



PHẦN THỨ HAI: NGHIÊN CỨU, ỨNG DỤNG

Phân tích chuyển dịch thẳng đứng ứng dụng công nghệ GNSS với bình sai lưới không gian và phép lọc Kalman

Hoàng Ngọc Hà^{1*}

¹Trường đại học Mỏ - Địa chất, số 18 Phố Viên, Bắc Từ Liêm, Hà Nội, Việt Nam

Email tác giả liên hệ: hoanghakhcn@gmail.com

Tóm tắt

Hiện nay do ảnh hưởng của biến đổi khí hậu và tác động của nước biển dâng, ở một số khu vực của nước ta có hiện tượng chuyển dịch biến dạng như sụt, lún. Trong bài báo đã nghiên cứu phương pháp phân tích sự biến dạng chuyển dịch đứng (chuyển dịch địa động học theo phương thẳng đứng, biến dạng lún công trình...), trên cơ sở sử dụng dữ liệu 3D thu được từ kết quả đo lưới quan trắc ứng dụng công nghệ GNSS trong các chu kỳ và lý thuyết lọc Kalman. Đã đưa ra cơ sở lý thuyết và thuật toán tính toán đối với bài toán phân tích và dự báo biến dạng ứng dụng công nghệ GNSS. Kết quả nghiên cứu có thể phục vụ công tác điều tra cơ bản ở các địa phương có khả năng sụt lún hoặc biến dạng do đứt gãy địa chất hay do tác động của môi trường.

Từ khóa: Bình sai, GNSS, Lọc Kalman, chuyển dịch đứng, Phân tích biến dạng

Ngày nhận bài: 25/03/2024

Ngày sửa lại: 29/03/2024

Ngày chấp nhận đăng: 30/03/2024

Ngày xuất bản: 30/03/2024

Vertical displacement analysis applies GNSS technology with spatial network adjustment and Kalman filtering

Ha Ngoc Hoang^{1*}

¹University of Mining and Geology, 18 Vien Street, Hanoi, Vietnam

Corresponding Author Email: hoanghakhcn@gmail.com

Abstract

Currently, due to the effects of climate change and the impact of rising sea levels, in some areas of our country there is a phenomenon of displacement and deformation. In the article, the method of analyzing vertical displacement deformation (vertical geodynamic displacement, construction settlement deformation...) has been studied, based on the use of 3D data obtained from the results. Observation grid measurement applies GNSS technology in cycles and Kalman filter theory. The theoretical basis and calculation algorithm for the problem of analyzing and predicting deformation using GNSS technology has been presented. Research results can serve basic investigations in localities with the possibility of subsidence or deformation due to geological faults or environmental impacts.

Keywords: Network adjustment, GNSS, Kalman filter, vertical displacement, Deformation analysis

Submission received: 25/03/2024

Revised: 29/03/2024

Accepted: 30/03/2024

Published: 30/03/2024

1. Mở đầu

Với sự phát triển của công nghệ GNSS đã tạo ra bước tiến lớn trong lĩnh vực trắc địa- bản đồ nói chung và quan trắc biến dạng nói riêng. Trong đo đạc truyền thống, việc xác định biến dạng chuyển dịch lún thường phải thực hiện bằng việc xây dựng lưới thủy chuẩn và đo theo chu kỳ. Tuy nhiên công việc này đòi hỏi thời gian đo dài và tốn nhiều công sức. Ứng dụng công nghệ GNSS cho phép xây dựng lưới với độ chính xác cao với thời gian ngắn, trong phạm vi rộng và cho phép xác định véc tơ chuyển dịch véc tơ chuyển dịch đứng của vỏ trái đất. Công nghệ GNSS có ưu việt hơn công nghệ truyền thống là không đòi hỏi sự thông hướng giữa các điểm, đo đạc được tiến hành trong mọi điều kiện thời tiết. Một số công bố quốc tế đã tập trung xây dựng các mô hình ứng dụng phép lọc Kalman để ứng dụng trong lĩnh vực phân tích biến dạng như [13], phân tích chuyển dịch phục vụ điều tra sạt lở [14] ...

