



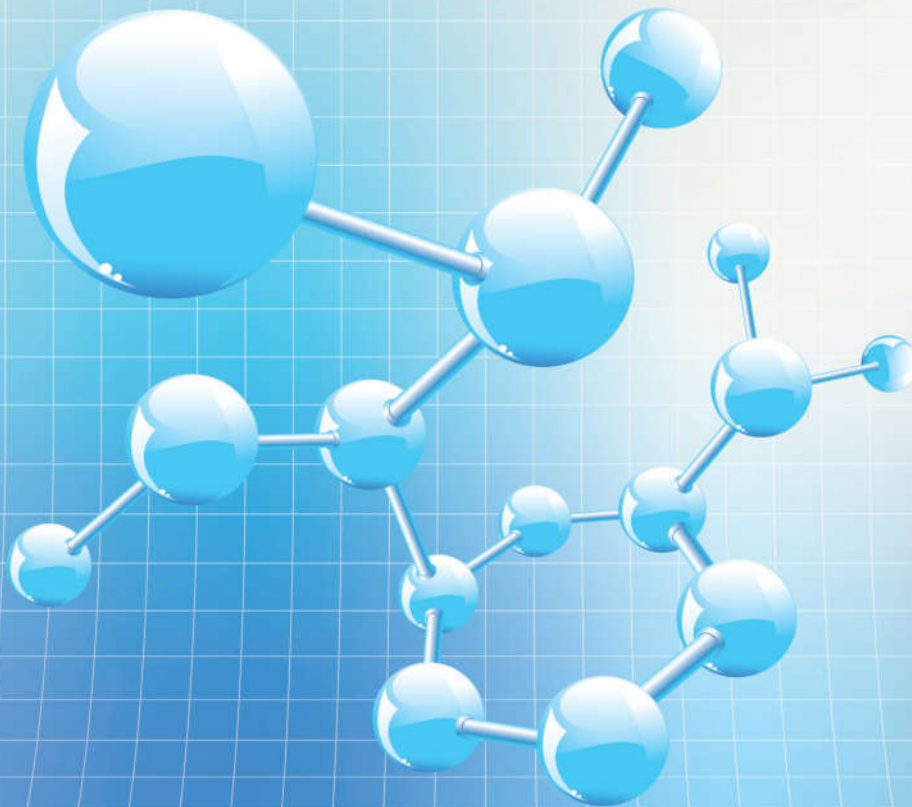
Tạp chí

NGHIÊN CỨU KHOA HỌC

ĐẠI HỌC SAO ĐỎ

SCIENTIFIC JOURNAL - SAO DO UNIVERSITY

**P. ISSN 1859-4190
E. ISSN 2815-553X**



Số 3 (86)

2024

P. ISSN 1859-4190
E. ISSN 2815-553X

■ **Tổng Biên tập**

TS. Đỗ Văn Đĩnh

■ **Phó Tổng biên tập**

TS. Nguyễn Thị Kim Nguyễn

■ **Thư ký Tòa soạn**

PGS.TS. Ngô Hữu Mạnh

■ **Hội đồng Biên tập**

TS. Nguyễn Thị Kim Nguyễn - Chủ tịch Hội đồng

GS.TS. Phạm Thị Ngọc Yến

PGS.TSKH. Trần Hoài Linh

PGS.TS. Nguyễn Văn Liễn

GS.TSKH. Thân Ngọc Hoàn

GS.TSKH. Bành Tiến Long

GS.TS. Nguyễn Đức Toàn

PGS.TS. Lê Thu Quý

GS.TS. Lê Anh Tuấn

GS.TS. Đinh Văn Sơn

PGS.TS. Trương Thị Thủy

PGS.TS. Nguyễn Thị Bất

GS.TS. Đỗ Quang Khang

PGS.TS. Ngô Sỹ Lương

PGS.TS. Khuất Văn Ninh

GS.TSKH. Phạm Hoàng Hải

PGS.TS. Đoàn Ngọc Hải

PGS.TS. Nguyễn Ngọc Hà

GS.TS. Yu Ming Zhang

GS.TS. Nguyễn Văn Anh

■ **Ban Biên tập**

TS. Vũ Văn Đông - Trưởng ban

ThS. Đoàn Thị Thu Hằng - Phó Trưởng ban

■ **Editor-in-Chief**

Dr. Do Van Dinh

■ **Vice Editor-in-Chief**

Dr. Nguyen Thi Kim Nguyen

■ **Office Secretary**

Assoc.Prof.Dr. Ngo Huu Manh

■ **Editorial Board**

Dr. Nguyen Thi Kim Nguyen - Chairman

Prof.Dr. Pham Thi Ngoc Yen

Assoc.Prof.Dr.Sc. Tran Hoai Linh

Assoc.Prof.Dr. Nguyen Van Lien

Prof.Dr.Sc. Than Ngoc Hoan

Prof.Dr.Sc. Banh Tien Long

Prof.Dr. Nguyen Duc Toan

Assoc.Prof.Dr. Le Thu Quy

Prof.Dr. Le Anh Tuan

Prof.Dr. Dinh Van Son

Assoc.Prof.Dr. Truong Thi Thuy

Assoc.Prof.Dr. Nguyen Thi Bat

Prof.Dr. Do Quang Khang

Assoc.Prof.Dr. Ngo Sy Luong

Assoc.Prof.Dr. Khuat Van Ninh

Prof.Dr.Sc. Pham Hoang Hai

Assoc.Prof.Dr. Doan Ngoc Hai

Assoc.Prof.Dr. Nguyen Ngoc Ha

Prof.Dr. Yu Ming Zhang

Prof.Dr. Nguyen Van Anh

■ **Editorial**

Dr. Vu Van Dong - Head

MSc. Doan Thi Thu Hang - Deputy Head

Địa chỉ Tòa soạn:

Trường Đại học Sao Đỏ.

