



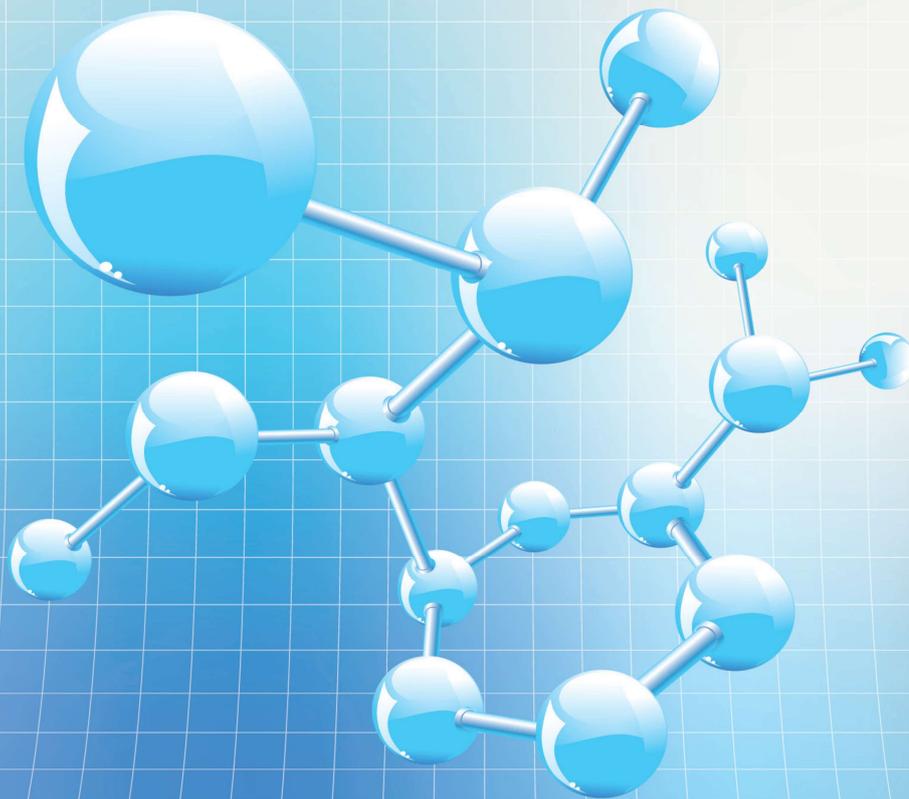
Tạp chí

NGHIÊN CỨU KHOA HỌC

ĐẠI HỌC SAO ĐỎ

SCIENTIFIC JOURNAL - SAO DO UNIVERSITY

**P. ISSN 1859-4190
E. ISSN 2815-553X**



Số 4 (83)

