

PHÂN TÍCH ỨNG XỬ KẾT CẤU PHẪNG DƯỚI ĐỘNG ĐẤT BẰNG THUẬT TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC ẨN MƠI

Nguyễn Thanh Tuấn¹, Nguyễn Thanh Tú¹, Lê Hữu Quốc Phong¹ và Đường Hoàng Trung Hiếu¹

¹Trường Đại học Kỹ thuật - Công nghệ Cần Thơ,

Tác giả liên hệ: nttuan@ctu.edu.vn

Thông tin chung:

Ngày nhận bài:

18/6/2025

Ngày nhận bài sửa:

09/9/2025

Ngày duyệt đăng:

15/9/2025

Từ khóa: Động đất, động lực học, giảm chấn, phi tuyến, phân tử đặc phẳng.

TÓM TẮT

Một thuật toán phân tử hữu hạn động lực học ẩn mới với hệ phương trình rời rạc được áp dụng để mô phỏng ứng xử giảm chấn phi tuyến của kết cấu đặc phẳng dưới tác động của các trận động đất lớn. Phương pháp sử dụng độ cứng cát tuyến nút tương đương và hệ số giảm chấn nút tương đương để tách các phương trình cân bằng động, qua đó không cần chéo hóa ma trận hệ số. Ngoài ra, một kỹ thuật được đề xuất nhằm đánh giá nhanh lực giảm chấn nút tỷ lệ với độ cứng tại cấp độ phân tử khi kết cấu đặc phẳng chịu tác động lực mạnh. Trong kỹ thuật này, chuyển động cứng của phân tử phẳng được xác định hiệu quả, sau đó vận tốc biến dạng thuần được dùng để tính toán lực giảm chấn nút. Kết quả so sánh với phương pháp truyền thống và ABAQUS cho thấy phương pháp được đề xuất đạt độ chính xác và hiệu quả tính toán cao, phù hợp cho mô phỏng kết cấu phẳng chịu động đất mạnh.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Khi một kết cấu chịu tác động của một trận động đất lớn sẽ xuất hiện ứng xử phi tuyến. Giảm chấn là một đặc tính vốn có trong hệ kết cấu. Phương pháp giảm chấn Rayleigh thường được sử dụng để mô phỏng hiện tượng giảm chấn trong kết cấu. Để đảm bảo kết cấu an toàn, việc dự đoán chính xác ứng xử của kết cấu dưới tác động của các trận động đất lớn là hết sức quan trọng. Tuy nhiên, đối với các hệ phi tuyến có mức độ phi tuyến cao, phân tích dạng dao động không còn hiệu quả do phải thường xuyên cập nhật ma trận hệ số. Thuật toán phân tử hữu hạn (PTHH) đã được áp dụng rộng rãi trong phân tích kết cấu phi tuyến. Tuy nhiên, các phương pháp truyền thống dựa trên tích phân trực tiếp thường tốn kém về tính toán, đặc biệt khi phân tích hệ động phi tuyến. Hơn nữa, trong phân tích biến dạng lớn phi tuyến hình học, các phương pháp này còn đòi hỏi phải ghép nối ma trận và tính toán ứng suất–biến dạng bậc cao (Green–

Lagrange strain, Piola–Kirchhoff stress), vốn rất phức tạp và làm gia tăng chi phí tính toán. Do đó, nhu cầu về các kỹ thuật vừa chính xác vừa hiệu quả ngày càng trở nên cấp thiết. Các phương pháp tích phân trực tiếp [1], [2] được chia thành hai nhóm: phương pháp động lực học tường minh (explicit dynamic) và phương pháp động lực học ẩn (implicit dynamic). Phương pháp tích phân ẩn yêu cầu một quy trình lặp để thỏa mãn các phương trình cân bằng tại cuối mỗi bước thời gian. Tuy nhiên, phương pháp động lực học ẩn không thể tránh khỏi việc phải giải đồng thời một hệ phương trình cân bằng ràng buộc. Các phương pháp động lực học ẩn, bao gồm Newmark với quy tắc hình thang, Houbolt và Wilson- θ , thường ổn định trong phân tích kết cấu tuyến tính nhưng có thể mất ổn định trong phân tích phi tuyến, đặc biệt khi xuất hiện biến dạng lớn và thời gian phân tích kéo dài [3], [4]. Để khắc phục hạn chế này, nhiều kỹ thuật tích phân thay thế đã được phát triển, chẳng hạn Hilber-

α [5], phương pháp năng lượng–động lượng rời rạc [6], và thuật toán năng lượng–động lượng có ràng buộc [7], nhằm sử dụng giảm chấn số học để triệt tiêu dao động tần số cao không thực tế.

