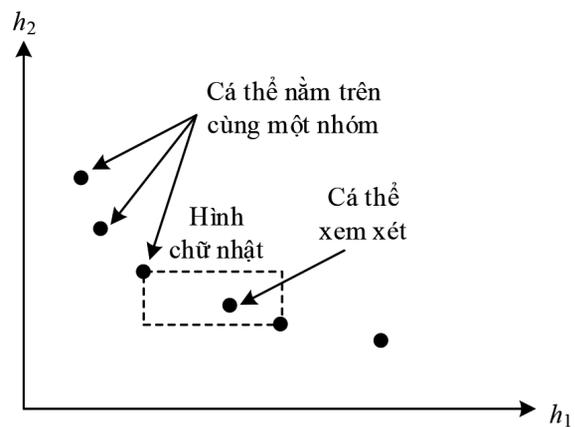
Thuật ngữ “chiếm ưu thế hơn” hay nói cách khác, phương án X tốt hơn phương án Y

khi X không kém hơn trong bất kỳ mục tiêu nào và tốt hơn ở ít nhất một mục tiêu. Về mặt toán học, trong bài toán cực tiểu hóa hai mục tiêu, X chiếm ưu thế hơn Y khi:

$$\begin{cases} \forall i \quad h_i(\mathbf{X}) \leq h_i(\mathbf{Y}) \\ \exists j \quad h_j(\mathbf{X}) < h_j(\mathbf{Y}) \end{cases} \quad (4)$$

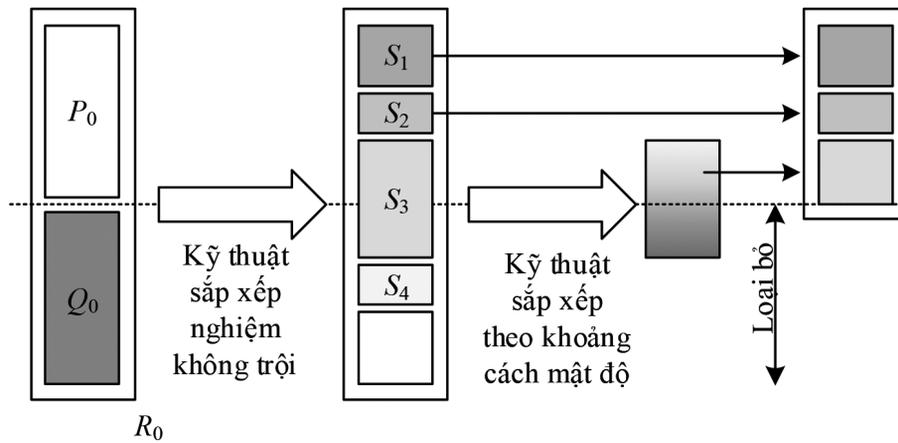
Các cá thể ở nhóm S_1 sẽ được giữ lại cho thế hệ tiếp theo. Nếu số cá thể của nhóm S_1 nhỏ hơn NP , tiếp tục lấy thêm các cá thể ở nhóm S_2 , và nếu tổng số cá thể trên hai nhóm S_1 và S_2 vẫn ít hơn NP thì tiếp tục lấy cá thể ở S_3 . Nếu tổng số cá thể của cả ba nhóm S_1, S_2 và S_3 lớn hơn NP , các cá thể trong nhóm S_3 sẽ được sắp xếp theo khoảng cách mật độ và chỉ một vài cá thể ở nhóm này được lựa chọn cho thế hệ tiếp theo. Quá trình này được tiếp tục cho đến khi đạt tới số vòng đời đã được thiết lập trước.

Sắp xếp theo khoảng cách mật độ là một cơ chế để phân loại cá thể dựa trên nguyên tắc các cá thể ở xa nhau sẽ được ưu tiên hơn các cá thể nằm gần nhau nhằm đảm bảo tính đa dạng cho quần thể. Kỹ thuật này dựa trên một chỉ số được gọi là khoảng cách mật độ. Chỉ số này có thể được hình dung như chu vi của hình chữ nhật được tạo thành bởi những cá thể gần nhất với cá thể đang được xem xét trong bài toán tối ưu hai mục tiêu như trong Hình 2.