2023

P. ISSN 1859-4190
E. ISSN 2815-553X

■ **Tổng Biên tập**

TS. Đỗ Văn Đĩnh

■ **Phó Tổng biên tập**

TS. Nguyễn Thị Kim Nguyễn

■ **Thư ký Tòa soạn**

TS. Ngô Hữu Mạnh

■ **Hội đồng Biên tập**

NGND.TS. Đinh Văn Nhung - Chủ tịch Hội đồng

GS.TS. Phạm Thị Ngọc Yến

PGS.TSKH. Trần Hoài Linh

PGS.TS. Nguyễn Quốc Cường

PGS.TS. Nguyễn Văn Liễu

GS.TSKH. Thân Ngọc Hoàn

GS.TSKH. Bành Tiến Long

GS.TS. Trần Văn Địch

GS.TS. Phạm Minh Tuấn

PGS.TS. Nguyễn Doãn Ý

GS.TS. Đinh Văn Sơn

PGS.TS. Trần Thị Hà

PGS.TS. Trương Thị Thủy

TS. Vũ Quang Thập

PGS.TS. Nguyễn Thị Bất

GS.TS. Đỗ Quang Kháng

TS. Bùi Văn Ngọc

PGS.TS. Ngô Sỹ Lương

PGS.TS. Khuất Văn Ninh

GS.TSKH. Phạm Hoàng Hải

PGS.TS. Đoàn Ngọc Hải

PGS.TS. Nguyễn Ngọc Hà

GS.TS. Yu Ming Zhang

TS. Nguyễn Văn Anh

■ **Ban Biên tập**

ThS. Đoàn Thị Thu Hằng - Trưởng ban

ThS. Đào Thị Vân

■ **Editor-in-Chief**

Dr. Do Van Dinh

■ **Vice Editor-in-Chief**

Dr. Nguyen Thi Kim Nguyen

■ **Office Secretary**

Dr. Ngo Huu Manh

■ **Editorial Board**

People's Teacher, Dr. Dinh Van Nhung - Chairman

Prof.Dr. Pham Thi Ngoc Yen

Assoc.Prof.Dr.Sc. Tran Hoai Linh

Assoc.Prof.Dr. Nguyen Quoc Cuong

Assoc.Prof.Dr. Nguyen Van Lien

Prof.Dr.Sc. Than Ngoc Hoan

Prof.Dr.Sc. Bành Tiến Long

Prof.Dr. Tran Van Dich

Prof.Dr. Pham Minh Tuan

Assoc.Prof.Dr. Nguyen Doan Y

Prof.Dr. Dinh Van Son

Assoc.Prof.Dr. Tran Thi Ha

Assoc.Prof.Dr. Trương Thị Thủy

Dr. Vu Quang Thap

Assoc.Prof.Dr. Nguyen Thi Bat

Prof.Dr. Do Quang Khang

Dr. Bui Van Ngoc

Assoc.Prof.Dr. Ngo Sy Luong

Assoc.Prof.Dr. Khuat Van Ninh

Prof.Dr.Sc. Pham Hoang Hai

Assoc.Prof.Dr. Doan Ngoc Hai

Assoc.Prof.Dr. Nguyen Ngoc Ha

Prof.Dr. Yu Ming Zhang

Dr. Nguyen Van Anh

■ **Editorial**

MSc. Doan Thi Thu Hang - Head

MSc. Dao Thi Van

Địa chỉ Tòa soạn:

Trường Đại học Sao Đỏ.

Số 76, Nguyễn Thị Duệ, Thái Học 2, phường Sao Đỏ, thành phố Chí Linh, tỉnh Hải Dương.

Điện thoại: (0220) 3587213, Fax: (0220) 3882 921, Hotline: 0912 107858/0936 847980.

Website: <http://tapchikhcn.saodo.edu.vn/> Email: tapchikhcn@saodo.edu.vn.

Giấy phép xuất bản số: 620/GP-BTTTT ngày 17/9/2021 của Bộ Thông tin và Truyền thông.
In 2.000 bản, khổ 21 × 29,7cm, tại Công ty TNHH in Tre Xanh, cấp ngày 17/02/2011.

TẠP CHÍ

NGHIÊN CỨU KHOA HỌC

ĐẠI HỌC SAO ĐỎ

TRONG SỐ NÀY

SỐ 4(83) 2023

LIÊN NGÀNH ĐIỆN - ĐIỆN TỬ - TỰ ĐỘNG HÓA

Nghiên cứu ảnh hưởng của sạc xe điện trong lưới điện siêu nhỏ trên đảo Bạch Long Vỹ	5	Nguyễn Quốc Minh Nguyễn Văn Hùng
Ứng dụng mạng YOLOv8 phát hiện khuyết tật mối hàn	12	Hoàng Thị An Ngô Hữu Mạnh Phạm Văn Kiên Nguyễn Thị Ánh Tuyết
Nghiên cứu thiết kế hệ thống điều khiển cho dây chuyền sản xuất tấm lót	18	Bùi Đăng Thành Nguyễn Hoàng Thanh Nguyễn Hữu Hoàng Đào Đức Thịnh Đỗ Văn Đình

LIÊN NGÀNH CƠ KHÍ - ĐỘNG LỰC

Nghiên cứu ảnh hưởng của bán kính và góc xoay dụng cụ đến trạng thái ứng suất của chi tiết máy khi miết ép dao động	24	Nguyễn Văn Hinh Nguyễn Danh Đạo Mạc Thị Nguyên Nguyễn Thị Liễu Trịnh Văn Cường
Nghiên cứu ảnh hưởng của một số thông số công nghệ đến độ co đường may nẹp áo sơ mi	30	Bùi Thị Loan Phạm Thị Kim Phúc
Nghiên cứu ảnh hưởng của độ ẩm và nhiệt độ môi trường đến độ bền vải viscose	36	Tạ Văn Hiên Nguyễn Thị Hiền Nguyễn Thị Hôi
Nghiên cứu ảnh hưởng của một số thông số đến độ giãn bo gấu áo Jacket	43	Đỗ Thị Tàn Nguyễn Quang Thoại
Nghiên cứu động lực học quay vòng của xe ô tô con có trang bị hệ thống VSC bằng phương pháp Polynomial Chaos kết hợp với lỗi Leave-One-Out	51	Cao Huy Giáp Đào Đức Thọ Nguyễn Ngọc Đàm Nguyễn Lương Căn Vũ Văn Chương

NGÀNH TOÁN HỌC

Phương pháp hàm Green - Tìm hàm Green cho phương trình nhiệt bằng phép biến đổi Fourier - Laplace	56	Nguyễn Thị Huệ
---	----	----------------

TẠP CHÍ

NGHIÊN CỨU KHOA HỌC

ĐẠI HỌC SAO ĐỎ

TRONG SỐ NÀY

Số 4(83) 2023

NGÀNH TOÁN HỌC

Sự tồn tại nghiệm của bài toán quy hoạch lập phương	62	Nguyễn Việt Tuấn Chu Thị Hiền Đặng Đình Ngọc Vũ Thị Ngọc Nguyễn Phương Thảo Nguyễn Thị Thanh Thủy
---	----	--

