

TỐI ƯU HÓA TỶ LỆ ĐỊNH TUYẾN VƯỚNG VÍU ĐẢM BẢO ĐỘ TIN CẬY ĐẦU CUỐI TRONG MẠNG LƯỢNG TỬ

Nguyễn Phạm Hoàng Dũng¹

TÓM TẮT

Mạng lượng tử được kỳ vọng trở thành nền tảng cho các ứng dụng truyền thông an toàn tuyệt đối và tính toán phân tán trong tương lai. Một trong những khó khăn, thách thức trong mạng lượng tử là vấn đề định tuyến để tạo được các cặp qubit đầu cuối ở trạng thái vướng víu lượng tử. Khác với mạng cổ điển, nơi gói tin có thể được nhân bản và truyền qua nhiều tuyến, vướng víu lượng tử không thể được sao chép và chất lượng của cặp vướng víu sẽ bị suy hao khi truyền qua các nút mạng trung gian. Điều này làm cho việc định tuyến lựa chọn các đường dẫn tối ưu sử dụng để tạo các cặp vướng víu đầu cuối trở nên phức tạp, do phải xem xét đồng thời nhiều yếu tố. Một trong những yếu tố như vậy là yêu cầu về độ tin cậy của các cặp vướng víu đầu cuối. Trên cơ sở đó, bài báo này trình bày vấn đề tối ưu hóa tỷ lệ định tuyến vướng víu đảm bảo độ tin cậy đầu cuối (Optimizing the entanglement routing rate guaranteeing the end-to-end fidelity, OERR-E2EF). Tác giả bài báo tập trung phân tích các kỹ thuật cải thiện độ tin cậy của các liên kết lượng tử hiện có; sau đó, đề xuất và thực hiện việc đánh giá các giải pháp để giải quyết vấn đề OERR-E2EF.

Từ khóa: mạng lượng tử, liên kết lượng tử, độ tin cậy, nút đầu cuối, chứng cất lượng tử.

1. Giới thiệu

Trong thập kỷ qua, sự phát triển mạnh mẽ của công nghệ lượng tử đã mở ra những triển vọng mới cho các ứng dụng mà trước kia không thể thực hiện được trong mạng truyền thống như tính toán phân tán, phân phối khóa bí mật an toàn, vô điều kiện. Một trong những nền tảng quan trọng để hiện thực hóa các ứng dụng trên là mạng lượng tử (Quantum Network), trong đó, các nút mạng có thể trao đổi và chia sẻ trạng thái lượng tử, đặc biệt là có thể tạo các cặp vướng víu lượng tử, thành phần cơ bản phục vụ các ứng dụng lượng tử như đã đề cập ở trên. Mạng lượng tử không phải là một mạng độc lập, mà là một phần bổ sung cho mạng truyền thống, được kỳ vọng góp phần hình thành nên mạng “Internet lượng tử”, cho phép truyền thông thông tin an toàn một cách tuyệt đối và nhiều ứng dụng tiên tiến khác [1, 2].

Một trong những tài nguyên cốt lõi của mạng lượng tử là các cặp vướng víu lượng tử hình thành giữa các nút liên kết nhau trong mạng lượng tử, được sử dụng để tạo các cặp vướng víu giữa các nút đầu cuối. Các cặp vướng víu đầu cuối là cơ sở để thực hiện các ứng dụng lượng tử. Tuy nhiên, khác với dữ liệu trong mạng truyền thống, vốn có thể sao chép và truyền nhiều lần qua nhiều nút trung gian, vướng víu lượng tử chịu ràng buộc bởi nguyên lý không nhân bản (no-cloning theorem) và chất lượng vướng víu, thể hiện qua độ tin cậy của các cặp vướng víu sẽ suy giảm mỗi khi qua một nút trung gian. Điều

này dẫn tới một thách thức lớn trong mạng lượng tử: làm thế nào để đảm bảo chất lượng của các cặp vướng víu đầu cuối trong một hệ thống mạng quy mô lớn và phức tạp [3].