Ở Việt Nam, công nghệ GNSS đã được ứng dụng trong một số nghiên cứu về chuyển dịch của đới đứt gãy sông Đà và đới đứt gãy Sơn La - Bim Sơn [7] của Viện Địa chất, nghiên cứu chuyển dịch của vỏ Trái đất trên khu vực đứt gãy Lai Châu - Điện Biên [8].

Trong bài báo sẽ trình bày cơ sở lý thuyết và tính toán thực nghiệm ứng dụng lý thuyết bình sai lưới GNSS kết hợp với phép lọc Kalman để giải quyết bài toán phân tích, đánh giá sự chuyển dịch đứng, lấy ví dụ minh họa trên vùng thực nghiệm ở miền Trung (lưới Thạch Bàn-Cát Tiên).



2. Phương pháp nghiên cứu

2.1. Sử dụng độ cao trắc địa trong phân tích chuyển dịch độ cao

Mối liên hệ giữa độ cao trắc địa H và độ cao thủy chuẩn h được biểu diễn bằng công thức sau:

$$H = h + \zeta \quad (1)$$

Ở đây ζ - Dị thường độ cao.

Như vậy có thể thấy sự chuyển dịch biến dạng tại 2 thời điểm tk và $tk+1$ của độ cao thủy chuẩn h sẽ là:

$$\Delta h = \Delta H \quad (2)$$

Như vậy chúng ta có thể sử dụng độ cao trắc địa, được xác định từ đo đạc và bình sai lưới GNSS để phân tích chuyển dịch đúng theo các chu kỳ đo.

2.2. Xác định độ cao trắc địa từ kết quả bình sai lưới tự do với ẩn số là tọa độ B, L, H

Bình sai tự do lưới không gian GNSS trong hệ tọa độ địa tâm (X, Y, Z) ta sẽ có hệ phương trình các số hiệu chỉnh tương ứng với n trị đo $(\Delta X_{ij}, \Delta Y_{ij}, \Delta Z_{ij})$ như sau:

$$V = A\Delta + L \quad (3)$$

Với A là ma trận hệ số với các hệ số $+1$ và -1 ứng với các thành phần tọa độ tương ứng trong trị đo $(\Delta X_{ij}, \Delta Y_{ij}, \Delta Z_{ij})$, Δx là vector ẩn số, V và L tương ứng là vector số hiệu chỉnh và số hạng tự do trong hệ phương trình. Ma trận trọng số P có dạng:

$$P = \begin{pmatrix} P_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_n \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$P_i = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{pmatrix} = Q_i^{-1} \quad (5)$$

Với Q_i là ma trận hiệp phương sai của các trị đo $(\Delta X_{ij}, \Delta Y_{ij}, \Delta Z_{ij})$.

Đối với mỗi điểm lưới GNSS, chúng ta có công thức sau:

$$\begin{pmatrix} dB_i \\ dL_i \\ dH_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (M_i + H_i)\sin B_i \cos L_i & (N_i + H_i)\cos B_i \sin L_i & -\cos B_i \cos L_i \\ (M_i + H_i)\sin B_i \sin L_i & (N_i + H_i)\cos B_i \cos L_i & -\cos B_i \sin L_i \\ (M_i + H_i)\cos B_i & 0 & -\sin B_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dX_i \\ dY_i \\ dZ_i \end{pmatrix} \quad (6)$$

Như vậy, nếu ẩn số là B, L, H thì hệ phương trình các số hiệu chỉnh (1) có thể viết lại như sau:

$$V = A_z \Delta z + L \quad (7)$$

Ở đây:

Ma trận $A_z = \Pi A$

$$\Pi = \begin{pmatrix} \Pi_1 & & & \\ & \Pi_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & \Pi_n \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$\Pi_i = \begin{pmatrix} (M_i + H_i)\sin B_i \cos L_i & (N_i + H_i)\cos B_i \sin L_i & -\cos B_i \cos L_i \\ (M_i + H_i)\sin B_i \sin L_i & (N_i + H_i)\cos B_i \cos L_i & -\cos B_i \sin L_i \\ (M_i + H_i)\cos B_i & 0 & -\sin B_i \end{pmatrix} \quad (9)$$