NGÀNH KINH TẾ

Đào tạo nguồn nhân lực số trong xây dựng và phát triển kinh tế số tại Việt Nam	66	Nguyễn Thị Ngọc Mai
Giải pháp thúc đẩy hoạt động thương mại và dịch vụ tỉnh Hải Dương trong bối cảnh chuyển đổi số	72	Ngô Thị Luyện
Năng lực của giảng viên trong chuyển đổi số giáo dục đại học	78	Phạm Thị Hồng Hoa Nguyễn Minh Tuấn

NGÀNH GIÁO DỤC HỌC

Áp dụng phương pháp dạy lập trình hướng vấn đề để phát triển tư duy tính toán cho sinh viên tại Trường Đại học Sao Đỏ	85	Phạm Thị Hương Phạm Văn Kiên
Tích hợp kiến thức liên môn trong giảng dạy học phần Lịch sử Đảng Cộng sản Việt Nam tại Trường Đại học Sao Đỏ	92	Nguyễn Thị Tình Đặng Thị Dung Đỗ Thị Thùy

LIÊN NGÀNH VĂN HÓA - NGHỆ THUẬT - THỂ DỤC THỂ THAO

Bảo tồn và phát triển làng nghề, làng nghề truyền thống của tỉnh Hải Dương trong bối cảnh tác động của cuộc Cách mạng công nghiệp 4.0 hiện nay	100	Trần Hoàng Yến Đặng Thị Thanh
--	-----	----------------------------------

LIÊN NGÀNH TRIẾT HỌC - XÃ HỘI HỌC - CHÍNH TRỊ HỌC

Quan điểm của chủ nghĩa Mác - Lênin, tư tưởng Hồ Chí Minh về tầm quan trọng giáo dục truyền thống lịch sử cho thế hệ trẻ và sự vận dụng của Đảng trong giai đoạn hiện nay	107	Vũ Văn Đông Phạm Anh Dũng
Tư tưởng Hồ Chí Minh về xây dựng đời sống mới và sự vận dụng của Đảng Cộng sản Việt Nam trong xây dựng đời sống văn hóa giai đoạn hiện nay	114	Đặng Thị Dung
Đổi mới phương pháp lãnh đạo, phong cách làm việc của đội ngũ cán bộ chủ chốt cấp cơ sở ở tỉnh Hải Dương hiện nay theo tư tưởng Hồ Chí Minh	120	Trần Thị Hồng Nhung

TITLE FOR ELECTRICITY - ELECTRONICS - AUTOMATION

- The effect of electric vehicle charging on a microgrid in Bach Long Vy island 5 Nguyen Quoc Minh
Nguyen Van Hung
- Using YOLOv8 neural network to detect weld defects 12 Hoang Thi An
Ngo Huu Manh
Pham Van Kien
Nguyen Thi Anh Tuyet
- Research and design of control system for diaper production line 18 Bui Dang Thanh
Nguyen Hoang Thanh
Nguyen Huu Hoang
Dao Duc Thinh
Do Van Dinh

TITLE FOR MECHANICAL AND DRIVING POWER ENGINEERING

- Research on the influence of radius and angle of tool rotation on the stress state of machine parts in oscillating smoothing process 24 Nguyen Van Hinh
Nguyen Danh Dao
Mac Thi Nguyen
Nguyen Thi Lieu
Trinh Van Cuong
- Study on the influence of some technological parameters on the seam shrinkage of the shirt brac 30 Bui Thi Loan
Pham Thi Kim Phuc
- Study the effect of ambient temperature and humidity on viscose fabric tensile strength 36 Ta Van Hien
Nguyen Thi Hien
Nguyen Thi Hoi
- Study on the influence of some parameters on the Jacket bottom elongation 43 Do Thi Tan
Nguyen Quang Thoai
- Research on the turning dynamics of passenger cars equipped with VSC system using Polynomial Chaos method combined with Leave-One-Out error 51 Cao Huy Giap
Dao Duc Thu
Nguyen Ngoc Dam
Nguyen Luong Can
Vu Van Chuong

TITLE FOR MATHEMATICS

- Green function method - Find the Green function for the heat equation by Fourier - Laplace transformation 56 Nguyen Thi Hue

TITLE FOR MATHEMATICS

- On the existence for cubic programming problems 62 Nguyen Viet Tuan
Chu Thi Hien
Dang Dinh Ngoc
Vu Thi Ngoc
Nguyen Phuong Thao
Nguyen Thi Thanh Thuy

TITLE FOR ECONOMICS

- Training digital human resources in building and developing digital economy in Viet Nam 66 Nguyen Thi Ngoc Mai
- Solutions to promote trade and service activities in Hai Duong province in the context of digital transformation 72 Ngo Thi Luyen
- Capacity of lecturers in digital transformation of higher education 78 Pham Thi Hong Hoa
Nguyen Minh Tuan