Kỹ thuật được sử dụng phổ biến để cải thiện độ tin cậy của các cặp vướng víu là *chưng cất lượng tử*. Nguyên lý cơ bản của kỹ thuật này là từ nhiều cặp vướng víu lượng tử có độ tin cậy thấp, người ta áp dụng các phép đo và thao tác lượng tử cục bộ, kết hợp với việc trao đổi thông tin qua kênh giao tiếp truyền thống để thu được các cặp vướng víu có độ tin cậy cao hơn. Tuy nhiên, kỹ thuật này bị đánh đổi bằng việc tiêu thụ nhiều hơn tài nguyên mạng lượng tử (các liên kết lượng tử cơ bản). Để đạt được độ tin cậy càng cao, việc chưng cất lượng tử phải được thực hiện nhiều lần và tiêu thụ càng nhiều các liên kết lượng tử cơ bản. Trong điều kiện tài nguyên mạng lượng tử còn rất hạn chế, việc sử dụng các liên kết lượng tử cơ bản cho quá trình chưng cất một cách hiệu quả là một thách thức khác trong hoạt động của mạng lượng tử [3, 4].

Với vai trò là nền tảng cho các ứng dụng lượng tử trong tương lai, việc nghiên cứu và giải quyết vấn đề độ tin cậy của các cặp vướng víu đầu cuối trong mạng lượng tử có ý nghĩa không chỉ về mặt học thuật mà còn có giá trị thực tiễn to lớn. Đây chính là một trong những bước đi quan trọng để đưa mạng lượng tử từ các mô hình thử nghiệm trong phòng thí nghiệm đến triển khai thực tiễn ở quy mô lớn.

2. Tình hình nghiên cứu

Việc tạo các cặp vướng víu lượng tử (còn gọi là liên kết lượng tử) đã được chứng minh là có tính khả thi trong thực tế. Cơ sở để tạo các cặp vướng víu đầu cuối thông qua các nút trung gian (còn gọi là các bộ lặp lượng tử) là quá trình hoán đổi lượng tử cũng đã được chứng minh thực nghiệm qua nhiều nghiên cứu. Cùng với những khám phá quan trọng đó là sự xuất hiện của các mạng lượng tử được triển khai trên thực tế [5, 6].

Các ứng dụng lượng tử thường yêu cầu một hoặc nhiều cặp vướng víu được đặt ở hai nút đầu cuối thông qua mạng lượng tử. Tương tự như trong mạng truyền thống, bước đầu tiên để giải quyết vấn đề này là cần phải xác định một đường dẫn với các liên kết lượng tử kết nối giữa hai nút đầu cuối. Sau đó, cặp vướng víu đầu cuối sẽ được thực hiện bằng cách thực hiện quá trình hoán đổi lượng tử tại các bộ lặp lượng tử được đặt trên đường dẫn vừa xác định trên. Quá trình xác định đường dẫn được gọi là định tuyến lượng tử. Đã có rất nhiều phương pháp định tuyến lượng tử được đề xuất. Một số phương pháp chỉ được áp dụng cho một số sơ đồ mạng nhất định (như mạng hình sao, mạng hình lưới, mạng vòng). Các cách tiếp cận này nhìn chung chỉ áp dụng để thử nghiệm và không phù hợp trong thực tiễn. Các phương pháp được đề xuất bởi [6, 7] mặc dù có thể được áp dụng trong mạng tổng quát nhưng vẫn có nhiều nhược điểm khi cố gắng liệt kê tất cả các đường định tuyến. Các phương pháp này cũng chưa quan tâm đến vấn đề đảm bảo độ tin cậy đầu cuối.

Một số công trình khác có xem xét đến độ tin cậy của các cặp vướng víu trong quá trình định tuyến. Công trình [8] cố gắng cải thiện độ tin cậy của các liên kết lượng tử cơ bản, sử dụng kỹ thuật chưng cất lượng tử. Tuy nhiên, cách tiếp cận này cũng không thể

đảm bảo yêu cầu về độ tin cậy của các cặp vướng víu đầu cuối. Các công trình [9-11] cố gắng giải quyết vấn đề đáp ứng độ tin cậy của các cặp vướng víu đầu cuối với giả thuyết rằng tài nguyên mạng đủ lớn để đáp ứng đồng thời tất cả các nhu cầu. Mục tiêu của các nghiên cứu trên là tối đa hóa số lượng cặp vướng víu có thể tạo được. Tuy nhiên, mục tiêu này dẫn đến một vấn đề quan trọng, đó là có thể có nhiều cặp vướng víu được tạo ra cho một yêu cầu, trong khi nhiều yêu cầu khác không có được cặp nào.