Hình 2. Minh họa chỉ số khoảng cách mật độ.

Minh họa thuật toán NSGA-II được trình bày trong Hình 3.



Hình 3. Các bước chính của thuật toán NSGA-II

2.3. Kỹ thuật xử lý điều kiện ràng buộc

Các thuật toán tối ưu ban đầu hầu hết đều được phát triển cho bài toán tối ưu không có điều kiện ràng buộc. Đặc điểm của bài toán tối ưu kết cấu là giải pháp tìm được cần đáp ứng các điều kiện về chịu lực, độ võng, độ mảnh. Trong nghiên cứu, kỹ thuật xử lý điều kiện ràng buộc “Ưu tiên tính khả thi” [16] được sử dụng để có thể áp dụng thuật toán NSGA-II giải quyết bài toán tối ưu kết cấu giàn thép. Đây là một kỹ thuật xử lý đơn giản, không phát sinh thêm tham số.

Kỹ thuật này dựa trên thực tế là khi đánh giá một phương án thiết kế, kỹ sư luôn kiểm tra giải pháp đó có đảm bảo các điều kiện ràng buộc không (hay nói cách khác là có khả thi không). Nếu một điều kiện ràng buộc bị vi phạm, phương án đó sẽ bị loại ngay mà không cần xem xét giá thành, chi phí. Vì vậy trong bài toán tối ưu đa mục tiêu, khi so sánh và lựa chọn giữa hai phương án:

- Giữa phương án vi phạm và phương án không vi phạm điều kiện ràng buộc, phương án không vi phạm sẽ được chọn.
- Nếu cả hai phương án đều không vi phạm bất kỳ điều kiện ràng buộc nào, phương án sẽ được lựa chọn dựa trên hàm mục tiêu.
- Nếu cả hai phương án đều vi phạm điều kiện ràng buộc, phương án nào vi phạm ít hơn sẽ được lựa chọn.

Trong lập trình, kỹ thuật trên được cụ thể hóa bằng cách thay thế hàm mục tiêu $h(\mathbf{x})$ thay bằng hàm mục tiêu mới $H(\mathbf{x})$:

$$H(\mathbf{x}) = \begin{cases} h(\mathbf{x}) & \text{nếu } g_j(\mathbf{x}) \leq 0, \forall j \\ h_{\max} + \sum_{j=1}^m g_j(\mathbf{x}) & \text{ngược lại} \end{cases} \quad (5)$$

trong đó h_{\max} là giá trị lớn nhất của hàm $h(\mathbf{x})$, còn $g_j(\mathbf{x})$ là điều kiện ràng buộc thứ j , m là tổng số điều kiện ràng buộc.

2.4. Kỹ thuật xử lý biến rời rạc

Bài toán tối ưu tiết diện giàn thép thường là bài toán tối ưu rời rạc do tiết diện giàn phải lựa chọn trong một danh mục quy cách thép hình có sẵn trên thị trường. Để xử lý vấn đề này, mỗi diện tích tiết diện của phương án mới tạo ra sẽ được thay bằng giá trị lớn hơn gần nhất trong danh sách lựa chọn.