TITLE FOR EDUCATION

- Applying problem-oriented programming teaching method to develop computational thinking for students at Sao Do University 85 Pham Thi Huong
Pham Van Kien
- Integrating interdisciplinary knowledge in teaching the History of the Communist Party of Vietnam at Sao Do University 92 Nguyen Thi Tinh
Dang Thi Dung
Do Thi Thuy

TITLE FOR CULTURE - ART - SPORTS

- Preserve and develop traditional craft villages and craft villages of Hai Duong province in the context of the current industrial revolution 4.0 100 Tran Hoang Yen
Dang Thi Thanh

TITLE FOR PHILOSOPHY - SOCIOLOGY - POLITICAL SCIENCE

- Viewpoints of Marxism-Leninism, Ho Chi Minh's thoughts on the importance of educating historical traditions for the young generation and the Party's application in the current period 107 Vu Van Dong
Pham Anh Dung
- Ho Chi Minh's thoughts on building a new life and the application of the Communist Party of Vietnam in building cultural life in the current period 114 Dang Thi Dung
- Renovating the leadership method and working style of key cadres at the grassroots level in Hai Duong province today according to Ho Chi Minh's thought 120 Tran Thi Hong Nhung

On the existence for cubic programming problems

Sự tồn tại nghiệm của bài toán quy hoạch lập phương

Nguyen Viet Tuan^{1*}, Chu Thi Hien², Dang Dinh Ngoc³,
Vu Thi Ngoc⁴, Nguyen Phuong Thao⁵, Nguyen Thi Thanh Thuy⁶

*Corresponding Author: nguyentuandhsd@gmail.com

¹Sao Do University

²Thuonglan Secondary School, Bac Giang

³Viettien Secondary School, Bac Giang

⁴Minhhai Secondary School, Hung Yen

⁵Daotru Secondary School, Vinh Phuc

⁶Yenlac High School School, Vinh Phuc

Received date: 30/6/2023

Accepted date: 19/12/2023

Published date: 30/12/2023

Abstract

In this note, we propose a Frank-Wolfe type Theorem for the existence of cubic programming problems. Our main tools are structure of 3-dimension tensors, S-lemma, recession cone and properties of cubic functions. The obtained result is a partial answer to the open question for the existence in cubic program.

Keywords: Frank-Wolfe Theorem; Cubic optimization; Solution existence; S-lemma; Recession cone.

Tóm tắt

Trong bài báo này, chúng tôi đưa ra một định lý kiểu Frank-Wolfe cho sự tồn tại nghiệm của bài toán quy hoạch lập phương. Các công cụ chính là cấu trúc của tensor 3 chiều, S-bổ đề, nón lùi xa và tính chất của các hàm lập phương. Kết quả đạt được đã trả lời một phần cho câu hỏi mở về sự tồn tại nghiệm trong quy hoạch lập phương.

Từ khóa: Định lý Frank-Wolfe; tối ưu lập phương; tồn tại nghiệm; S-bổ đề; nón lùi xa.

1. INTRODUCTION

The fundamental theorem of linear programming states that every feasible linear program that is bounded from below has an optimal solution. Frank and Wolfe [5] extended the above result for the nonconvex quadratic objective function (Frank-Wolfe Theorem). Kummer [7] extended the Frank-Wolfe theorem to programs with quadratic objective function and constraint sets being the Minkowski sum of a compact set and a convex polyhedral cone. Belousov and Klatte [3] proved that if the objective function is a convex polynomial and bounded from below over the solution set of a system of convex polynomial inequalities then the above problem has a solution. Luo and Zhang [9] extended Frank-Wolfe Theorem for the case, where at most one constraint function is nonlinear and convex. Flores-Bazán and Cárcamo [4] extended Frank-Wolfe Theorem for the case, where the constraint set is asymptotically linear.

Andronov et al. [1] showed that a nonconvex cubic objective function, which is bounded from below over a nonempty polyhedron, attains its minimum. Klatte [6] proved again the above result. Andronov et al. [1] also showed an example of a nonconvex cubic programming problem which has no solution. Therefore, the infimum of cubic polynomial over the feasible set, which is given by convex quadratic polynomials, is in general not attainable. Nghi and Tam [10] proposed the following open question: "Whether, under some assumptions, a nonconvex cubic function attains its minimum on a non-polyhedral closed convex set provided that is bounded from below over?". Authors attained a partial answer to the above question via a Frank-Wolfe type theorem for nonconvex cubic programming problems.

In this note, other partial answer to the above question is given. We prove that a nonconvex cubic function bounded from below over the feasible set defined by a convex cubic inequality attains its minimum. Our main tools are structure of 3-dimension tensors, S-lemma, and properties of cubic functions.