Số 76, Nguyễn Thị Duệ, Thái Học 2, phường Sao Đỏ, thành phố Chí Linh, tỉnh Hải Dương.

Điện thoại: (0220) 3587213, Fax: (0220) 3882 921, Hotline: 0912 107858/0936 847980.

Website: <http://tapchikhcn.saodo.edu.vn>/Email: tapchikhcn@saodo.edu.vn.

Giấy phép xuất bản số: 620/GP-BTTTT ngày 17/9/2021 của Bộ Thông tin và Truyền thông.

In 2.000 bản, khổ 21 × 29,7cm, tại Công ty TNHH in Tre Xanh, cấp ngày 17/02/2011.

LIÊN NGÀNH ĐIỆN - ĐIỆN TỬ - TỰ ĐỘNG HÓA

- Nghiên cứu bài toán nâng cao hiệu quả năng lượng của hệ thống thông tin không dây với sự hỗ trợ bề mặt phản xạ thông minh 5 Nguyễn Đỗ Dũng
Đào Minh Hưng
Nguyễn Văn Hào
Nguyễn Trọng Các
- Định dạng theo hình dạng chữ L và bám các mục tiêu trên mặt nước dựa trên hình ảnh Lidar 3D 14 Nguyễn Phương Lâm
Nguyễn Trọng Các
- Ứng dụng ResNet-50 trong phát hiện lỗi bề mặt chi tiết sản phẩm cơ khí 19 Nguyễn Đức Minh
Vũ Thị Lệ Hằng
Đỗ Văn Đỉnh
Phạm Văn Nam
- Phương pháp phát hiện hư hại vết lõm trên đường ray sử dụng mô hình Yolov8 25 Nguyễn Phương Ty
Lương Thị Thanh Xuân
Nguyễn Thị Tâm
Dương Thị Hoa
Nguyễn Thị Việt Hương
Hà Minh Tuấn
- Mô hình hóa pin xe điện và so sánh hiệu suất sạc/xả điện cho các loại pin 31 Tạ Thị Mai

LIÊN NGÀNH CƠ KHÍ - ĐỘNG LỰC

- Nghiên cứu ảnh hưởng của vận tốc cắt và lượng chạy dao đến độ nhám bề mặt khi phay hợp kim nhôm 7075-T6 38 Mạc Văn Giang
- Phương pháp ghép nối các tấm thép silicon trong stator của động cơ điện - Phần 2 45 Nguyễn Thanh Tùng
Ngô Hữu Mạnh
Trịnh Văn Cường
Mạc Thị Nguyên
- Khảo sát một số yếu tố ảnh hưởng đến chất lượng sản phẩm trong quá trình dập tạo hình đa điểm 53 Trần Hải Đăng
Nguyễn Thị Thu
- Nghiên cứu ảnh hưởng của động học đến trạng thái ứng suất khi miết ép 58 Nguyễn Văn Hình
Nguyễn Đức Hải
Nguyễn Thị Liễu
Nguyễn Hữu Chấn
Dương Thị Hà

LIÊN NGÀNH CƠ KHÍ - ĐỘNG LỰC

Nghiên cứu sự thay đổi kích thước của vải dệt kim Rib 1:1 từ sợi cotton, sợi len lông cừu sau quá trình là hơi 62 Nguyễn Thị Hiền
Phạm Thị Kim Phúc

NGÀNH KINH TẾ

Công tác quản lý thuế đối với các doanh nghiệp xây dựng trên địa bàn tỉnh Hải Dương 69 Đinh Thị Kim Thiết

Nghiên cứu giải pháp phát triển mô hình dịch vụ du lịch nông thôn tại tỉnh Hải Dương 75 Vũ Thị Hương

Thực trạng ứng dụng mô hình kinh tế tuần hoàn trong các khu công nghiệp Việt Nam 81 Nguyễn Thị Thủy

Ứng dụng trí tuệ nhân tạo (AI) trong lĩnh vực kế toán tại các doanh nghiệp Việt Nam: Thực trạng và giải pháp 87 Vũ Thị Lý
Nguyễn Thị Quỳnh

NGÀNH TOÁN HỌC

Tích chập của phép biến đổi Fourier và Laplace với hàm trọng trong không gian $L_1(\mathbb{R}_+)$ 94 Nguyễn Kiều Hiền

NGÀNH KHOA HỌC GIÁO DỤC

Thực trạng và định hướng vận dụng một số phương pháp giảng dạy học phần Tư tưởng Hồ Chí Minh gắn với giá trị cốt lõi của Trường Đại học Sao Đỏ 99 Nguyễn Mạnh Tường
Trần Thị Hồng Nhung

LIÊN NGÀNH TRIẾT HỌC - XÃ HỘI HỌC - CHÍNH TRỊ HỌC

Sự lãnh đạo của Đảng bộ tỉnh Hải Dương về công tác giáo dục chính trị, tư tưởng hiện nay 106 Vũ Văn Đông

Tấm gương tự học của Chủ tịch Hồ Chí Minh và việc tự học của sinh viên Trường Đại học Sao Đỏ hiện nay 112 Nguyễn Mạnh Tường

Lý luận của chủ nghĩa Mác-Lênin về sở hữu và sự vận dụng của Đảng Cộng sản Việt Nam hiện nay 117 Trần Thị Hồng Nhung
Nguyễn Mạnh Tường

Tư tưởng của Lênin về công đoàn và sự vận dụng ở Việt Nam 123 Vũ Văn Chương
Phạm Văn Dự
Nguyễn Minh Loan