Mục tiêu của nghiên cứu này là trình bày một kỹ thuật tích phân thời gian đơn giản và bền vững để phân tích hiệu quả các hệ kết cấu phi tuyến có giảm chấn, đặc biệt là các hệ động phi tuyến không liên tục với giảm chấn tỷ lệ theo độ cứng. Thông qua khái niệm hệ số cát tuyến nút tương đương của kết cấu, các phương trình cân bằng động có thể được rời rạc [8]. Mỗi phương trình cân bằng sau khi rời rạc được giải bằng phương pháp HHT- α [5], vốn đảm bảo tính ổn định, nhất quán và độ chính xác bậc hai trong phân tích các hệ động phi tuyến. Trong nghiên cứu này, giảm chấn Rayleigh bao gồm giảm chấn tỷ lệ theo khối lượng và tỷ lệ theo độ cứng được sử dụng để mô phỏng giảm chấn kết cấu. Do ma trận giảm chấn tỷ lệ độ cứng không là ma trận chéo giống như ma trận độ cứng, hệ số giảm chấn cát tuyến nút tương đương được sử dụng để rời rạc ma trận giảm chấn, qua đó cho phép đánh giá nhanh lực giảm chấn nút tỷ lệ độ cứng tại cấp độ phần tử phi tuyến.

Ngoài ra, nghiên cứu này đề xuất một kỹ thuật hiệu quả nhằm xác định chuyển động cứng của phần tử đặc phẳng hình chữ nhật [9], [10], từ đó loại bỏ ảnh hưởng của chuyển động này. Nhờ vậy, chỉ cần sử dụng công thức ứng suất - biến dạng bậc một để tính toán lực bên trong phần tử. Ưu điểm này giúp thuật toán trở nên đơn giản, tiết kiệm thời gian và loại bỏ nhu cầu ghép nối ma trận cũng như tính toán ứng suất - biến dạng bậc cao như trong phương pháp truyền thống. Ví dụ được sử dụng để minh họa độ chính xác và hiệu quả của phương pháp được đề xuất trong phân tích ứng xử động có giảm chấn của kết cấu trải qua chuyển vị lớn dưới tác động của các trận động đất lớn.

2. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

2.1. Hệ số giảm chấn cát tuyến nút tương đương

Khi áp dụng phương pháp tích phân trực tiếp ẩn HHT- α [5], các phương trình cân bằng động tại thời điểm $t + \Delta t$ có thể được biểu diễn lại như sau:

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{F}_I + (1+\alpha){}^{t+\Delta t}\mathbf{F}_{mD} + (1+\alpha){}^{t+\Delta t}\mathbf{F}_{kD} + (1+\alpha){}^{t+\Delta t}\mathbf{F}_S \quad (1)$$

$$- \alpha' \mathbf{F}_{mD} - \alpha' \mathbf{F}_{kD} - \alpha' \mathbf{F}_S = (1+\alpha){}^{t+\Delta t}\mathbf{R} - \alpha' \mathbf{R}$$

Trong đó: \mathbf{F}_I là vector lực quán tính tại nút; \mathbf{F}_{mD} và \mathbf{F}_{kD} lần lượt là các vector lực nút tương đương gây ra bởi giảm chấn tỷ lệ theo khối lượng và giảm chấn tỷ lệ theo độ cứng; \mathbf{F}_S là vector lực nút bên trong phần tử tương đương; \mathbf{R} là vector ngoại lực tác dụng tương đương; Tham số α liên quan đến phương pháp HHT- α .