Từ hệ phương trình số hiệu chỉnh, ta lập được hệ phương trình chuẩn có dạng:

$$R_z \Delta z + b_z = 0 \quad (10)$$

$$R_z = A_z^T P A_z, b_z = A_z^T P L \quad (11)$$

Ở đây ma trận R_z suy biến. Để tìm nghiệm của hệ (9) vector ẩn số được tính theo công thức:

$$\Delta z = -\tilde{R}_z b_z \quad (12)$$

Trong đó, \tilde{R}_z là ma trận nghịch đảo tổng quát:

$$\tilde{R}_z = (R_z + CC^T)^{-1} - TT^T \quad (13)$$

Với:

$$T^T = B(C^T G)^{-1} \quad (14)$$

$$G^T = (G_1 \quad G_2 \quad \dots \quad G_n) \quad (15)$$



Gi là ma trận Hermet, khi các trị đo là baseline ($\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$), ma trận G có dạng:

$$G_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (16)$$

$$C^T = (G_1 \quad \dots \quad G_k \quad 0 \quad \dots \quad 0) \quad (17)$$

Trong trường hợp $n = k$ (tức $C = G$), ma trận nghịch đảo tổng quát được tính theo công thức:

$$R_z^+ = (R_z + GG^T)^{-1} - TT^T \quad (18)$$

$$T^T = G(G^T G)^{-1} \quad (19)$$

Sai số trung phương trọng số đơn vị được tính như sau:

$$\mu = \sqrt{\frac{V^T P V}{3n - 3m + d}} \quad (20)$$

- $3n$ là số trị đo của lưới
- $3m$ là số ẩn số
- d là số khuyết của lưới (trường hợp đang xét có $d = 3$)

2.3. Mô hình động và phép lọc Kalman

Triển khai công thức Taylor của hàm số $H_j^{(k+1)}$ theo biến số thời gian t , mô hình động theo thời gian với độ cao trắc địa, vận tốc và gia tốc được biểu diễn bằng công thức sau [10]:

$$H_j^{(k+1)} = H_j^{(k)} + (t_{k+1} - t_k) v_{H_j} + 1/2 (t_{k+1} - t_k)^2 a_{H_j} \quad (21)$$

$H_j^{(k+1)}$: Độ cao trắc địa điểm j ở thời điểm chu kỳ (t_{k+1})

$H_j^{(k)}$: Độ cao trắc địa điểm j ở thời điểm chu kỳ (t_k)

v_{H_j} : vận tốc chuyển dịch của H của điểm j

a_{H_j} : gia tốc chuyển dịch của H của điểm j

$k=1, 2, \dots, i$ (i : số thứ tự chu kỳ đo)

$j=1, 2, \dots, n$ (n : số thứ tự của điểm trong lưới)

Như vậy từ phương trình (21) có thể thành lập biểu thức sau:

$$\left. \begin{aligned} H_j^{(k+1)} &= H_j^{(k)} + (t_{k+1} - t_k) v_{H_j} + 0,5(t_{k+1} - t_k)^2 a_{H_j} \\ v_{H_j}^{(k+1)} &= v_{H_j}^{(k)} + (t_{k+1} - t_k) a_{H_j}^{(k)} \\ a_{H_j}^{(k+1)} &= a_{H_j}^{(k)} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Biểu thức (22) có thể viết lại dưới dạng ma trận như sau:

$$\begin{pmatrix} H_j^{(k+1)} \\ v_{H_j}^{(k+1)} \\ a_{H_j}^{(k+1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & (t_{k+1} - t_k) & 0,5(t_{k+1} - t_k)^2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_j^{(k)} \\ v_{H_j}^{(k)} \\ a_{H_j}^{(k)} \end{pmatrix} \quad (23)$$