TITLE FOR ELECTRICITY - ELECTRONICS - AUTOMATION

- Research on improving energy efficiency in intelligent reflective surface-assisted wireless communication systems 5 Nguyen Do Dung
Dao Minh Hung
Nguyen Van Hao
Nguyen Trong Cac
- L-shape fitting based object detection and surface water target tracking using 3D Lidar 14 Nguyen Phuong Lam
Nguyen Trong Cac
- Application of Resnet-50 in detecting surface defects of mechanical product details 19 Nguyen Duc Minh
Vu Thi Le Hang
Do Van Dinh
Pham Van Nam
- Squat defect detection method for railway using Yolov8 model 25 Nguyen Phuong Ty
Luong Thi Thanh Xuan
Nguyen Thi Tam
Duong Thi Hoa
Nguyen Thi Viet Huong
Ha Minh Tuan
- Modeling of electric vehicle battery and performance comparisons on charging/discharging of selected types of battery 31 Ta Thi Mai

TITLE FOR MECHANICAL AND DRIVING POWER ENGINEERING

- Study on the effect of cutting speed and feed rate on surface roughness in milling of aluminum alloy 7075-T6 38 Mac Van Giang
- Jointing of the silicon sheets steel in stator of the electric motors - Part 2 45 Nguyen Thanh Tung
Ngo Huu Manh
Trinh Van Cuong
Mac Thi Nguyen
- Research of some factors affecting product quality in incremental forming 53 Tran Hai Dang
Nguyen Thi Thu
- Research on the influence of kinematics on the stress state in smoothing process 58 Nguyen Van Hinh
Nguyen Duc Hai
Nguyen Thi Lieu
Nguyen Huu Chan
Duong Thi Ha

TITLE FOR MECHANICAL AND DRIVING POWER ENGINEERING

Research on the dimensional change of 1:1 Rib knitted fabric from cotton and wool yarn after steam ironing proces 62 Nguyen Thi Hien
Pham Thi Kim Phuc

TITLE FOR ECONOMICS

Tax management for construction enterprises in hai duong province 69 Dinh Thi Kim Thiet

Research on the development orientation of rural tourism service model in Hai Duong province 75 Vu Thi Huong

Current status of applying circular economic model in industrial parks in Vietnam 81 Nguyen Thi Thuy

Application of artificial intelligence (AI) in the field of accounting in Vietnamese enterprises: Current situation and solutions 87 Vu Thi Ly
Nguyen Thi Quynh

NTITLE FOR MATHEMATICS

Convolution of the Fourier trans form and the Laplace with a weight function in the space $L_1(\mathbb{R}_+)$ 94 Nguyen Kieu Hien

TITLE FOR EDUCATION SCIENCE

Current situation and orientation of applying teaching methods of Ho Chi Minh Thought subject associated with core values of Sao Do University 99 Nguyen Manh Tuong
Tran Thi Hong Nhung

TITLE FOR PHILOSOPHY - SOCIOLOGY - POLITICAL SCIENCE

The leadership of the Hai Duong provincial Party Committee on the current work of political and ideological education 106 Vu Van Dong

Ho Chi Minh's self-study example and the self-study of Sao Do University students today 112 Nguyen Manh Tuong

The theory of Marxism-Leninism on ownership and its application by the Communist Party of Vietnam today 117 Tran Thi Hong Nhung
Nguyen Manh Tuong

Lenin's thoughts on trade unions and their application in Vietnam 123 Vu Van Chuong
Pham Van Du
Nguyen Minh Loan

Tích chập của phép biến đổi Fourier và Laplace với hàm trọng trong không gian $L_1(\mathbb{R}_+)$

Convolution of the Fourier transform and the Laplace with a weight function in the space $L_1(\mathbb{R}_+)$

Nguyễn Kiều Hiên

Tác giả liên hệ: nguyekieuhien@gmail.com

Trường Đại học Sao Đỏ

Ngày nhận bài: 08/7/2024

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 15/9/2024

Ngày chấp nhận đăng: 30/9/2024

Tóm tắt

Trong bài viết này, chúng tôi nghiên cứu tích chập suy rộng liên quan đến phép biến đổi Fourier và phép biến đổi Laplace với hàm trọng, đẳng thức nhân tử hóa có chứa hai phép biến đổi tích phân khác nhau. Thiết lập được một số tính chất toán tử của tích chập suy rộng trong không gian $L_1(\mathbb{R}_+)$, sử dụng trong đánh giá nghiệm của phương trình vi - tích phân trong bài toán phân giải tín hiệu xử lý thông tin.

Từ khóa: Biến đổi Fourier; biến đổi Laplace; tích chập suy rộng.

Abstract

In this paper, we research generalized convolution related to the Fourier transform and the Laplace transform with a weight function, the factorization equality contains two different integral transforms. Establish some operator properties generalized convolution of the space $L_1(\mathbb{R}_+)$, used in evaluating solutions of differential - integral equations in solving problems information handling.

Keywords: Fourier transform; Laplace transform; generalized convolution.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Năm 1951, Sneddon I.N. xây dựng được một tích chập mà trong đẳng thức nhân tử hóa có chứa hai phép biến đổi tích phân khác nhau tham gia. Đó là tích chập suy rộng đối với hai phép biến đổi Fourier và Laplace. Các phép biến đổi tích phân kiểu tích chập suy rộng Fourier và Laplace với hàm trọng vẫn chưa được nghiên cứu nhiều. Việc nghiên cứu các tích chập với hàm trọng đã mở ra triển vọng phát triển thêm hướng nghiên cứu về lý thuyết tích chập. Năm 1967 Kakichev V.A. đưa ra định nghĩa tích chập với hàm trọng của hai hàm đối với một phép biến đổi tích phân dựa trên đẳng thức nhân tử hoá. Với kỹ thuật đó mà nhiều tích chập có hàm trọng được tìm ra, tiêu biểu tích chập với hàm trọng $\gamma(y) = e^{-\mu y}$. Việc nghiên cứu các tích chập và các phép biến đổi tích phân có ý nghĩa quan trọng trong nhiều lĩnh vực khoa học và kỹ thuật. Nhờ đó, các phép toán Giải tích phức tạp được đơn giản hóa thành phép tính Đại số. Vì vậy, nó đặc biệt hữu ích trong việc giải các bài toán trong lý thuyết mạch, bài toán xử lý hình ảnh và xử lý tín hiệu truyền thông.