3. VÍ DỤ THỰC TẾ

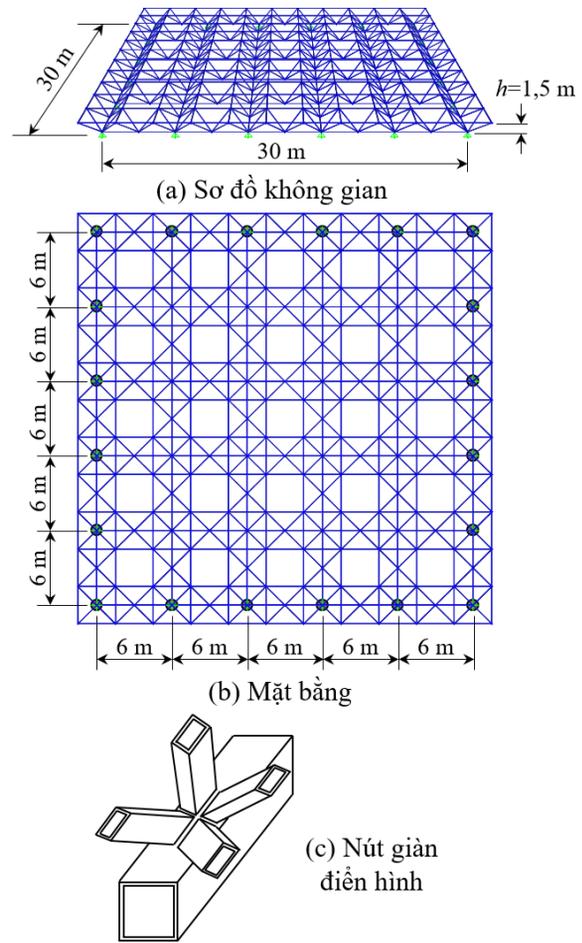
3.1. Dữ liệu thiết kế

Trong phần này, thuật toán NSGA-II được triển khai tối ưu đa mục tiêu cho một kết cấu giàn mái của một khu vực tầng hầm có kích thước 33x33 m. Mái được đặt trên các đỉnh cột bê tông cốt thép. Bước cột $B=6$ m. Khoảng cách giữa hai cột đối diện $L=30$ m. Theo yêu cầu kiến trúc, mái được đổ sàn bê tông cốt thép, phía trên có một lớp đất hoàn thiện để tạo cảnh quan. Tổng tải trọng thường xuyên (bao gồm trọng lượng bản thân sàn bê tông cốt thép, hệ dầm phụ, trọng lượng các lớp hoàn thiện và các thiết bị treo buộc) là $DL=5$ kN/m². Trên mái cho phép các loại xe ô tô như xe con, xe khách và xe tải nhẹ có tổng trọng lượng không lớn hơn 30 kN lưu thông. Tải trọng tạm thời phân bố đều lấy bằng $LL=5$ kN/m².

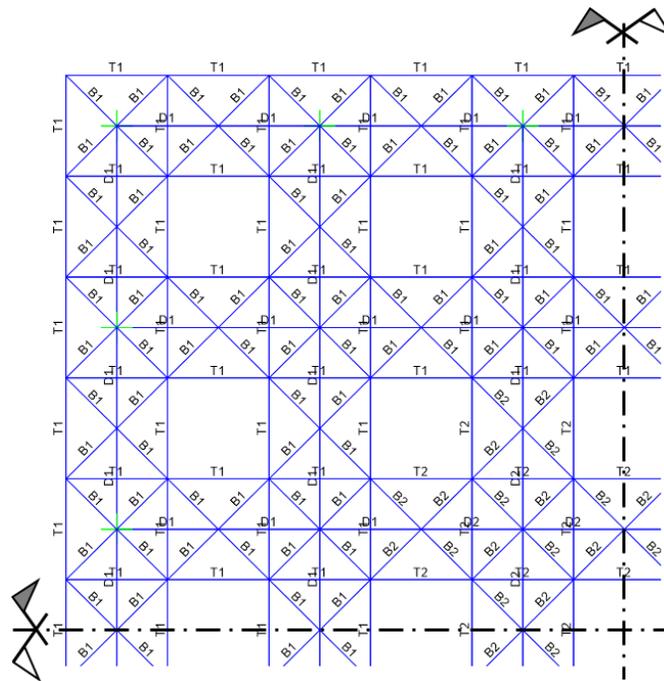
3.2. Lựa chọn giải pháp kết cấu

Căn cứ theo hình dáng kiến trúc, lựa chọn giải pháp giàn trực giao kê trên 20 cột bê tông bố trí theo chu vi của công trình, mỗi giàn có dạng tam giác gồm hai thanh cánh trên và một thanh cánh dưới như thể hiện trong Hình 4. Chiều cao giàn không đổi trên toàn bộ mái $h=1,5$ m. Các thanh giàn sử dụng tiết diện thép ống dạng hộp vuông, liên kết với nhau bằng phương pháp hàn giao tuyến (Hình 4(c)). Gối giàn được thiết kế dạng khớp cố định.