Khác với các nghiên cứu trên, mục tiêu của bài báo này là tối đa hóa số lượng các yêu cầu tạo được một cặp vướng víu thỏa mãn độ tin cậy đầu cuối nhất định, với giả định rằng tài nguyên mạng lượng tử rất giới hạn, khó có thể đáp ứng đồng thời cho tất cả các yêu cầu.

3. Mô hình hệ thống

3.1. Sơ đồ chung cất lượng tử

Chung cất lượng tử là kỹ thuật cơ bản nhằm tăng cường độ tin cậy cho một liên kết lượng tử. Ngõ vào của quá trình này là hai cặp liên kết lượng tử có độ tin cậy thấp và nếu quá trình chung cất lượng tử được thực hiện thành công, một trong hai liên kết lượng tử ở ngõ vào sẽ đạt được độ tin cậy cao hơn, còn được gọi là *liên kết tăng cường*, trong khi liên kết lượng tử còn lại sẽ bị phá hủy, nên còn được gọi là *liên kết hy sinh*.

Có rất nhiều sơ đồ chung cất lượng tử khác nhau đã được đề xuất. Tuy nhiên, các sơ đồ được sử dụng phổ biến nhất là sơ đồ đối xứng, sơ đồ bơm (pumping), sơ đồ greedy, sơ đồ dài [3]. Trong đó, sơ đồ dạng đối xứng có khả năng nâng cao độ tin cậy liên kết lượng tử nhanh nhất, tuy nhiên lại tốn nhiều tài nguyên nhất. Trong các sơ đồ còn lại, sơ đồ bơm đơn giản nhất, có thể được điều khiển để đạt được độ tin cậy gần với mục tiêu nhất, sử dụng vừa đủ số lượng liên kết lượng tử cần thiết. Do đó, trong bài báo này, để cải thiện độ tin cậy của các liên kết lượng tử, chúng tôi thực hiện việc chung cất lượng tử, sử dụng sơ đồ bơm.

Sơ đồ chung cất lượng tử dạng bơm sẽ thực hiện quá trình chung cất tuần tự qua nhiều lượt cho đến khi đạt được độ tin cậy mục tiêu. Trong đó, nếu liên kết tăng cường của lượt hiện tại chưa đạt được độ tin cậy mục tiêu sẽ được đưa vào chung cất ở lượt tiếp theo cùng với một liên kết lượng tử có độ tin cậy thấp khác. Với sơ đồ chung cất như trên, trong một lượt chỉ có một cặp liên kết lượng tử được đưa vào chung cất. Giả sử cặp lượng tử được đưa vào chung cất có độ tin cậy là F_1 và F_2 . Độ tin cậy của liên kết lượng tử tăng cường F nếu quá trình chung cất thành công được tính như sau [3]:

$$F = \frac{F_1 F_2}{F_1 F_2 + (1 - F_1)(1 - F_2)} \quad (1)$$

Hình 1 minh họa một ví dụ đơn giản về chung cất lượng tử sử dụng sơ đồ bơm. Các liên kết lượng tử ban đầu đều có độ tin cậy là 0,7, ta cần tạo liên kết lượng tử có độ tin cậy mục tiêu là 0,95. Việc chung cất được thực hiện tuần tự cho đến khi liên kết tăng