Trong bài viết này, chúng tôi xây dựng một số tích chập suy rộng liên quan đến phép biến đổi tích phân Fourier và Laplace với hàm trọng. Nghiên cứu các tính chất toán tử của các tích chập suy rộng với hàm trọng, sử dụng để đánh giá nghiệm của phương trình vi-tích phân trong bài toán phân giải tín hiệu xử lý thông tin.

2. TÍCH CHẬP SUY RỘNG

Trong bài viết này, chúng tôi sử dụng các không gian hàm sau đây:

$$\mathbb{R}_+ = \{x \in \mathbb{R}, x > 0\}$$

Cho $L_p(\mathbb{R}_+)$, $1 \leq p < \infty$ là không gian các hàm số f xác định trên \mathbb{R}_+ sao cho.

$$\int_0^{\infty} |f(x)|^p dx < +\infty$$

Trong đó, chuẩn của hàm f được ký hiệu và xác định bởi.

$$\|f\|_{L_p(\mathbb{R}_+)} = \left(\int_0^{\infty} |f(x)|^p dx \right)^{1/p}$$

Cho $L_p(\mathbb{R}_+, \rho)$, $\rho > 0, 1 \leq p < \infty$ là không gian các hàm số f xác định trên \mathbb{R}_+ sao cho:

$$\int_0^{\infty} |f(x)|^p \rho(x) dx < +\infty$$

Người phản biện: 1. PGS.TS. Khuất Văn Ninh
2. TS. Nguyễn Viết Tuấn

Trong đó, chuẩn của hàm f được ký hiệu và xác định bởi.

$$\|f\|_{L_p(\mathbb{R}_+, \rho)} = \left(\int_0^\infty |f(x)|^p \rho(x) dx \right)^{1/p}$$

Đặc biệt, khi $\rho(x) = x^\alpha e^{-\beta x}$ thì ta nhận được không gian hàm hai tham số α, β và kí hiệu $L_p^{\alpha, \beta}(\mathbb{R}_+)$.

Cho $L_\infty(\mathbb{R}_+)$ là không gian các hàm số f xác định trên \mathbb{R}_+ sao cho:

$$\sup_{x \in \mathbb{R}_+} |f(x)| < +\infty$$

Trong đó, chuẩn của hàm f được ký hiệu và xác định bởi.

$$\|f\|_{L_\infty(\mathbb{R}_+)} = \sup_{x \in \mathbb{R}_+} |f(x)|$$

Cho $C_0(\mathbb{R}_+)$ là không gian các hàm số liên tục trên \mathbb{R}_+ và triệt tiêu ở ∞ .

$$H(\mathbb{R}_+) = \{f(x) : (Lf)(y) \in L_2(\mathbb{R}_+)\}$$

L là phép biến đổi Laplace.

$$(Lf)(y) = \int_0^\infty f(x) e^{-yx} dx, \text{Re } y > 0$$

F_c là phép biến đổi Fourier cosine.

$$(F_c f)(y) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty f(x) \cos xy dx, y > 0$$

Sau đây, ta đưa ra khái niệm tích chập của hai hàm khả tích trên \mathbb{R} nhằm xác định quy tắc lấy tích chập giữa chúng.

Định nghĩa 1 ([3]). Cho f, k là các hàm khả tích địa phương trên \mathbb{R} . Nếu tích phân $\int_{\mathbb{R}} f(x-y)k(y)dy$ xác định với hầu hết $x \in \mathbb{R}$ (nghĩa là tập các giá trị $x \in \mathbb{R}$ để tích phân trên không tồn tại là tập có độ đo không) và hàm khả tích địa phương trên \mathbb{R} biến x thành $\int_{\mathbb{R}} f(x-y)k(y)dy$ được gọi là tích chập của hàm f và hàm k , ký hiệu là $f * k$. Như vậy:

$$(f * k)(x) = \int_{\mathbb{R}} f(x-y)k(y)dy = \int_{\mathbb{R}} f(y)k(x-y)dy$$

Ta gọi $f * k$ là tích chập của hàm f và hàm k .

Tiếp theo, ta đưa ra khái niệm tích chập suy rộng với hai phép biến đổi tích phân Fourier cosine và Laplace.

Định nghĩa 2 ([1]). Tích chập suy rộng của hai hàm f và k đối với hai phép biến đổi tích phân Fourier cosine và Laplace được định nghĩa như sau:

$$(f * k)(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty \theta(x, u, v) f(u) k(v) dudv \quad (1)$$

Trong đó:

$$\theta(x, u, v) = \frac{v}{v^2 + (x-u)^2} + \frac{v}{v^2 + (x+u)^2}, x > 0 \quad (2)$$

Ta gọi A_c là không gian ảnh của $L_1(\mathbb{R}_+)$ thông qua phép biến đổi Fourier cosine F_c . Với chuẩn

$$\|f\|_{A_c} = \|F_c f\|_{L_1(\mathbb{R}_+)}$$

thì không gian đó là một đại số Bannach, nghĩa là nếu $f(x), k(x) \in A_c$ thì $f(x)k(x) \in A_c$ và thỏa mãn

$$\|f * k\|_{A_c} \leq \|f\|_{A_c} \|k\|_{A_c}$$

Định nghĩa 3 ([2]). Tích chập suy rộng với hàm $\gamma(y) = e^{-\mu y}, (\mu > 0)$ của hai hàm f và k đối với hai phép biến đổi tích phân Fourier cosine và Laplace được định nghĩa như sau:

$$(f * k)(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty \theta(x, u, v + \mu) f(u) k(v) dudv \quad (3)$$

Trong đó:

$\theta(x, u, v)$ được xác định bởi (2).