Reviewer: 1. Prof.Dr. Khuat Van Ninh
2. Prof.Dr. Nguyen Van Tuyen

2. MAIN RESULT

Let \mathbb{R}^n be n-dimensional Euclidean space equipped with the standard scalar product and the Euclidean norm. The space of real $(m \times n)$ -matrices is denoted by $\mathbb{R}^{m \times n}$. A real third-order n-dimensional tensor (or hypermatrix), written as $\mathcal{A} = [a_{ijl}]_{i,j,l=1}^n$ is a third-way array. A tensor is symmetric, if the entries are invariant when permuting their indices. The set of all third-order symmetric n-dimensional tensors is denoted by $\mathbb{R}_S^{n \times n \times n}$. For $\mathcal{A} \in \mathbb{R}_S^{n \times n \times n}$ and $x \in \mathbb{R}^n$, denote by $\mathcal{A}x^2$ a vector with its i -th component as:

$$(\mathcal{A}x^2)_i := \sum_{j,l=1}^n a_{ijl} x_j x_l$$

for all $i \in \{1, \dots, n\}$. Denote

$$\mathcal{A}x^3 := x^T (\mathcal{A}x^2) = \sum_{i,j,l=1}^n a_{ijl} x_i x_j x_l.$$

Consider the following cubic programming problem.

$$\text{minimize } \left\{ f(x) := \frac{1}{6} \mathcal{A}x^3 + \frac{1}{2} x^T Bx + c^T x : x \in \mathcal{F} \right\}, \quad (P)$$

Where $\mathcal{A} \in \mathbb{R}_S^{n \times n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ is symmetric, $c \in \mathbb{R}^n$, and $\mathcal{F} \subset \mathbb{R}^n$ is a closed and convex set. Denote by $G(P)$ the global solution set of (P).

The recession cone of $\mathcal{F} \neq \emptyset$ is defined by

$$\mathcal{F}^\infty := \{v \in \mathbb{R}^n : x + tv \in \mathcal{F} \quad \forall x \in \mathcal{F} \quad \forall t \geq 0\}.$$

It is well-known that each polynomial ϕ of order p on \mathbb{R}^n may be (uniquely) represented by the sum

$$\phi(x) = \sum_{i=1}^p \varphi_i(x)$$

Where $\varphi_i \equiv 0$ is possible for certain indices i , $\varphi_0(x) = 0$ is a constant function and $\varphi_i, i \geq 1$, are forms of order i , i.e., polynomials satisfying

$$j_i(tx) = t^i j_i(x).$$

Moreover, it is known (see [2]) that, for some convex polynomial ϕ , the recession cone of $\varphi_i(tx) = t^i \varphi_i(x)$, consists exactly of the directions h satisfying $\varphi_i(h) = 0$ for all even numbers i , and $\varphi_i(h) \leq 0$.

Denote:

$$\text{Null}(A) := \{v \in \mathbb{R}^n : Av^3 = 0\}$$

$$\text{Null}(B) := \{v \in \mathbb{R}^n : v^T Bv = 0\}$$

$$\text{Im}(f, g) := \{(f(x), g(x)) : x \in \mathbb{R}^n\}$$

Consider the problem

$$\begin{cases} \min f(x) := \frac{1}{6} \mathcal{A}x^3 + \frac{1}{2} x^T Bx + c^T x \\ \text{s.t. } x \in \mathbb{R}^n : g(x) := \frac{1}{6} \mathcal{A}_1 x^3 + \frac{1}{2} x^T B_1 x + c_1^T x + d_1 \leq 0. \end{cases} \quad (CP)$$

Theorem 2.1. *If $\text{Im}(f, g) + \mathbb{R}_+^2$ is convex, g is convex, and the objective function f is bounded from below over the nonempty feasible set $\mathcal{F} = \{x \in \mathbb{R}^n : g(x) \leq 0\}$ then (CP) has a solution.*

Proof.

$$\text{Let } f^* := \inf_{x \in \mathcal{F}} f(x) > -\infty.$$

We have

$$\mathcal{F}^\infty = \{h \in \mathbb{R}^n : h^T B_1 h = 0, c_1^T h \leq 0\}$$

(see [2]).

Consider the set

$$M = \{v \in \mathcal{F}^\infty \cap \text{Null}(A) \cap \text{Null}(B) : \mathcal{A}_1 v = 0, B_1 v = 0\}.$$

If $c_1^T v = 0$ for all $v \in M$ then from Corollary 3.1 in [10] it follows that (CP) has a solution.

Consider the case where there is $\bar{v} \in M$ such that $c_1^T \bar{v} < 0$. It follows that $g(t\bar{v}) = t \langle c_1, \bar{v} \rangle + d_1 \rightarrow -\infty$ as $t \rightarrow \infty$. Hence there exists $t_0 > 0$ such that $g(t_0 \bar{v}) < 0$. Then, the condition Slater is satisfied.

Since f is bounded from below over \mathcal{F} by f^* and $\text{Im}(f, g) + \mathbb{R}_+^2$ is convex, according to S-lemma (see [8]), there exists $\lambda \geq 0$ such that:

$$f(x) + \lambda g(x) \geq f^* \quad \forall x \in \mathbb{R}^n \quad (1)$$

Consider the cubic problem

$$\min \{f(x) + \lambda g(x) : x \in \mathbb{R}^n\} \quad (2)$$

According to [6] the problem (2) has a solution, say $x^* \in \mathbb{R}^n$.