Để phân tích hệ phi tuyến, nghiên cứu này sử dụng phương trình gia tăng–lập theo quy trình lặp Newton–Raphson [8]. Lực giảm chấn tỷ lệ độ cứng tại thời điểm $t + \Delta t$, ${}^{t+\Delta t}\mathbf{F}_{kD}$, có thể được dự đoán theo biểu thức sau:

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{F}_{kD} = a_1 \mathbf{K}_I {}^{t+\Delta t}\dot{\mathbf{U}} = {}^t\mathbf{F}_{kD} + a_1 \mathbf{K}_I \Delta \dot{\mathbf{U}} \quad (2)$$

Trong đó: a_1 là hệ số giảm chấn tỷ lệ độ cứng; \mathbf{K}_I là ma trận độ cứng ban đầu của kết cấu; ${}^{t+\Delta t}\dot{\mathbf{U}}$ là vận tốc tại thời điểm $t + \Delta t$; $\Delta \dot{\mathbf{U}} = {}^{t+\Delta t}\dot{\mathbf{U}} - {}^t\dot{\mathbf{U}}$ vector gia tăng vận tốc. Lưu ý rằng ${}^t\mathbf{F}_{kD}$ đã biết tại thời điểm.

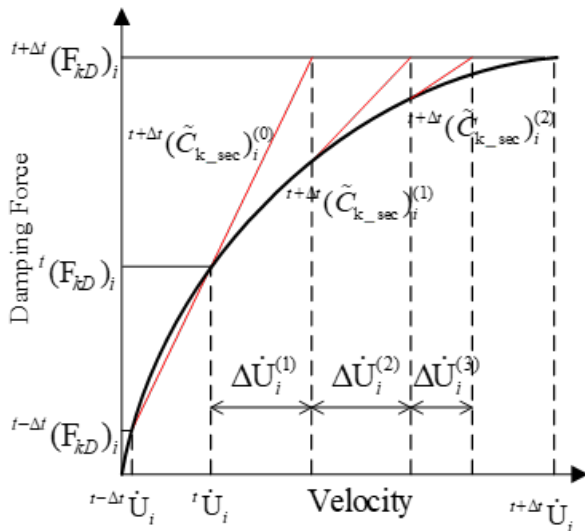
Khi phân tích hệ phi tuyến, để đảm bảo nghiệm chính xác có thể cần chọn bước thời gian đủ nhỏ. Dựa theo khái niệm hệ số cát tuyến nút tương đương từ nghiên cứu trước đó [8], ma trận giảm chấn tỷ lệ độ cứng $a_1 \mathbf{K}_I$ trong phương trình (2) có thể được chéo hóa (diagonalized) tại mỗi bậc tự do DOF i và viết lại như sau:

$${}^{t+\Delta t}(\tilde{C}_{k_sec})_i^{(r)} \Delta \dot{U}_i^{(r)} \equiv \Delta {}^{t+\Delta t}(F_{kD})_i^{(r)} \quad (3)$$

Trong đó: ${}^{t+\Delta t}(\tilde{C}_{k_sec})_i^{(r)}$ là hệ số giảm chấn cát tuyến nút tương đương tỷ lệ độ cứng

tại bậc tự do i , trong lần lặp r , tại thời điểm $t + \Delta t$.

Tuy nhiên, do cả $\Delta \dot{U}_i^{(r)}$ và $\Delta^{t+\Delta t} (F_{kD})_i^{(r)}$ chưa được xác định trong lần lặp r th hiện tại, nên ${}^{t+\Delta t}(\tilde{C}_{k_sec})_i^{(r)}$ không thể được tính theo phương trình (3). Vì vậy, phương pháp gần đúng Newton (quasi-Newton) được sử dụng để tính hệ số giảm chấn cát tuyến nút tương đương ${}^{t+\Delta t}(\tilde{C}_{sec})_i^{(r-1)}$ đã biết từ lần lặp trước, $(r - 1)$ như được minh họa trong Hình 1.