Định nghĩa 4 ([2]). Tích chập suy rộng với hàm trọng $\gamma(y) = -e^{-\mu y} \sin y (\mu > 0)$ của hai hàm f và k đối với ba phép biến đổi tích phân Fourier cosine, Fourier sine và Laplace được định nghĩa như sau:

$$(f * k)(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty [\theta_2(x-1, u, v + \mu) - \theta_2(x+1, u, v + \mu)] f(u) k(v) dudv \quad (4)$$

Với $\theta_2(x, u, v)$ được xác định bởi (2).

Định nghĩa 5 ([2]). Trong biểu thức tích chập suy rộng (4), nếu thay

$$\theta_2(x-1, u, v + \mu) - \theta_2(x+1, u, v + \mu)$$

bởi nhân.

$$\theta_1(x-1, u, v + \mu) - \theta_1(x+1, u, v + \mu)$$

Với $\theta_1(x, u, v)$ được cho bởi (2), ta nhận được tích chập suy rộng mới. Đó là tích chập suy rộng Fourier cosine - Fourier sine - Laplace với hàm trọng $\gamma(y) = -e^{-\mu y} \sin y (\mu > 0)$. Tích chập này được kí hiệu và xác định bởi.

$$(f * k)(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty [\theta_1(x-1, u, v + \mu) - \theta_1(x+1, u, v + \mu)] f(u) k(v) dudv \quad (5)$$

Định lý sau đây cho ta sự tồn tại của các tích chập và đẳng thức nhân tử hóa của tích chập trong các không gian hàm tương ứng.

Định lý 1 ([1])

Cho hàm $f \in L_p(\mathbb{R}_+), k \in L_q(\mathbb{R}_+)$ trong đó

$$1 \leq p, q \leq \infty, \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \geq 1. \text{ Thì tích chập } f * k \in L_r(\mathbb{R}_+)$$

ở đây $\frac{1}{r} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} - 1$. Đồng thời, ta có đánh giá.

$$\|f * k\|_r \leq \|f\|_p \|k\|_q.$$

$$\|F_c [(F_c f)(y)(Lk)(y)](x)\|_{L_\infty(\mathbb{R}_+)}$$

$$\begin{aligned} &\leq \sqrt{\frac{2}{\pi}} \|(F_c f)(y)(Lk)(y)\|_{L_1(\mathbb{R}_+)} \\ &\leq \sqrt{\frac{2}{\pi}} \|(F_c f)\|_{L_2(\mathbb{R}_+)} \|(Lk)\|_{L_2(\mathbb{R}_+)} \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \|f\|_{L_2(\mathbb{R}_+)} \|(Lk)\|_{L_2(\mathbb{R}_+)} \\ &\leq \sqrt{2} \|f\|_{L_2(\mathbb{R}_+)} \|k\|_{L_2(\mathbb{R}_+)}. \end{aligned}$$

Kết quả của Định lý 2 vẫn đúng với giả thiết này.

Để nghiên cứu tích chập $(f * k)$ trong không gian hàm $L_1(\mathbb{R}_+)$ ta xét định lý sau.

Định lý 2 ([4]). Nếu k thuộc không gian $L_1(\mathbb{R}_+)$, khi đó $(Lk)(y) \in A_c$.

Định lý 2 là công cụ quan trọng giúp ta chứng minh tích chập $(f * k)$ thuộc không gian hàm $L_1(\mathbb{R}_+)$ và trong không gian tương ứng các đẳng thức kiểu Parseval và đẳng thức nhân tử hóa vẫn còn đúng.

Định lý 3 ([2]). Giả sử rằng hàm f và k thuộc không gian $L_1(\mathbb{R}_+)$. Khi đó đối với tích chập $(f * k)(x)$ Fourier cosine - Laplace thỏa mãn đẳng thức kiểu Parseval.

$$(f * k)(x) = F_c [(F_c f)(y)(Lk)(y)](x), \forall x > 0.$$

Ta cũng nhận được đẳng thức nhân tử hóa sau:

$$F_c (f * k)(x) = (F_c f)(y)(Lk)(y), \forall y > 0.$$

Hơn nữa:

$$(f * k)(x) \in L_1(\mathbb{R}_+).$$

Việc chứng minh đẳng thức kiểu Parseval và đẳng thức nhân tử hóa là được suy ra từ Định lý 2.

Nếu $k(x)$ thuộc không gian $L_1(\mathbb{R}_+)$, thì từ Định lý 3 ta có: $(Lk)(y) \in A_c$.

Từ điều kiện $f(x)$ thuộc không gian $L_1(\mathbb{R}_+)$, thì ta cũng nhận được:

$$(F_c f)(y) \in A_c.$$

Vì A_c là một đại số Banach, suy ra $(F_c f)(y) \in A_c$.

Định lý sau cho ta sự tồn tại của tích chập $(f * k)$ trong không gian hàm $L_1(\mathbb{R}_+)$ và đẳng thức nhân tử hóa của tích chập.

Định lý 4 ([4]). Giả sử f và k là hai hàm thuộc không gian $L_1(\mathbb{R}_+)$. Khi đó, tích chập suy rộng $(f * k)(x)$ Fourier sine - Laplace thuộc không gian $L_1(\mathbb{R}_+)$ thỏa mãn bất đẳng thức chuẩn.

$$\left\| (f * k)(x) \right\|_{L_1(\mathbb{R}_+)} \leq \|f\|_{L_1(\mathbb{R}_+)} \|k\|_{L_1(\mathbb{R}_+)} \quad (6)$$

Và có đẳng thức nhân tử hóa.

$$F_s (f * k)(y) = e^{-\mu y} [(F_s f)(y)(Lk)(y)], \forall y > 0 \quad (7)$$

Ngoài ra, tích chập suy rộng $(f * k)(x)$ cũng thuộc không gian $C_0(\mathbb{R}_+)$.