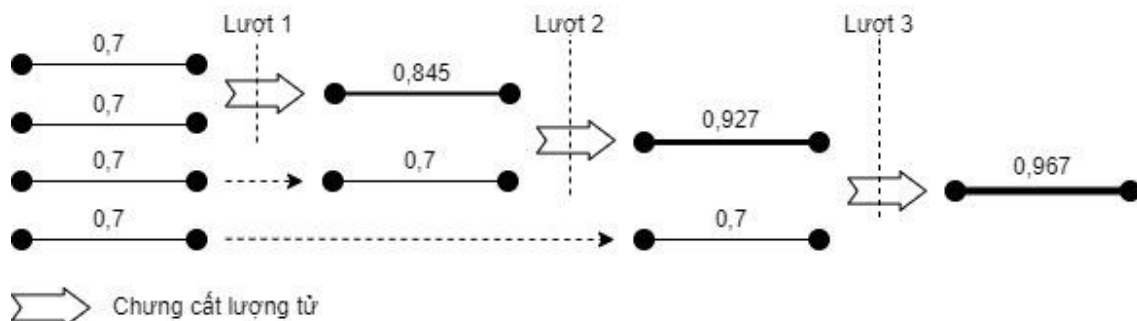
cường có độ tin cậy lớn hơn độ tin cậy mục tiêu. Từ đó, ta có số lượt chung cất là 3, số lượng liên kết lượng tử được sử dụng là 4.

3.2. Độ tin cậy đầu cuối

Một liên kết lượng tử giữa hai qubit tại 2 nút trong mạng sẽ được thực hiện trên đường dẫn vướng víu nối 2 nút, bao gồm các liên kết lượng tử. Nếu quá trình hoán đổi lượng tử được thực hiện thành công tại các bộ lặp lượng tử trên đường dẫn vướng víu, một liên kết lượng tử giữa 2 nút sẽ được tạo ra, còn được gọi là liên kết đầu cuối. Tuy nhiên, độ tin cậy của một liên kết đầu cuối bị suy giảm theo số lượng bộ lặp lượng tử được sử dụng để tạo ra liên kết đầu cuối đó. Xét ví dụ cụ thể, giả sử nút A được nối với nút B thông qua nút trung gian C. Giữa A và C có liên kết lượng tử với độ tin cậy F_1 , giữa C và B có liên kết lượng tử với độ tin cậy F_2 . Độ tin cậy của liên kết lượng tử đầu cuối (giữa A và B) sau khi thực hiện thành công quá trình hoán đổi lượng tử tại nút C là: $F = F_1 F_2$. Tổng quát, liên kết lượng tử giữa hai nút đầu cuối được tạo ra từ quá trình hoán đổi lượng tử của n bộ lặp lượng tử sẽ có độ tin cậy được ước lượng như sau [3]:

$$F = \prod_{i=1}^{n+1} F_i \quad (2)$$

Trong đó: F_i là độ tin cậy của các liên kết lượng tử thành phần trên đường dẫn vướng víu



Hình 1. Ví dụ minh họa sơ đồ chung cất dạng bom

3.3. Mô hình hệ thống

Trong nghiên cứu này, chúng tôi áp dụng mô hình hệ thống được đề xuất bởi [12]. Mạng lượng tử được biểu diễn bởi $G = (V, E, C)$, trong đó, V là tập hợp các nút lượng tử, E là tập hợp các cạnh mạng. Mỗi nút lượng tử $v \in V$ chứa một số lượng giới hạn qubit, có thể tạo liên kết lượng tử với các qubit trong các nút khác và có khả năng thực hiện các kỹ thuật hoán đổi và chung cất lượng tử. Mỗi cạnh mạng $(u, v) \in E$ bao gồm một số giới hạn các liên kết lượng tử đã được tạo thành công, được gọi là các liên kết cơ bản. Số lượng các liên kết lượng tử cơ bản trên cạnh (u, v) được thể hiện qua thông số $c(u, v) \in C$, còn được gọi là khả năng của cạnh (u, v) . Vì các điều kiện vật lý của các kênh lượng tử trên cùng một cạnh mạng thường giống nhau, do đó, trong nghiên cứu này, các liên kết lượng tử cơ bản trên cùng một cạnh mạng có độ tin cậy như nhau. Trong bài báo này, ký