Ký hiệu:

$$T_j^{(k+1)} = \begin{pmatrix} 1 & (t_{k+1} - t_k) & 0,5(t_{k+1} - t_k)^2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (24)$$

$$y_j^{(k+1)} = \begin{pmatrix} H_j^{(k+1)} \\ v_{H_j}^{(k+1)} \\ a_{H_j}^{(k+1)} \end{pmatrix} \quad (25)$$

$$y_j^{(k)} = \begin{pmatrix} H_j^{(k)} \\ v_{H_j}^{(k)} \\ a_{H_j}^{(k)} \end{pmatrix} \quad (26)$$



$$y_j^{(k+1)} = T_j^{(k+1)} y_j^{(k)} \quad (27)$$

Phép lọc Kalman được sử dụng để dự đoán vector trạng thái hiện tại bằng cách sử dụng thông tin vector trạng thái của các thông số chuyển động đã biết ở chu kỳ t_k và các phép đo ở chu kỳ t_{k+1} . được thu thập ở kỳ t_{k+1} . Vector trạng thái của tham số chuyển động bao gồm các tham số vị trí, vận tốc chuyển động và gia tốc. Hệ phương trình dạng ma trận của mô hình chuyển động được sử dụng để dự báo các tham số chuyển động bằng kỹ thuật lọc Kalman trong lưới có thể được biểu diễn như sau:

$$\bar{Y}_{(k+1)} = T_{(k+1)} \hat{Y}_{(k+1)} \quad (28)$$

Ở đây:

$$\bar{Y}_{(k+1)} = \begin{pmatrix} y_1^{(k+1)} \\ y_2^{(k+1)} \\ \dots \\ y_n^{(k+1)} \end{pmatrix} \quad (29)$$

$$\bar{Y}_{(k)} = \begin{pmatrix} y_1^{(k)} \\ y_2^{(k)} \\ \dots \\ y_n^{(k)} \end{pmatrix} \quad (30)$$

$$T_{(k+1)} = \begin{pmatrix} T_1^{(k+1)} & & \\ & \dots & \\ & & T_n^{(k+1)} \end{pmatrix} \quad (31)$$

$\bar{Y}_{(k+1)}^T$ - vec tơ giá trị dự báo của tọa độ, vận tốc và gia tốc

\bar{Y}_k^T -vec tơ trạng thái tại thời điểm t_k .

T_{k+1} ,- ma trận chuyển dịch.

Phương trình (28) là phương trình dự báo trong phép lọc Kalman

Phương trình có yếu tố nhiễu sẽ như sau:

$$\bar{Y}_{(k+1)} = T_{(k+1)} \hat{Y}_k + S_{k+1,k} \quad (32)$$

$$C_{\bar{Y}(k+1)} = T_{k+1,k} C_Y T_{k+1,k}^T + S_{k+1,k} C_S S_{k+1,k}^T \quad (33)$$

Ở đây ma trận C_Y là ma trận hiệp phương sai của vector trạng thái \hat{Y}_k đã được lọc ở thời điểm t_k .

Ma trận C_S là ma trận hiệp phương sai của vector nhiễu hệ thống ở thời điểm t_k .

Tại thời điểm t_{k+1} chúng ta thực hiện đo đạc lưới GNSS, có thể thành lập hệ phương trình đo (phương trình lọc) như sau:

$$v_{l,k+1} = A_{k+1} \hat{Y}_k - l_{k+1} \quad (34)$$

Hay là:

$$l_{k+1} + v_{l,k+1} = A_{k+1} \hat{Y}_k \quad (35)$$

Từ các biểu thức (30) và (34) chúng ta có công thức sau:

$$V = \hat{A}_{k+1} \hat{Y}_{k+1} + L \quad (36)$$

Ký hiệu:

$$V = \begin{pmatrix} v_{k+1} \\ v_{l,k+1} \end{pmatrix} \quad (37)$$

$$\hat{A}_{k+1} = \begin{pmatrix} E \\ A_{k+1} \end{pmatrix} \quad (38)$$

$$L = - \begin{pmatrix} \hat{Y}_{k+1} \\ l_{k+1} \end{pmatrix}$$

Ma trận hiệp phương sai:

$$C_{k+1} = \begin{pmatrix} C_{\bar{Y}(k+1)} & 0 \\ 0 & C_{l,k+1} \end{pmatrix} \quad (39)$$