Định lý 5 ([4]). Giả sử f và k là hai hàm thuộc không gian $L_1(\mathbb{R}_+)$. Khi đó, tích chập suy rộng $(f * k)(x)$ Fourier cosine - Fourier sine - Laplace thuộc không gian $L_1(\mathbb{R}_+)$ và ta có bất đẳng thức chuẩn.

$$\| (f * k) \|_{L_1(\mathbb{R}_+)} \leq \|f\|_{L_1(\mathbb{R}_+)} \|k\|_{L_1(\mathbb{R}_+)} \quad (8)$$

Hơn nữa, tích chập suy rộng $(f * k)(x)$ cũng thuộc $C_0(\mathbb{R}_+)$, thỏa mãn đẳng thức nhân tử hóa.

$$F_s (f * k)(y) = -e^{-\mu y} \sin y (F_s f)(y)(Lk)(y), \forall y > 0 \quad (9)$$

và đẳng thức kiểu Parseval

$$(f * k)(x) = F_c [-e^{-\mu y} \sin y (F_s f)(y)(Lk)(y)](x) \quad (10)$$

Định lý 6 ([4]). Cho f và k là hai hàm trong không gian $L_1(\mathbb{R}_+)$. Khi đó, ta có các đẳng thức sau:

$$(f * k)(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty k(v) \times \quad (11)$$

$$\times \left(f(u) *_{F_c} \frac{v + \mu}{(v + \mu)^2 + u^2} \right)(x) dv.$$

$$(f * k)(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty k(v) \times \quad (12)$$

$$\times \left(f(u) *_{F_c} \frac{v + \mu}{(v + \mu)^2 + u^2} \right)(x) dv$$

là các tích chập suy rộng.

Định lý 7 ([4]). Giả sử f và k là hai hàm trong không gian $L_1(\mathbb{R}_+)$. Khi đó ta có các đẳng thức.

$$(f * k)(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty k(v) \times \quad (13)$$

$$\times \left[\left(f(u) *_{F_c} \theta_2(1, u, v + \mu) \right)(x) \right] dv$$

$$(f * k)(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty k(v) \times \quad (14)$$

$$\times \left[\left(f(u) *_{F_c} \theta_1(1, u, v + \mu) \right)(x) \right] dv$$

Trong đó, tích chập $(\cdot *_{F_c} \cdot)$ và $(\cdot *_{F_s} \cdot)$ tích chập suy rộng.

3. TÍCH CHẬP SUY RỘNG FOURIER COSINE - LAPLACE

Trong không gian hàm $L_1(\mathbb{R}_+)$, chúng ta có thể nghiên cứu tích chập $(f * k)$. Ta chứng minh sự tồn tại của tích chập và đánh giá bất đẳng thức chuẩn trong không gian hàm $L_1(\mathbb{R}_+)$ tương ứng qua bổ đề sau.

Bổ đề 1. Giả sử f và k là hai hàm thuộc không gian $L_1(\mathbb{R}_+)$. Khi đó, tích chập suy rộng $(f * k)(x)$ Fourier - Laplace thuộc $L_1(\mathbb{R}_+)$, thỏa mãn bất đẳng thức chuẩn.

$$\|(f * k)\|_{L_1(\mathbb{R}_+)} \leq \|f\|_{L_1(\mathbb{R}_+)} \|k\|_{L_1(\mathbb{R}_+)} \quad (15)$$

và có đẳng thức nhân tử hóa.

$$F_c(f * k)(y) = e^{-\mu y} (F_c f)(y)(\mathcal{L}k)(y), \forall y > 0 \quad (16)$$

Ngoài ra, tích chập suy rộng $(f * k)(x)$ cũng thuộc $C_0(\mathbb{R}_+)$.

Chứng minh. Trước hết, ta có đánh giá sau:

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty |\theta_1(x, u, v + \mu)| dx = \\ & \int_0^\infty \left| \frac{v + \mu}{(v + \mu)^2 + (x - u)^2} + \frac{v + \mu}{(v + \mu)^2 + (x + u)^2} \right| dx \\ & \leq \int_{-u}^\infty \frac{v + \mu}{(v + \mu)^2 + t^2} dt + \int_u^\infty \frac{v + \mu}{(v + \mu)^2 + t^2} dt \\ & = \int_{-\infty}^\infty \frac{v + \mu}{(v + \mu)^2 + t^2} dt = \pi. \end{aligned}$$

Từ (13) và (14), ta có:

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty |(f_1^\gamma k)(x)| dx = \\ & \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty |f(u)k(v)| du dv \int_0^\infty |\theta_1(x, u, v + \mu)| dx \\ & \leq \int_0^\infty |f(u)| du \int_0^\infty |k(v)| dv \\ & = \|f\|_{L_1(\mathbb{R}_+)} \|k\|_{L_1(\mathbb{R}_+)}. \end{aligned}$$

Suy ra

$$\|(f * k)\|_{L_1(\mathbb{R}_+)} \leq \|f\|_{L_1(\mathbb{R}_+)} \|k\|_{L_1(\mathbb{R}_+)} < \infty.$$

Bổ đề được chứng minh.

Định lý sau đưa ra cách tiếp cận mới và phương pháp giải phương trình vi - tích phân, phương trình đạo hàm riêng thường xuất hiện trong bài toán xử lý ảnh và xử lý tín hiệu.

Định lý 8. Cho hai hàm số liên tục $k \in L_1(\mathbb{R}_+)$ và $f \in L_1(\mathbb{R}_+, e^{\alpha x})$ ($\alpha > 0$). Nếu $(f * k)(x) = 0, \forall x > 0$ thì hoặc $f(x) = 0, \forall x > 0$ hoặc $k(x) = 0, \forall x > 0$.