hiệu $F(u, v)$ được dùng để chỉ độ tin cậy của các liên kết lượng tử cơ bản trên cạnh (u, v) , ký hiệu $F\langle s, d \rangle$ được dùng để chỉ độ tin cậy của liên kết lượng tử giữa hai nút s và d , được tạo thông qua việc thực hiện quá trình hoán đổi lượng tử tại các bộ lặp lượng tử nằm trên đường dẫn vướng víu kết nối nút s và nút d . Vì một liên kết lượng tử giữa hai qubit thuộc hai nút đầu cuối có thể được thực hiện qua các đường dẫn vướng víu khác nhau, chúng tôi sử dụng ký hiệu $F_{P\langle s, d \rangle}$ để thể hiện độ tin cậy của liên kết lượng tử giữa hai nút đầu cuối s và d , được tạo bởi đường dẫn vướng víu $P\langle s, d \rangle$. Ngoài ra, mạng còn có một bộ điều khiển trung tâm dùng để quản lý mạng, tức là bộ điều khiển trung tâm có thể nắm được các thông tin, trạng thái hiện tại của mạng. Bộ điều khiển trung tâm và các nút mạng có thể trao đổi thông tin thông qua mạng truyền thông.

4. Vấn đề nghiên cứu

Tại một thời điểm sẽ có rất nhiều yêu cầu tạo liên kết lượng tử giữa hai qubit ở hai nút đầu cuối trong mạng với một ngưỡng độ tin cậy nhất định. Một yêu cầu như thế được ký hiệu $D_i = \langle s_i, d_i \rangle$, trong đó, $s_i, d_i \in V$ là các nút đầu cuối cần tạo liên kết lượng tử. Mỗi yêu cầu D_i còn có một thông số θ , tức là $D_i \cdot \theta$, quy định ngưỡng độ tin cậy cần đạt được của liên kết lượng tử giữa s_i và d_i . *Một yêu cầu được đáp ứng khi ta có thể tìm được đường dẫn vướng víu, bao gồm các liên kết lượng tử cơ bản, với độ tin cậy đầu cuối lớn hơn hoặc bằng ngưỡng độ tin cậy của yêu cầu.* Trên cơ sở đó, vấn đề tối ưu hóa tỷ lệ định tuyến vướng víu đảm bảo độ tin cậy đầu cuối (OERR-E2EF) được phát biểu như sau:

Cho một mạng lượng tử $G = (V, E, C)$ và tập các yêu cầu tạo liên kết lượng tử giữa hai nút trong mạng $D = \{D_1, D_2, \dots, D_n\}$. Xác định các đường dẫn vướng víu và sơ đồ chung cất lượng tử tương ứng để tối ưu hóa số lượng yêu cầu được đáp ứng.

5. Đề xuất phương pháp

Vấn đề OERR-E2EF rõ ràng là vấn đề NP-hard vì nếu không có ràng buộc về độ tin cậy đầu cuối, OERR-E2EF trở thành vấn đề multicommodity với yêu cầu về nghiệm nguyên, vốn đã là một vấn đề NP-hard. Do đó, trong bài báo này, chúng tôi đề xuất các giải pháp gần đúng để giải quyết vấn đề OERR-E2EF. Một đường dẫn có khả năng trở thành đường dẫn vướng víu được sử dụng để tạo liên kết lượng tử giữa hai nút đầu cuối được gọi là *đường dẫn tiềm năng*. Trong bài báo này, các đường dẫn tiềm năng cho một cặp đầu cuối của một yêu cầu trong D là các đường dẫn cho độ tin cậy đầu cuối lớn nhất. Trong phần này, đầu tiên, chúng tôi giới thiệu phương pháp để xác định các đường dẫn vướng víu tiềm năng cho từng yêu cầu trong D . Sau đó, chúng tôi sẽ trình bày sơ đồ chung cất lượng tử có thể có cho từng đường dẫn vướng víu tiềm năng để có thể đáp ứng ngưỡng độ tin cậy đầu cuối của từng yêu cầu. Cuối cùng trên cơ sở các sơ đồ chung cất lượng tử có được, chúng tôi sẽ đề xuất các giải pháp lựa chọn các sơ đồ phù hợp nhất để có thể đáp ứng nhiều yêu cầu trong tập hợp D nhất.