We have

$$f(x^*) + \lambda g(x^*) \leq f(x) + \lambda g(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}^n$$

This gives

$$f(x^*) + \lambda g(x^*) \leq f(x)$$

for all $x \in \mathcal{F}$.

From this it follows that

$$f(x^*) + \lambda g(x^*) \leq f^*$$

Combining this with (1) we get

$$f(x^*) + \lambda g(x^*) = f^* \quad (3)$$

We have

$$\begin{aligned} (x^* + t\bar{v}) &= g(x^*) + \frac{t^3}{6} \mathcal{A}_1 \bar{v}^3 + \frac{t^2}{2} \bar{v}^T (\mathcal{A}_1 x^* + B_1) \bar{v} \\ &\quad + t \left(\frac{1}{2} \mathcal{A}_1 (x^*)^2 + B_1 x^* + c_1 \right)^T \bar{v} \\ &= g(x^*) + c_1^T \bar{v}. \end{aligned}$$

We imply that $g(x^* + t^* \bar{v}) = 0$ for $t^* = \frac{g(x^*)}{-c_1^T \bar{v}}$.

Thus

$$x^* + t^* \bar{v} \in \mathcal{F}$$

From (1) we have

$$f(x^* - t^* \bar{v}) + \lambda g(x^* - t^* \bar{v}) \geq f^*$$

Or, equivalently

$$\begin{aligned} f(x^*) - \frac{t^3}{6} \mathcal{A} \bar{v}^3 + \frac{t^2}{2} \bar{v}^T (Ax^* + B) \bar{v} \\ - t \left(\frac{1}{2} A(x^*)^2 + Bx^* + c \right)^T \bar{v} + \lambda g(x^*) \\ - \lambda \frac{t^3}{6} \mathcal{A} \bar{v}^3 + \lambda \frac{t^2}{2} \bar{v}^T (Ax^* + B_1) \bar{v} \\ - \lambda t \left(\frac{1}{2} \mathcal{A}_1 (x^*)^2 + B_1 x^* + c_1 \right)^T \bar{v} \geq f^*. \end{aligned}$$

It follows

$$\begin{aligned} -\frac{t^3}{6} \mathcal{A} \bar{v}^3 + \frac{t^2}{2} \bar{v}^T (Ax^* + B) \bar{v} \\ - t \left(\frac{1}{2} A(x^*)^2 + Bx^* + c \right)^T \bar{v} - \lambda \frac{t^3}{6} \mathcal{A}_1 \bar{v}^3 \\ + \lambda \frac{t^2}{2} \bar{v}^T (\mathcal{A}_1 x^* + B_1) \bar{v} - \lambda t \left(\frac{1}{2} \mathcal{A}_1 (x^*)^2 + B_1 x^* + c_1 \right)^T \bar{v} \geq 0. \end{aligned}$$

Thus

$$\begin{aligned} -t \left(\frac{1}{2} A(x^*)^2 + Bx^* + c \right)^T \bar{v} \\ \geq \lambda t \left(\frac{1}{2} \mathcal{A}_1 (x^*)^2 + B_1 x^* + c_1 \right)^T \bar{v}. \end{aligned}$$

Combining this with (3) and (5), we have

$$\begin{aligned} (x^* + t^* \bar{v}) &= f(x^*) + t^* \left(\frac{1}{2} A(x^*)^2 + Bx^* + c \right)^T \bar{v} \\ &\leq f(x^*) - \lambda t^* \left(\frac{1}{2} \mathcal{A}_1 (x^*)^2 + B_1 x^* + c_1 \right)^T \bar{v} \\ &= f(x^*) - \lambda t^* c_1^T \bar{v} \\ &= f(x^*) + \lambda g(x^*) = f^*. \end{aligned}$$

This proves that $x^* + t^* \bar{v}$ is a solution to (CP). The proof is complete.

3. CONCLUSIONS

- (4) Theorem 2.1 in this note shows that a nonconvex cubic function bounded from below over the feasible set defined by a convex cubic inequality attains its minimum. This is a partial answer to the open question on the existence of cubic programming problems. We use structure of 3-dimension tensors, S-lemma, recession cone and properties of cubic functions to prove the above main result.