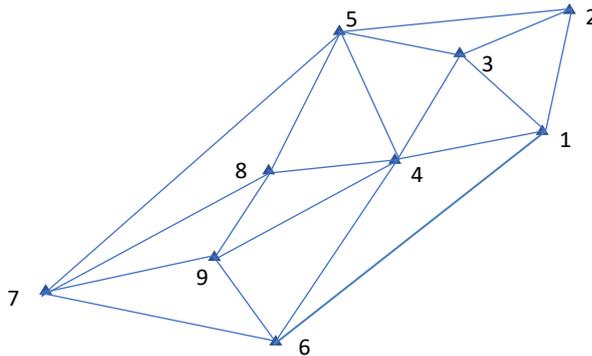
Ma trận A_{k+1} trong biểu thức (5.2.34) trong trường hợp lấy giá trị đo bằng chính giá trị bình sai ở chu kỳ k+1 sẽ là: $A_{k+1}^T = (1 \ 0 \ 0)$

Ma trận $E_{(k \times k)}$ - Ma trận đơn vị, k số ẩn số tọa độ.

3. Kết quả nghiên cứu và thảo luận

3.1. Kết quả nghiên cứu

Để tính toán, thử nghiệm chúng tôi sử dụng lưới đo GNSS tại khu vực miền Trung (lưới Thạch Bàn-Cát Tiên) gồm 9 điểm (Hình 1).



Hình 1. Sơ đồ lưới GNSS

Thực hiện đo lặp 4 chu kỳ 2015, 2016, 2017, 2018 với giãn cách thời gian giữa các chu kỳ là một năm.

. Kết quả bình sai cho giá trị độ cao trắc địa tại các điểm lưới và sai số trung phương ứng của các chu kỳ được trình bày ở các bảng từ 1 đến 4.

Bảng 1. Giá trị độ cao trắc địa và sai số trung phương của các điểm trong chu kỳ 1(2015)

	Điểm 1	Điểm 2	Điểm 3	Điểm 4	Điểm 5	Điểm 6	Điểm 7	Điểm 8	Điểm 9
H (m)	233,660	422,073	46,164	462,312	478,985	433,071	137,976	1530,043	132,895
m_H (m)	0,0015	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002

Bảng 2. Giá trị độ cao trắc địa và sai số trung phương của các điểm trong chu kỳ 2(2016)

	Điểm 1	Điểm 2	Điểm 3	Điểm 4	Điểm 5	Điểm 6	Điểm 7	Điểm 8	Điểm 9
H (m)	233,712	422,062	46,150	462,315	478,945	433,055	137,989	1530,039	132,860
m_H (m)	0,001	0,002	0,002	0,002	0,001	0,002	0,001	0,001	0,001

Bảng 3. Giá trị độ cao trắc địa và sai số trung phương của các điểm trong chu kỳ 3(2017)

	Điểm 1	Điểm 2	Điểm 3	Điểm 4	Điểm 5	Điểm 6	Điểm 7	Điểm 8	Điểm 9
H (m)	233,671	421,977	46,117	462,256	478,938	433,026	137,956	1530,029	132,838
m_H (m)	0,001	0,001	0,002	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001

Bảng 4. Giá trị độ cao trắc địa và sai số trung phương của các điểm trong chu kỳ 4(2018)

	Điểm 1	Điểm 2	Điểm 3	Điểm 4	Điểm 5	Điểm 6	Điểm 7	Điểm 8	Điểm 9
H (m)	233,673	422,043	46,153	462,287	478,951	433,044	137,968	1530,031	132,873
m_H (m)	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002

Bảng 5. Các tham số chuyển dịch độ cao giữa năm 2015 - 2016 và các tham số tốc độ chuyển dịch