Chứng minh. Ta có:

$$\begin{aligned} & \left| \frac{d^n}{dy^n} (\cos yx f(x)) \right| = \left| f(x) x^n \cos \left(yx + n \frac{\pi}{2} \right) \right| \\ & \leq \left| e^{-\alpha x} x^n \right| e^{\alpha x} |f(x)| \leq \frac{n!}{\alpha^n} e^{\alpha x} |f(x)|. \end{aligned} \quad (17)$$

Trong đó, ta đã sử dụng đánh giá sau:

$$0 \leq e^{-\alpha x} x^n = e^{-\alpha x} \frac{(\alpha x)^n}{n!} \frac{n!}{\alpha^n}$$

$$\leq e^{-\alpha x} e^{\alpha x} \frac{n!}{\alpha^n} = \frac{n!}{\alpha^n}$$

và $f \in L_1(\mathbb{R}_+, e^{\alpha x})$.

Kết hợp với (17) ta có:

$$\frac{d^n}{dy^n} (\cos yx f(x)) \in L_1(\mathbb{R}_+)$$

Do $L_1(\mathbb{R}_+, e^{\alpha x}) \subset L_1(\mathbb{R}_+)$ nên $(F_c f)(y)$ giải tích

trong \mathbb{R}_+ . Mặt khác, ta có $(\mathcal{L}k)(y)$ giải tích trong

\mathbb{R}_+ . Bằng cách sử dụng đẳng thức nhân tử hóa (16) đối với đẳng thức.

$$(f * k)(x) = 0$$

ta có

$$e^{-\mu y} (F_c f)(y)(\mathcal{L}k)(y) = 0, \forall y > 0.$$

Hay

$$(F_c f)(y)(\mathcal{L}k)(y) = 0, \forall y > 0.$$

Từ đó, ta có:

$f(x) = 0, \forall x > 0$ hoặc $k(x) = 0, \forall x > 0$. Định lý đã được chứng minh.

4. KẾT LUẬN

Bài báo trình bày sự tồn tại một số tích chập suy rộng liên quan đến phép biến đổi tích phân Fourier - Laplace với hàm trọng. Đưa ra các tính chất toán tử của các tích chập suy rộng trong không gian hàm $L_1(\mathbb{R}_+)$. Ngoài ra còn thiết lập và chứng minh bất đẳng thức chuẩn trong không gian $L_p(\mathbb{R}_+)$ và $L_q(\mathbb{R}, \rho_j)$ đối với các tích chập tương ứng. Tuy nhiên, do khuôn khổ bài báo, chúng tôi không đề cập ở đây.

LỜI CẢM ƠN

Kết quả nghiên cứu này thuộc đề tài khoa học công nghệ cấp cơ sở năm 2024-2025. Tác giả chân thành cảm ơn sự hỗ trợ của Trường Đại học Sao Đỏ đã tạo điều kiện để tôi hoàn thành nghiên cứu này.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Anders Vretblad (2003), *Fourier analysis and its applications*, SpringerVerlag, New York.
- [2]. Britvina L.E (2005), *A class of integral tra-nsforms related to the Fourier cosine conv-olution*, Intergral Transforms and Special Funtions, 16, No.5-6, pp.379-389.

- [3]. Elias M. Stein and Rami Shakarchi (2003), *Fourier analysis an introduction*, Princeton university Press, Princeton and Oxford.
- [4]. Kakichev V.A. (1967), *On the convolution for integral transforms*, Izv. Vysh. Uchebn.Zaved. Mat., (2), pp.53-62. (In Russian).
- [5]. Sneddon I.N. (2001), *Fourier Transforms*, McGraw-Hill, New York.
- [6]. Schiff J.L. (1999), *The Laplace Transform-s: Theory and Applications*, Springer-Verlag, New York, Inc.
- [7]. Saitoh S. (2000), *Weighted Lp-norm inequalities in convolution*, *Survey on Classical Inequalities*, Kluwer Academic Publishers, Amsterdam, Vol.517, pp.225-234.

AUTHOR INFORMATION

Nguyen Kieu Hien

*Corresponding Author: nguyenkieu_hien@gmail.com

Sao Do University.

THỂ LỆ GỬI BÀI

TẠP CHÍ NGHIÊN CỨU KHOA HỌC, TRƯỜNG ĐẠI HỌC SAO ĐỎ

Tạp chí Nghiên cứu khoa học, Trường Đại học Sao Đỏ (P. ISSN 1859-4190, E. ISSN 2815-553X), thường xuyên công bố kết quả, công trình nghiên cứu khoa học và công nghệ của các nhà khoa học, cán bộ, giảng viên, nghiên cứu sinh, học viên cao học, sinh viên ở trong và ngoài nước.