Các thanh giàn được phân loại thành 6 nhóm như Hình 5. Các thanh cánh trên, cánh dưới, bụng ở gần gối tựa thuộc nhóm T1, D1, B1, các thanh cánh trên, cánh dưới, bụng ở giữa mái thuộc các nhóm T2, D2, B2. Các thanh trong cùng một nhóm có tiết diện giống nhau được chọn từ danh sách 41 loại thép ống dạng hộp vuông từ $\square 50 \times 3$ đến $\square 300 \times 10$ tham khảo quy cách sản phẩm của Hòa Phát. Ống thép được chế tạo từ thép các-bon thấp ASTM A500 cấp C có giới hạn chảy $f_y=345$ MPa và giới hạn bền $f_u=425$ MPa. Cường độ chịu kéo tính toán theo giới hạn chảy $f_{yd} = f_y / \gamma_M \approx 313,6$ MPa.



Hình 4. Giải pháp kết cấu giàn đỡ mái.



Hình 5. Phân loại tiết diện thanh của 1/4 giàn.

Hệ dầm phụ đỡ sàn đặt tại đúng nút giàn. Các loại tải trọng phân bố đều trên mái được quy về tải trọng tập trung đặt tại nút giàn, do đó nội lực trong thanh giàn chủ yếu là lực

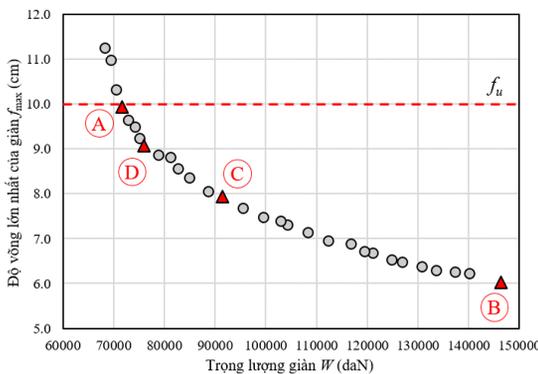
đọc trực. Việc kiểm tra điều kiện chịu lực và độ mảnh căn cứ theo tiêu chuẩn thiết kế hiện hành. Hệ số điều kiện làm việc của các thanh giàn $\gamma_c=0,9$.

3.3. Tối ưu đa mục tiêu kết cấu giàn thép

Các tham số chính của thuật toán NSGA-II được thiết lập như sau: số lượng cá thể trong quần thể $NP=30$; bước lai ghép sử dụng phép lai chéo nhị phân mô phỏng (SBX); bước đột biến sử dụng kỹ thuật đột biến đa thức (polynomial); số vòng đời tối đa $n_{gen}=100$.

Trong nghiên cứu này, thuật toán NSGA-II được lập trình bằng ngôn ngữ Python, có sử dụng các thư viện mã nguồn mở numpy, pymoo. Phân tích kết cấu giàn dựa trên phương pháp độ cứng trực tiếp và cũng được lập trình bằng ngôn ngữ Python.

Kết quả tối ưu đa mục tiêu kết cấu giàn bằng thuật toán NSGA-II sau 100 vòng đời được trình bày trong Hình 6. Thời gian tính toán một lần tối ưu là 798 s.



Hình 6. Biên giới Pareto sau 100 vòng đời.

Căn cứ trên kết quả nhận được, một số nhận xét được rút ra như sau:

- Hai hàm mục tiêu trong bài toán (trọng lượng và độ võng lớn nhất của giàn) là hai hàm mâu thuẫn nhau. Nếu trọng lượng giàn giảm thì độ võng tối đa của giàn sẽ tăng và ngược lại.