Hình 1. Quy trình lặp quasi-Newton nhằm xác định lực giảm chấn tỷ lệ độ cứng tại bậc tự do (DOF) i

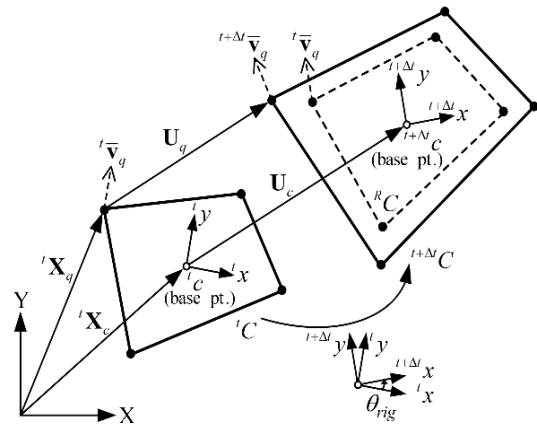
Ngoài ra, nghiên cứu áp dụng mô hình hóa khối lượng tập trung [9] (lumped-mass idealization) và cùng khái niệm hệ số giảm chấn cát tuyến nút tương đương tỷ lệ độ cứng để chéo hóa ma trận độ cứng. Nhờ vậy, các phương trình cân bằng động được rời rạc hoàn toàn.

2.2. Phần tử đặc phẳng bốn nút

Battini đã đề xuất một phương pháp đơn giản nhằm xác định chuyển vị nút thuần bằng cách loại bỏ chuyển vị cứng thông qua hệ tọa độ đồng chuyển động (corotational coordinates) [10]. Phương pháp này có thể được sử dụng để ước lượng gần đúng vận tốc chuyển động cứng của phần tử đặc phẳng bốn nút. Vận tốc tịnh tiến tức thời của chuyển động cứng được biểu diễn bởi vận tốc của tâm

phần tử. Bằng cách lấy vận tốc tịnh tiến của chuyển động cứng trừ đi vận tốc tuyệt đối, ta có thể tính toán vận tốc tương đối của mỗi nút so với tâm phần tử tại thời điểm $t + \Delta t$.

Dựa trên khái niệm về quy tắc chuyển động cứng, vận tốc tương đối ban đầu theo hệ tọa độ phần tử tại thời điểm t có thể được xoay trực tiếp một góc bằng với góc quay cứng. Từ đó, có thể xác định ảnh hưởng của lực giảm chấn nút phần tử ban đầu và vận tốc tương đối trong cấu hình biến dạng hiện tại tại thời điểm $t + \Delta t$. Tương tự, có thể tính được gia tăng vận tốc biến dạng thuần tương đối. Do đó, các đại lượng cơ bản về biến dạng và ứng suất kỹ thuật có thể được sử dụng để tính gia tăng lực giảm chấn nút của phần tử bằng cách áp dụng các công thức phần tử tuyến tính truyền thống.



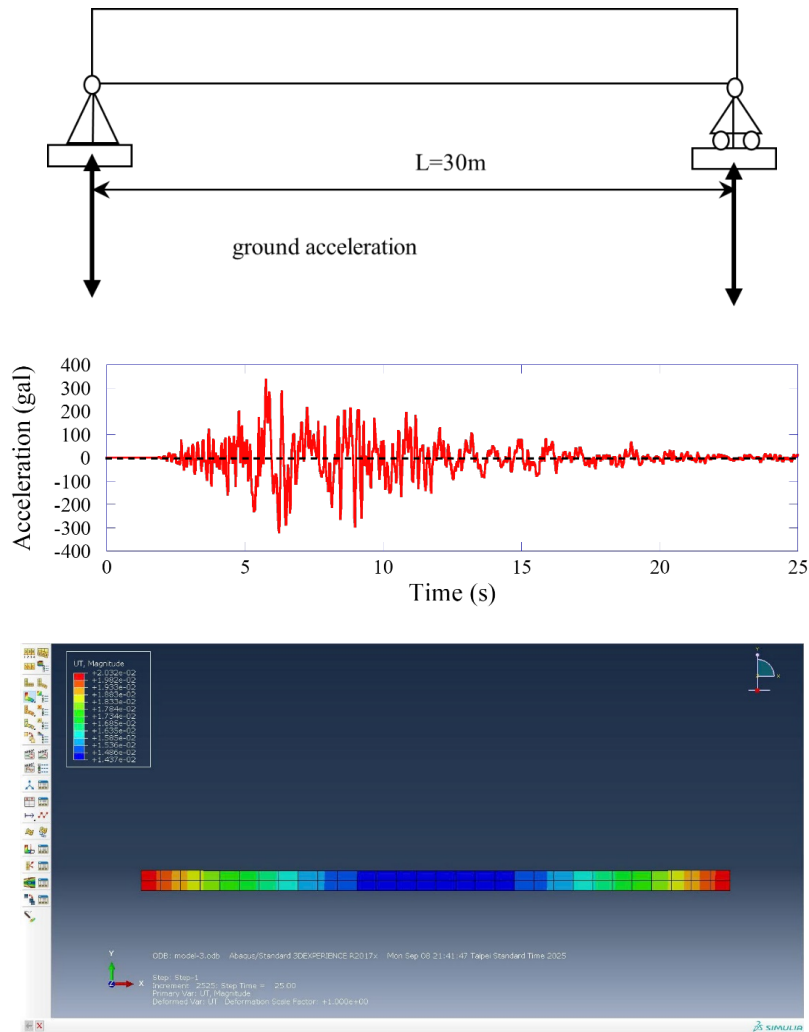
Hình 2. Hệ tọa độ đồng xoay của phần tử phẳng bốn nút với vận tốc thuần tại các nút

3. KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU

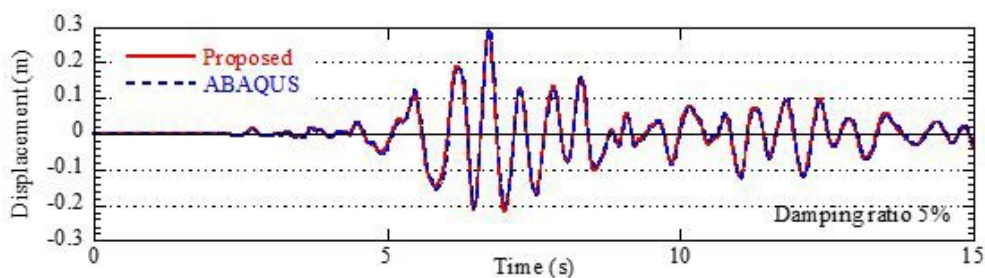
Một dầm đơn giản, như minh họa trong Hình 3(a), có chiều dài 30 m và tiết diện 1×1 m ($b \times h$). Mô đun đàn hồi và hệ số Poisson lần lượt là 22,8 GPa và 0,15. Khối lượng riêng là 2,4 tấn/m³. Tín hiệu kích động nền theo phương thẳng đứng được ghi nhận tại trạm JMA trong trận động đất Kobe năm 1995 được khuếch đại 5 lần để làm dữ liệu đầu vào cho chuyển động nền. Tỷ số giảm chấn của hệ được giả định là 5% đối với hai dạng dao động đầu tiên. Bước thời gian được sử dụng là $\Delta t = 10^{-4}$ giây.

Lịch sử dịch chuyển tại trung điểm của dầm được so sánh với kết quả thu được từ phần mềm ABAQUS, như minh họa trong Hình 3(b). Kết quả cho thấy phương pháp được đề xuất có thể dự đoán phản ứng trùng

khớp với kết quả của ABAQUS. Ngoài ra, thời gian chạy của ABAQUS dài gấp khoảng 86 lần so với phương pháp đề xuất, điều này chứng minh tính hiệu quả vượt trội của phương pháp.



Hình 3. (a) Mô hình dầm đơn giản, (b) Lịch sử thời gian gia tốc của chuyển động nền JMA Kobe theo phương thẳng đứng, (c) Mô hình dầm trong Abaqus



Hình 4. So sánh Chuyển vị thẳng đứng tại vị trí trung điểm của dầm

Bảng 1. So sánh thời gian phân tích giữa phương pháp đề xuất và phần mềm Abaqus trường hợp dầm đơn giản

Ví dụ so sánh	Phương pháp đề xuất (s) A	Abaqus (s) B	B/A
Dầm đơn giản	585	50310	86

Cấu hình máy tính: Intel Core I7-11700 @ 2.5 GHz

4. KẾT LUẬN

Nghiên cứu này đã đề xuất phương pháp phần tử hữu hạn động phi tuyến ẩn mới áp dụng cho phần tử đặc phẳng bốn nút, dựa trên khái niệm hệ số cát tuyến nút tương đương để chéo hóa ma trận độ cứng và ma trận giảm chấn. Với cách tiếp cận này, kết hợp với ma trận khối lượng tập trung, các phương trình cân bằng động được rời rạc và giải mà không cần phân tích ma trận. Ngoài ra, việc sử dụng hệ tọa độ đồng chuyển động cùng quy tắc chuyển động cứng cho phép tính toán nhanh và đơn giản lực giảm chấn nút tỷ lệ độ cứng tại cấp độ phần tử, thay thế cho các tính toán phức tạp của ứng suất-biến dạng bậc cao.