5.1. Đường dẫn tiềm năng

Như đã trình bày ở trên, các đường dẫn tiềm năng là các đường dẫn có độ tin cậy đầu cuối lớn nhất. Trong bài báo này, số đường dẫn tiềm năng được đặt là K . Để xác định các đường dẫn tiềm năng cho một yêu cầu $D_i \in D$, chúng tôi đặt trọng số cho cạnh mạng $(u, v) \in E$ là $-\ln F(u, v)$, trong đó $\ln$ là logarit cơ số tự nhiên. Sau đó, K đường dẫn tiềm năng chính là K đường dẫn ngắn nhất theo trọng số đã đặt, và được xác định bằng thuật toán Yen [13]. Ý tưởng đằng sau kỹ thuật này được giải thích như sau. Giả sử $P\langle s_i, d_i \rangle$ là một đường dẫn vướng víu kết nối 2 nút s_i và d_i của yêu cầu $D_i = \langle s_i, d_i \rangle \in D$, từ (2) ta có độ tin cậy đầu cuối của liên kết lượng tử được tạo theo đường dẫn vướng víu $P\langle s_i, d_i \rangle$ là:

$$F\langle s_i, d_i \rangle = F_{P\langle s_i, d_i \rangle} = \prod_{(u,v) \in P\langle s_i, d_i \rangle} F(u, v) \quad (3)$$

Lấy logarit tự nhiên cả hai vế của phương trình (3), sau đó nhân cả hai vế với -1 thì ta sẽ được phương trình sau:

$$-\ln F\langle s_i, d_i \rangle = - \sum_{(u,v) \in P\langle s_i, d_i \rangle} \ln F(u, v) \quad (4)$$

Với $F\langle s_i, d_i \rangle$ lớn nhất thì $-\ln F\langle s_i, d_i \rangle$ nhỏ nhất, tương ứng với phần tổng bên vế phải của (4) là nhỏ nhất. Vế phải chính là tổng các trọng số, tính theo $-\ln F(u, v)$ của các cạnh $(u, v) \in P\langle s_i, d_i \rangle$. Do đó, để xác định K đường dẫn vướng víu cho độ tin cậy đầu cuối lớn nhất đối với yêu cầu $D_i \in D$, ta chỉ cần xác định K đường dẫn vướng víu ngắn nhất tính theo trọng số $-\ln F(u, v)$ với $(u, v) \in E$.

5.2. Xác định sơ đồ chung cất cho từng đường dẫn vướng víu tiềm năng

Ứng với mỗi đường dẫn vướng víu tiềm năng xác định được ở bước trên, ta xác định sơ đồ chung cất lượng tử theo phương pháp greedy với mục tiêu sao cho độ tin cậy đầu cuối thỏa mãn ngưỡng độ tin cậy của các yêu cầu với số lượng liên kết lượng tử được tiêu thụ là ít nhất. Chi tiết của phương pháp này bao gồm 2 bước cơ bản. Ở bước đầu tiên, ta cần kiểm tra độ tin cậy đầu cuối hiện tại có thỏa mãn độ tin cậy mục tiêu chưa. Nếu chưa, ta sẽ khảo sát trường hợp sử dụng thêm một liên kết lượng tử bằng cách lần lượt thêm một liên kết lượng tử vào từng cạnh mạng dọc theo đường dẫn vướng víu, thực hiện việc chung cất lượng tử và tính lại độ tin cậy đầu cuối. Nếu không có trường hợp nào cho độ tin cậy đầu cuối thỏa mãn ngưỡng độ tin cậy mục tiêu, ta chọn trường hợp cho độ tin cậy đầu cuối lớn nhất và lặp lại các bước như trên (tức là tăng thêm một liên kết lượng tử và tính toán lại độ tin cậy đầu cuối) cho đến khi tìm được các trường hợp cho độ tin cậy đầu cuối thỏa mãn ngưỡng độ tin cậy đầu cuối theo yêu cầu. Ứng với mỗi trường hợp thỏa mãn yêu cầu, ta ghi nhận lại số lượng liên kết lượng tử cơ bản được sử

dùng cho quá trình chưng cất lượng tử trên từng cạnh mạng dọc theo đường dẫn vướng víu.