- Thuật toán NSGA-II cung cấp một loạt giải pháp mà từ đó, kỹ sư thiết kế có thể lựa chọn phương án phù hợp với nhu cầu nhất. Cần lưu ý rằng độ võng giàn trong trường hợp này không phải là điều kiện ràng buộc mà là hàm mục tiêu, vì thế việc lựa chọn phương án cần cân nhắc thêm điều kiện độ võng giới hạn. Theo TCVN 2737:2023 [17], đối với mái và sàn tầng của bãi đỗ xe trong nhà có nhịp $L \geq 24m$, độ võng đứng giới hạn f_u theo yêu cầu công nghệ lấy bằng $L/300=10$ cm thể hiện bằng đường ngang nét đứt màu đỏ trên Hình 6. Như vậy một số phương án tối ưu trên biên giới Pareto không thỏa mãn điều kiện độ võng.

- Sau khi loại bỏ những phương án tối ưu không thỏa mãn điều kiện độ võng, một số phương án đáng chú ý được tổng hợp trong Bảng 1. Phương án A là phương án có trọng lượng giàn nhỏ nhất (71728,7 daN) nhưng độ võng lớn nhất (9,9 cm). Đây cũng là phương án tìm được khi sử dụng thuật toán GA với bài toán tối ưu đơn mục tiêu trọng lượng giàn thép. Ngược lại Phương án B là phương án có trọng lượng giàn lớn nhất (146463 daN) nhưng độ võng nhỏ nhất (6,0 cm). Phương án C là phương án có cả hai giá trị mục tiêu ở mức độ trung bình (91484,7 daN và 7,9 cm).

- So với phương án A, phương án C tăng trọng lượng thêm 28% và độ võng giảm 20%, còn phương án B tăng trọng lượng thêm 104% nhưng độ võng cũng chỉ giảm 39%. Có thể thấy mối quan hệ giữa độ võng và trọng lượng giàn của các phương án trên biên giới Pareto là phi tuyến.

- Ngoài ba phương án đã nêu, một phương án đáng chú ý khác là phương án D có trọng lượng 76095,7 daN tăng chỉ 6% so với phương án A nhưng độ võng giảm 9% chỉ còn 9,1 cm.

- Nếu ưu tiên mục tiêu tối thiểu hóa trọng lượng giàn, kỹ sư thiết kế nên lựa chọn phương án A. Độ võng lớn nhất của giàn theo phương án A lên tới 9,9 cm, gần sát với độ võng đứng giới hạn theo quy định trong [17]. Ngược lại, nếu ưu tiên tối đa hóa độ cứng giàn, kỹ sư nên lựa chọn phương án B. Phương án này dù giàn có độ cứng lớn nhưng trọng lượng tăng gấp đôi so với phương án A. Hai phương án C và D là các phương án hài hòa giữa hai mục tiêu.

- Từ góc độ của kỹ sư thiết kế kết cấu, khi xem xét đồng thời cả hai yếu tố kỹ thuật và kinh tế, có thể thấy phương án hợp lý nhất là phương án D với trọng lượng tương đối nhỏ và độ võng không quá sát với độ võng giới hạn.

Bảng 1: Một số phương án tối ưu tìm được

Tiết diện	Phương án			
	A	B	C	D
T1	□200×6	□200×10	□250×6	□200×6
T2	□250×10	□300×10	□300×10	□300×10
D1	□250×6	□300×10	□300×8	□180×10
D2	□250×10	□300×10	□300×10	□250×10
B1	□150×5	□180×8	□150×5	□150×5
B2	□100×6	□250×8	□180×6	□100×8

4. KẾT LUẬN

Bài báo trình bày một nghiên cứu thử nghiệm áp dụng thuật toán tối ưu đa mục tiêu NSGA-II trong công tác thiết kế giàn thép với hai hàm mục tiêu đặt ra là tối thiểu hóa đồng thời trọng lượng giàn và độ võng tối đa của giàn. Kết quả thu được là một tập hợp các giải pháp có ưu thế tương đương nhau, không có giải pháp nào tốt nhất. Kết quả thu được sẽ có ý nghĩa tham khảo, gợi ý cho kỹ sư thiết kế. Căn cứ vào đó, kỹ sư thiết kế có thể lựa chọn phương án phù hợp với nhu cầu nhất. Thông qua một ví dụ bằng số với một công trình trong thực tế, nghiên cứu đã chứng minh thuật toán NSGA-II có thể áp dụng trong công tác thiết kế.