(5)

REFERENCES

- [1]. V. G. Andronov, E. G. Belousov, V. M. Shironin (1982), *On solvability of the problem of polynomial programming*, Izvestija Akadem, Nauk SSSR, Tekhnicheskaja Kibernetika 4 194-197, Translation appeared in News of the Academy of Science of USSR, Dept, of Technical Sciences, Technical Cybernetics.
- [2]. E. G. Belousov (1977), *Introduction to convex analysis and integer programming*, Izdat. Moskov. Univ., Moscow.
- [3]. E. G. Belousov, D. Klatte (2002), *A Frank-Wolfe type theorem for convex polynomial programs*, Comp. Optim. Appl. 22 37-48.
- [4]. F. Flores-Bazán, G. Cárcamo (2014), *A geometric characterization of strong duality in nonconvex quadratic programming with linear and nonconvex quadratic constraints*, Math. Program., 145 263-290.
- [5]. M. Frank, P. Wolfe (1956), *An algorithm for quadratic programming*, Naval Res. Logist. Quar. 3 95-110.
- [6]. D. Klatte (2019), *On a Frank-Wolfe type theorem in cubic optimization*, Optimization 68 539-547.
- [7]. B. Kummer (1977), *Globale stabilität quadratischer optimierungs probleme*, Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt-Universität zu Berlin, Math.-Nat 26 565-569.
- [8]. M. D. Lara, J. B. Hiriart-Urruty (2022), *A fresh geometrical look at the general S-procedure*, Optim. Lett. 16 1129-1135.

- [9]. Z. Q. Luo, S. Zhang (1999), *On extensions of the Frank-Wolfe theorems*, Comput. Optim. Appl. 13 87-110.
- [10]. T. V. Nghi, N. N. Tam, *A Frank-Wolfe-type theorem for cubic programs and solvability for quadratic variational inequalities*, J. Optim. S.

THÔNG TIN TÁC GIẢ

**Nguyễn Viết Tuấn^{1*}, Chu Thị Hiền²,
Đặng Đình Ngọc³, Vũ Thị Ngọc⁴,
Nguyễn Phương Thảo⁵, Nguyễn Thị Thanh Thủy⁶**

*Tác giả liên hệ: nguyentuandhsd@gmail.com

¹Trường Đại học Sao Đỏ;

²Trường THCS Thượng Lan, Bắc Giang;

³Trường THCS Việt Tiến, Bắc Giang;

⁴Trường THCS Minh Hải, Hưng Yên;

⁵Trường THCS Đạo Trù, Vĩnh Phúc;

⁶Trường THPT Yên Lạc, Vĩnh Phúc.

THẺ LỆ GỬI BÀI

TẠP CHÍ NGHIÊN CỨU KHOA HỌC, TRƯỜNG ĐẠI HỌC SAO ĐỎ

Tạp chí Nghiên cứu khoa học, Trường Đại học Sao Đỏ (P. ISSN 1859-4190, E. ISSN 2815-553X), thường xuyên công bố kết quả, công trình nghiên cứu khoa học và công nghệ của các nhà khoa học, cán bộ, giảng viên, nghiên cứu sinh, học viên cao học, sinh viên ở trong và ngoài nước.