	Điểm 1	Điểm 2	Điểm 3	Điểm 4	Điểm 5	Điểm 6	Điểm 7	Điểm 8	Điểm 9
dH (m)	0,052	-0,012	-0,015	0,003	-0,039	-0,009	0,012	-2,1E-05	-0,035
v_H (m/năm)	0,062	-0,014	-0,018	0,003	-0,047	-0,035	0,015	-2,5E-05	-0,042



Bảng 6. Các tham số chuyển dịch độ cao giữa năm 2015 - 2017 và các tham số tốc độ và gia tốc theo chu kỳ 1 năm

	Điểm 1	Điểm 2	Điểm 3	Điểm 4	Điểm 5	Điểm 6	Điểm 7	Điểm 8	Điểm 9
dH (m)	0,052	-0,076	-0,047	-0,056	-0,049	-0,009	-0,020	-0,014	-0,057
VH (m/năm)	-0,086	-0,091	-0,040	-0,090	0,009	-0,036	-0,055	-0,011	-0,015
aH (m/năm ²)	-0,092	-0,053	-0,017	-0,062	0,032	-0,022	-0,045	-0,003	0,0131

Bảng 7. Các tham số chuyển dịch độ cao giữa năm 2015 - 2018 và các tham số tốc độ và gia tốc theo chu kỳ 1 năm

	Điểm 1	Điểm 2	Điểm 3	Điểm 4	Điểm 5	Điểm 6	Điểm 7	Điểm 8	Điểm 9
dH (m)	0,012	-0,075	-0,011	-0,025	-0,034	-0,024	-0,008	-0,012	-0,022
VH (m/năm)	-0,092	0,032	-0,040	0,076	0,024	0,047	0,034	0,004	0,064
aH (m/năm ²)	-0,072	0,065	-0,01687	0,09	0,021	0,050	0,044	0,005	0,057

3.2. Thảo luận

Qua kết quả tính toán chúng tôi thấy tất cả 9 điểm, kiểm tra đại lượng $T_H = dH/m_{dH}$ đều vượt giới hạn theo tiêu chí thống kê T (t-distribution), do đó các điểm này đều có sự chuyển dịch về độ cao.

Như vậy kết quả triển khai tính toán thực nghiệm theo phương pháp đề xuất cho thấy giải pháp ứng dụng công nghệ GNSS trong vấn đề độ cao và chuyển dịch độ cao trong bài toán quan trắc biên dạng đã đạt mục tiêu đã đề ra. Giải pháp này cho phép triển khai giải bài toán quan trắc biên dạng trong các phạm vi khác nhau mà không cần xây dựng mạng lưới thủy chuẩn. Các tham số chuyển dịch không chỉ là các tham số biến đổi độ cao như trong mô hình tĩnh, mà còn xác định các tham số vận tốc và gia tốc chuyển dịch.

Nếu với bài toán sử dụng độ cao trắc địa GNSS trong việc thành lập bản đồ địa hình còn phải xử lý vấn đề mô hình quaasi-geoid, thì trong bài toán quan trắc biên dạng chuyển dịch thẳng đứng không cần quan tâm tới mô hình này và có thể xác định độ chuyển dịch biên dạng với độ chính xác cao và thực hiện trong thời gian ngắn.

Các kết quả nghiên cứu cho thấy kết hợp công nghệ GNSS với các phương pháp xử lý số liệu trắc địa hiện đại như bình sai lưới tự do không gian GNSS và lọc Kalman cho phép hình thành công nghệ phân tích quan trắc chuyển dịch biên dạng đứng không nhất thiết phải xây dựng lưới thủy chuẩn truyền thống.

Tuy nhiên để có kết luận một cách đầy đủ cần phải tiến hành thử nghiệm ở nhiều khu vực trên lãnh thổ nước ta và với số chu kỳ nhiều hơn để đánh giá về khả năng dự báo một cách tin cậy.

4. Kết luận

Trong bài báo đã xây dựng cơ sở khoa học và tính toán thực nghiệm chứng minh cho giải pháp phân tích, đánh giá chuyển dịch biên dạng đứng sử dụng công nghệ GNSS trong mô hình động trên cơ sở ứng dụng lý thuyết bình sai lưới tự do và kỹ thuật lọc Kalman.