Thuật toán được kiểm chứng qua bài toán dầm đơn giản chịu tác động động đất mạnh. Kết quả so sánh với ABAQUS cho thấy phương pháp mới đạt độ chính xác cao trong khi tiết kiệm thời gian tính toán vượt trội, khẳng định tính khả thi và tiềm năng ứng dụng cho phân tích ứng xử giảm chấn phi tuyến của kết cấu phẳng.

Hướng nghiên cứu tiếp theo sẽ tập trung vào việc mở rộng phương pháp cho phân tích 3D, tích hợp các mô hình phi tuyến vật liệu và áp dụng cho những hệ kết cấu phức tạp hoặc công trình thực tế, nhằm khẳng định hơn nữa giá trị và tính ứng dụng rộng rãi của phương pháp.

Tài liệu tham khảo

1. Clough RW, Penzien J. Dynamics of Structures. 2nd ed. Singapore: McGraw-Hill; 1993.
2. Bathe KJ. Finite Element Procedures. Englewood Cliffs: Prentice-Hall; 1996.
3. Bathe KJ, Baig MMI. On a composite implicit time integration procedure for nonlinear dynamics. Comput Struct. 2005;83(31-32):2513–24.
4. Subbaraj K, Dokainish MA. A survey of direct time-integration methods in computational structural dynamics – II. implicit methods. Comput Struct. 1989;32(6):1387–401.
5. Hilber HM, Hughes TJR, Taylor RL. Improved numerical dissipation for the time integration algorithms in structural dynamics. Earthquake Eng Struct Dyn. 1977;5(3):283–92.
6. Simo JC, Tarnow N. The discrete energy-momentum method. Conserving algorithm for nonlinear elastodynamics. J Appl Math Phys. 1992;43(5):757–92.
7. Kuhl D, Ramm E. Constraint energy momentum algorithm and its application to nonlinear dynamics of shells. Comput Methods Appl Mech Eng. 1996;136(3-4):293–315.
8. Lee TY, Chung KJ, Chang H. A new procedure for nonlinear dynamic analysis of structures under seismic loading based on equivalent nodal secant stiffness. Int J Struct Stab Dyn. 2018;18(3):1850043.
9. Zienkiewicz OC, Taylor RL, Zhu JZ. The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals. Amsterdam: Butterworth-Heinemann; 2005.
10. Battini JM. A non-linear corotational 4-node plane element. Mech Res Commun. 2008;35(6):408–13.

NONLINEAR DAMPED SEISMIC RESPONSE ANALYSIS OF PLANE SOLID STRUCTURES USING AN IMPLICIT DYNAMIC FINITE ELEMENT ALGORITHM

ABSTRACT

An implicit dynamic finite element algorithm with decoupled equations is proposed to simulate the nonlinear damped behavior of plane solid structures subjected to strong earthquake excitations. The approach employs equivalent nodal secant stiffness and damping coefficients to decouple the dynamic equilibrium equations, thereby eliminating the need for triangular factorization of the coefficient matrix. Additionally, an efficient method is introduced to rapidly evaluate stiffness-proportional damping forces at the element level when the structure undergoes highly nonlinear dynamic responses. In this approach, the rigid body motion of the plane element is accurately identified, and the pure deformation velocity is then used to compute the nodal damping forces. Compared to conventional finite element dynamic analysis methods, the proposed algorithm demonstrates both high accuracy and computational efficiency in simulating nonlinear damped responses of plane solid structures under seismic loading.

Keywords: *Implicit dynamic, Nonlinear behaviour, Seismic response, Solid element, Structural damping*