1. Tạp chí xuất bản 01 số/quý bằng hai ngôn ngữ tiếng Việt và tiếng Anh. Tạp chí nhận đăng các bài báo khoa học thuộc các lĩnh vực: Điện - Điện tử - Tự động hóa; Cơ khí - Động lực; Kinh tế; Triết học - Xã hội học - Chính trị học; Các lĩnh vực khác gồm: Công nghệ thông tin; Hóa học - Công nghệ thực phẩm; Ngôn ngữ học; Toán học; Vật lý; Văn hóa - Nghệ thuật - Thể dục thể thao...
2. Bài nhận đăng là những công trình nghiên cứu khoa học chưa công bố trong bất kỳ ấn phẩm khoa học nào.
3. Tòa soạn chỉ nhận bài báo gửi online trên website <http://tapchikhcn.saodo.edu.vn>. Bài báo gửi về tòa soạn dưới dạng file điện tử (*.doc *.docx và *.pdf); cuối bài báo, tác giả ghi rõ thông tin địa chỉ liên hệ, số điện thoại, email và cập nhật thông tin trên website. Bài báo phải được trình bày đúng định dạng, rõ ràng; Trường hợp bài báo phải chỉnh sửa theo thể lệ hoặc theo yêu cầu của Phản biện thì tác giả sẽ cập nhật trên website. Người phản biện sẽ do tòa soạn mời. Tòa soạn không gửi lại bài nếu không được đăng.
4. Các công trình thuộc đề tài nghiên cứu có Cơ quan quản lý cần kèm theo giấy phép cho công bố của cơ quan (Tên đề tài, mã số, tên chủ nhiệm đề tài, cấp quản lý,...).
5. Tên bài báo trình bày bằng hai ngôn ngữ (tiếng Việt và tiếng Anh), font Arial, cỡ chữ 14, in đậm, căn giữa.
6. Tên tác giả (không ghi học hàm, học vị), font Arial, cỡ chữ 10, in đậm, căn lề phải; cơ quan công tác của các tác giả, font Arial, cỡ chữ 9, in nghiêng, căn lề phải.
7. Chữ "Tóm tắt" in đậm, font Arial, cỡ chữ 10; Nội dung tóm tắt của bài báo không quá 10 dòng, trình bày bằng hai ngôn ngữ (tiếng Việt và tiếng Anh), font Arial, cỡ chữ 10, in thường.
8. Chữ "Từ khóa" in đậm, nghiêng, font Arial, cỡ chữ 10; Có từ 03÷05 từ khóa, font Arial, cỡ chữ 10, in nghiêng, ngăn cách nhau bởi dấu chấm phẩy, cuối cùng là dấu chấm.
9. Nội dung bài báo viết bằng tiếng Việt hoặc tiếng Anh; Nếu là bài báo viết bằng tiếng Việt: Tiêu đề tiếng Việt trước, tiếng Anh sau; Tóm tắt tiếng Việt trước, tiếng Anh sau; Từ khóa tiếng Việt trước, tiếng Anh sau; Nếu là bài báo viết bằng tiếng Anh: Tiêu đề tiếng Anh trước, tiếng Việt sau; Tóm tắt tiếng Anh trước, tiếng Việt sau; Từ khóa tiếng Anh trước, tiếng Việt sau.
10. Bài báo được đánh máy trên khổ giấy A4 (21 × 29,7cm) có độ dài không quá 8 trang, font Arial, cỡ chữ 10, giãn dòng At least 12pt, Before 3pt, After 3pt; căn lề trên 2.5cm, dưới 2.5cm, trái 3cm, phải 2cm; hình vẽ phải rõ ràng, đủ nét và được định dạng dưới dạng file ảnh (*.jpg); Phương trình, công thức phải soạn thảo bằng Mathtype hoặc Equation; Phần nội dung bài báo được chia thành 02 cột, khoảng cách cột là 1cm; Trong trường hợp hình vẽ, hình ảnh có kích thước lớn, bảng biểu có độ rộng lớn hoặc công thức, phương trình dài thì cho phép trình bày dưới dạng 01 cột.
11. Tài liệu tham khảo được sắp xếp theo thứ tự tài liệu được trích dẫn trong bài báo.
 - Nếu là sách/luận án: Tên tác giả (năm), Tên sách/luận án/luận văn, Nhà xuất bản/Trường/Viện, lần xuất bản/tái bản.
 - Nếu là bài báo/báo cáo khoa học: Tên tác giả (năm), Tên bài báo/báo cáo, Tạp chí/Hội nghị/Hội thảo, Tập/Kỷ yếu, số, trang.
 - Nếu là trang web: Phải trích dẫn đầy đủ tên website và đường link, ngày cập nhật.
12. Định dạng mẫu bài báo tham khảo tại địa chỉ http://tapchikhcn.saodo.edu.vn/news/detail/198/format_paper
Bài báo sau khi xuất bản sẽ được công bố trên <http://tapchikhcn.saodo.edu.vn>.

THÔNG TIN LIÊN HỆ:

Ban Biên tập Tạp chí Nghiên cứu khoa học, Trường Đại học Sao Đỏ

Phòng 203, Tầng 2, Nhà B1, Trường Đại học Sao Đỏ.

Địa chỉ: Số 76, Nguyễn Thị Duệ, Thái Học 2, phường Sao Đỏ, thành phố Chí Linh, tỉnh Hải Dương.

Điện thoại: (0220) 3587213, Fax: (0220) 3882921, Hotline: 0912 107858/0936 847980.

Website: <http://tapchikhcn.saodo.edu.vn>

Email: tapchikhcn@saodo.edu.vn

Tạp chí Nghiên cứu khoa học, Trường Đại học Sao Đỏ, Số 4 (83) 2023



BỘ CÔNG THƯƠNG

TRƯỜNG ĐẠI HỌC SAO ĐỎ

Địa chỉ:

- **Số 1:** Số 76, Nguyễn Thị Duệ, Thái Học 2, phường Sao Đỏ, thành phố Chí Linh, tỉnh Hải Dương.
- **Số 2:** Số 72, đường Nguyễn Thái Học, phường Thái Học, thành phố Chí Linh, tỉnh Hải Dương.
- **Điện thoại:** (0220) 3882 269 **Fax:** (0220) 3882 921 **Website:** <http://saodo.edu.vn> **Email:** info@saodo.edu.vn

P. ISSN 1859-4190
E. ISSN 2815-553X

Số 4 (83)
2023

Địa chỉ Tòa soạn:

Trường Đại học Sao Đỏ.

Số 76, Nguyễn Thị Duệ, Thái Học 2, phường Sao Đỏ, thành phố Chí Linh, tỉnh Hải Dương.

Điện thoại: (0220) 3587213, Fax: (0220) 3882 921, Hotline: 0912 107858/0936 847980.

Website: <http://tapchikhcn.saodo.edu.vn/>Email: tapchikhcn@saodo.edu.vn.

Giấy phép xuất bản số: 620/GP-BTTTT ngày 17/9/2021 của Bộ Thông tin và Truyền thông.
In 2.000 bản, khổ 21 × 29,7cm, tại Công ty TNHH in Tre Xanh, cấp ngày 17/02/2011.