1. Tạp chí xuất bản 01 số/quý bằng hai ngôn ngữ tiếng Việt và tiếng Anh. Tạp chí nhận đăng các bài báo khoa học thuộc các lĩnh vực: Điện - Điện tử - Tự động hóa; Cơ khí - Động lực; Kinh tế; Triết học - Xã hội học - Chính trị học; Các lĩnh vực khác gồm: Công nghệ thông tin; Hóa học - Công nghệ thực phẩm; Ngôn ngữ học; Toán học; Vật lý; Văn hóa - Nghệ thuật - Thể dục thể thao...
2. Bài nhận đăng là những công trình nghiên cứu khoa học chưa công bố trong bất kỳ ấn phẩm khoa học nào.
3. Tòa soạn chỉ nhận bài báo gửi online trên website <http://tapchikhcn.saodo.edu.vn>. Bài báo gửi về tòa soạn dưới dạng file điện tử (*.doc *.docx và *.pdf); cuối bài báo, tác giả ghi rõ thông tin địa chỉ liên hệ, số điện thoại, email và cập nhật thông tin trên website. Bài báo phải được trình bày đúng định dạng, rõ ràng; Trường hợp bài báo phải chỉnh sửa theo thể lệ hoặc theo yêu cầu của Phản biện thì tác giả sẽ cập nhật trên website. Người phản biện sẽ do tòa soạn mời. Tòa soạn không gửi lại bài nếu không được đăng.
4. Các công trình thuộc đề tài nghiên cứu có Cơ quan quản lý cần kèm theo giấy phép cho công bố của cơ quan (Tên đề tài, mã số, tên chủ nhiệm đề tài, cấp quản lý,...).
5. Tên bài báo trình bày bằng hai ngôn ngữ (tiếng Việt và tiếng Anh), font Arial, cỡ chữ 14, in đậm, căn giữa.
6. Tên tác giả (không ghi học hàm, học vị), font Arial, cỡ chữ 10, in đậm, căn lề phải; cơ quan công tác của các tác giả, font Arial, cỡ chữ 9, in nghiêng, căn lề phải.
7. Chữ "Tóm tắt" in đậm, font Arial, cỡ chữ 10; Nội dung tóm tắt của bài báo không quá 10 dòng, trình bày bằng hai ngôn ngữ (tiếng Việt và tiếng Anh), font Arial, cỡ chữ 10, in thường.
8. Chữ "Từ khóa" in đậm, nghiêng, font Arial, cỡ chữ 10; Có từ 03÷05 từ khóa, font Arial, cỡ chữ 10, in nghiêng, ngăn cách nhau bởi dấu chấm phẩy, cuối cùng là dấu chấm.
9. Nội dung bài báo viết bằng tiếng Việt hoặc tiếng Anh; Nếu là bài báo viết bằng tiếng Việt: Tiêu đề tiếng Việt trước, tiếng Anh sau; Tóm tắt tiếng Việt trước, tiếng Anh sau; Từ khóa tiếng Việt trước, tiếng Anh sau; Nếu là bài báo viết bằng tiếng Anh: Tiêu đề tiếng Anh trước, tiếng Việt sau; Tóm tắt tiếng Anh trước, tiếng Việt sau; Từ khóa tiếng Anh trước, tiếng Việt sau.
10. Bài báo được đánh máy trên khổ giấy A4 (21 × 29,7cm) có độ dài không quá 8 trang, font Arial, cỡ chữ 10, giãn dòng At least 12pt, Before 3pt, After 3pt; căn lề trên 2.5cm, dưới 2.5cm, trái 3cm, phải 2cm; hình vẽ phải rõ ràng, đủ nét và được định dạng dưới dạng file ảnh (*.jpg); Phương trình, công thức phải soạn thảo bằng Mathtype hoặc Equation; Phần nội dung bài báo được chia thành 02 cột, khoảng cách cột là 1cm; Trong trường hợp hình vẽ, hình ảnh có kích thước lớn, bảng biểu có độ rộng lớn hoặc công thức, phương trình dài thì cho phép trình bày dưới dạng 01 cột.
11. Tài liệu tham khảo được sắp xếp theo thứ tự tài liệu được trích dẫn trong bài báo.
 - Nếu là sách/luận án: Tên tác giả (năm), Tên sách/luận án/luận văn, Nhà xuất bản/Trường/Viện, lần xuất bản/tái bản.
 - Nếu là bài báo/báo cáo khoa học: Tên tác giả (năm), Tên bài báo/báo cáo, Tạp chí/Hội nghị/Hội thảo, Tập/Kỷ yếu, số, trang.
 - Nếu là trang web: Phải trích dẫn đầy đủ tên website và đường link, ngày cập nhật.
12. Định dạng mẫu bài báo tham khảo tại địa chỉ http://tapchikhcn.saodo.edu.vn/news/detail/198/format_paper
Bài báo sau khi xuất bản sẽ được công bố trên <http://tapchikhcn.saodo.edu.vn>.

THÔNG TIN LIÊN HỆ:

Ban Biên tập Tạp chí Nghiên cứu khoa học, Trường Đại học Sao Đỏ

Phòng 203, Tầng 2, Nhà B1, Trường Đại học Sao Đỏ.

Địa chỉ: Số 76, Nguyễn Thị Duệ, Thái Học 2, phường Sao Đỏ, thành phố Chí Linh, tỉnh Hải Dương.

Điện thoại: (0220) 3587213, Fax: (0220) 3882921, Hotline: 0912 107858/0936 847980.

Website: <http://tapchikhcn.saodo.edu.vn>

Email: tapchikhcn@saodo.edu.vn

Tạp chí Nghiên cứu khoa học, Trường Đại học Sao Đỏ, Số 3 (86) 2024



BỘ CÔNG THƯƠNG

TRƯỜNG ĐẠI HỌC SAO ĐỎ

Địa chỉ:

- Số 1: Số 76, Nguyễn Thị Duệ, Thái Học 2, phường Sao Đỏ, thành phố Chí Linh, tỉnh Hải Dương.
- Số 2: Số 72, đường Nguyễn Thái Học, phường Thái Học, thành phố Chí Linh, tỉnh Hải Dương.
- Điện thoại: (0220) 3882 269 Fax: (0220) 3882 921 Website: <http://saodo.edu.vn> Email: info@saodo.edu.vn

P. ISSN 1859-4190
E. ISSN 2815-553X

Số 3 (86)
2024



Địa chỉ Tòa soạn:

Trường Đại học Sao Đỏ.

Số 76, Nguyễn Thị Duệ, Thái Học 2, phường Sao Đỏ, thành phố Chí Linh, tỉnh Hải Dương.

Điện thoại: (0220) 3587213, Fax: (0220) 3882 921, Hotline: 0912 107858/0936 847980.

Website: <http://tapchikhcn.saodo.edu.vn>/Email: tapchikhcn@saodo.edu.vn.

Giấy phép xuất bản số: 620/GP-BTTTT ngày 17/9/2021 của Bộ Thông tin và Truyền thông.
In 2.000 bản, khổ 21 × 29,7cm, tại Công ty TNHH in Tre Xanh, cấp ngày 17/02/2011.