LỜI CẢM ƠN

Nghiên cứu này được tài trợ bởi đề tài NCKH “Tối ưu đa mục tiêu kết cấu giàn thép”, mã số 23-2025/KHXD của Trường Đại học Xây dựng Hà Nội.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Koumoussis, V.K., Georgiou, P.G. (1994). Genetic algorithms in discrete optimization of steel truss roofs. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 8(3), 309-325.

[2] Croce, E.S., Ferreira, E.G., Lemonge, A.C. (2004). Fonseca, L. G., Barbosa, H. J. A genetic algorithm for structural optimization of steel truss roofs, in *XXV CILAMCE, 25th Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, UFPE, Recife, PE, Brasil*.

[3] Wang, Z., Tang, H., Li, P. (2009). Optimum design of truss structures based on differential evolution strategy, in *2009 international conference on information engineering and computer science*, IEEE, 1-5.

[4] Luh, G.C., Lin, C.Y. (2011). Optimal design of truss-structures using particle swarm optimization, *Computers & structures*, 89, 23-24, 2221-2232.

[5] Hà Mạnh Hùng (2021). Tối ưu giàn thép phi tuyến có biến thiết kế rời rạc bằng thuật toán tiến hóa vi phân cải tiến, *Tạp chí KHCN Xây dựng*, 2, 12-19.

[6] Hieu, N.T., Cuong, N.Q., Tuan, V.A. (2021).

Optimization of steel roof trusses using machine learning-assisted differential evolution. *Journal of Science and Technology in Civil Engineering (JSTCE)-HUCE*, 15(4), 99-110.

[7] Moradi, A., Mirzakhani, N.A., Ghanbarzadeh, A. (2015). Multi-objective optimization of truss structures using the bee algorithm. *Scientia Iranica B*, 22(5), 1789-1800.

[8] Kaveh, A., & Mahdavi, V.R. (2019). Multi-objective colliding bodies optimization algorithm for design of trusses. *Journal of Computational Design and Engineering*, 6(1), 49-59.

[9] Mashru, N., Tejani, G.G., Patel, P., Khishe, M. (2024). Optimal truss design with MOHO: A multi-objective optimization perspective. *PLoS One*, 19, 8, e0308474.

[10] Mai Sỹ Hùng (2023). Tối ưu đa mục tiêu giàn thép với biến thiết kế rời rạc sử dụng phân tích trực tiếp. *Tạp chí Vật liệu và Xây dựng-Bộ Xây dựng*, 13(01), 63-66.

[11] Trần Trung Hiếu (2025). Ứng dụng thuật toán RDMO trong thiết kế đa mục tiêu của giàn thép. *Tạp chí KHCN Xây dựng*, 1, 45-52.

[12] Tran, T.H., Vu, Q.A., Truong, V.H., Nguyen, N.T. (2024). Comparison of Multi-Objective Metaheuristics for Discrete Optimization of Steel Trusses Using Direct Analysis”, *Civil Engineering Journal*, 10(12), 3926-3943.

[13] Bộ Khoa học và Công nghệ, TCVN 5575:2024 Thiết kế kết cấu thép, Việt Nam.

[14] Srinivas, N., Deb, K. (1994). Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms. *Evolutionary computation*, 2(3), 221-248.

[15] Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., Meyarivan, T.A.M.T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II, *IEEE transactions on evolutionary computation*, 6(2), 182-197.

[16] Deb, Kalyanmoy, Samir Agrawal (1999). A niched-penalty approach for constraint handling in genetic algorithms, in *Artificial Neural Nets and Genetic Algorithms: Proceedings of the International Conference in Portorož, Slovenia, 1999*, Vienna, Springer Vienna.

[17] Bộ Khoa học và Công nghệ, TCVN 2737:2023 Tải trọng và tác động, Việt Nam.