Tính ưu việt của giải pháp này được thể hiện ở sự phát triển của công nghệ GNSS với độ chính xác cao và thời gian thi công nhanh, trong các điều kiện khác nhau. Ngoài ra với số chu kỳ đo lớn có thể có khả năng dự báo về chuyển dịch biên dạng trôi, lún để có các phương án ứng phó phù hợp.

Hiện nay, với tình hình sụt, lún ở các tỉnh đồng bằng sông Cửu Long, chúng tôi thấy có thể xây dựng các trạm quan trắc, dựa trên ứng dụng GNSS và áp dụng giải pháp đã trình bày ở trên để đánh giá, phân tích và xây dựng cơ sở dữ liệu về chuyển dịch biên dạng lún của vùng.

Tài liệu tham khảo

- [1] Hoàng Ngọc Hà, Trương Quang Hiếu. Cơ sở toán học xử lý số liệu trắc địa. Nhà xuất bản Giao thông vận tải. 2000.
- [2] Hoàng Ngọc Hà, *Bình sai tính toán lưới Trắc địa và GPS/GNSS*. Nhà xuất bản Khoa học Kỹ thuật, Hà Nội. 2020.
- [3] Hoàng Ngọc Hà, Phạm Thanh Thọ. *Ứng dụng lý thuyết bình sai tự do lưới không gian trong phân tích độ chuyển dịch đứt gãy sông Sài Gòn*. Tài nguyên và môi trường, số 23(253), Kỳ 1,12/2016.



- [4] Hoang, N. H.: Modernization of Height System in Vietnam Using GNSS and Geoid Model. In: Tien Bui D., Tran H.T., Bui XN. (eds) Proceedings of the International Conference on Innovations for Sustainable and Responsible Mining. Lecture Notes in Civil Engineering, vol 108. Springer, 10- 2020.
- [5] Hoang, N. H. Monitoring the displacement of the Ba River fault zone of Vietnam using GNSS technology. FIG Conference, Orlando, Florida, USA 28 May - 1 June 2023.
- [6] Hofmann-Wellenhof, Herbert Lichtenegger, Elmar Wasle. GNSS. Springer Wien New York, 2008.
- [7] V Quốc Hải, Trần Đình Tô và Dương Chí Công, 2005. *Xác định chuyển dịch hiện đại đới đứt gãy sông Đà và đới đứt gãy Sơn La-Bim Sơn bằng số liệu GPS*. Địa chất và Khoáng sản, số 9, trang 257-265.
- [8] Hà Minh Hòa, Nguyễn Ngọc Lâu, Dương Chí Công. *Nghiên cứu ứng dụng công nghệ GPS để xác định chuyển dịch vỏ trái đất trên khu vực đứt gãy Lai châu - Điện Biên*. Đề tài KHCN cấp Bộ Tài nguyên và Môi trường giai đoạn 2002 - 2004. Viện Khoa học Đo đạc và Bản đồ.
- [9] R.E. Kalman, *A new approach to linear filtering and prediction problems*, J Basic Eng 82D (1960) 35e45.
- [10] Markuze Y U. I. , Hoàng Ngọc Hà . *Bình sai các mạng lưới không gian mặt đất và vệ tinh, Nhà xuất bản Nedra Matxcova*. Sách chuyên khảo (tiếng Nga). 1991
- [11] Markuze Y U. I, Gôlubev V.V. *Lý thuyết xử lý toán học lưới trắc địa*. Alma Mater.2010 (Tiếng Nga).
- [12] Welsch, W. M. and Heunecke, O.: *Models and terminology for the analysis of geodetic monitoring observations*, in: Proceedings of the 10th International Symposium on Deformation Measurements, Orange, California, USA, 390–412, 2001.
- [13] Yalc ınkaya, M. and Bayrak, T.: *Dynamic model for monitoring landslides with emphasis on underground water in Trabzon Province, Northeastern Turkey*, J. Surv. Eng.-ASCE, 129(3),115–124, 2003.