5.3. Chương trình quy hoạch tuyến tính để chọn các sơ đồ chưng cất lượng tử tối ưu (ILP)

Sau khi xác định được số lượng liên kết lượng tử cơ bản cần thiết trên cạnh mạng sử dụng cho việc chưng cất lượng tử và tạo các liên kết lượng tử đầu cuối thỏa mãn các yêu cầu trong tập D , vì số lượng liên kết lượng tử cơ bản được tạo ra trên thực tế là một số giới hạn, ta cần tiếp tục lựa chọn các trường hợp tối ưu nhất để số lượng các yêu cầu được đáp ứng là lớn nhất. Vấn đề này được mô tả bởi chương trình quy hoạch tuyến tính nguyên như sau:

Cực đại hóa:

$$\sum_{\langle s_i, d_i \rangle \in D} \sum_{\zeta_{i,j} \in S_i} f_{i,j} \quad (5)$$

Với các ràng buộc:

$$\sum_{\langle s_i, d_i \rangle \in D} \sum_{\zeta_{i,j} \in S_i} \zeta_{i,j}(u, v) f_{i,j} \leq c(u, v) \quad \forall (u, v) \in E \quad (6)$$

$$\sum_{S_i} f_{i,j} \leq 1 \quad \forall \langle s_i, d_i \rangle \in D \quad (7)$$

$$f_{i,j} \in \{0, 1\} \quad (8)$$

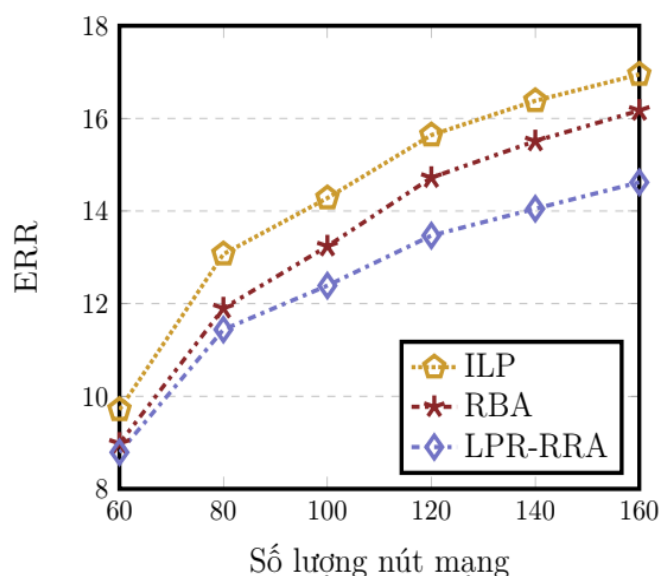
Trong đó, S_i là tập các sơ đồ chưng cất lượng tử được xác định cho yêu cầu $D_i = \langle s_i, d_i \rangle \in D$, $\zeta_{i,j}(u, v)$ là số lượng liên kết lượng tử cơ bản trên cạnh (u, v) cần thiết cho sơ đồ chưng cất lượng tử thứ j trong tập S_i (được xác định ở mục 5.2), $f_{i,j}$ là biến nhị phân dùng để xác định sơ đồ chưng cất lượng tử thứ j có được chọn sử dụng cho yêu cầu D_i , tương ứng $f_{i,j} = 1$, hay không, tương ứng $f_{i,j} = 0$. Mục tiêu của chương trình quy hoạch tuyến tính là cực đại hóa số lượng sơ đồ chưng cất lượng tử được chọn. Bất đẳng thức (6) dùng để chỉ ràng buộc về số lượng liên kết lượng tử cơ bản trên một cạnh mạng. Bất đẳng thức (7) dùng để chọn tối đa một sơ đồ chưng cất cho một yêu cầu trong D .

5.4. Phương pháp giãn quy hoạch tuyến tính và làm tròn ngẫu nhiên (LPR-RRA)

Chương trình quy hoạch tuyến tính trên là một dạng của vấn đề Knapsack 0-1 [14], đã được chứng minh là vấn đề NP-hard, không thể giải quyết trong thời gian đa thức với các trường hợp quy mô lớn. Do đó, trong phần này, chúng tôi đề xuất phương pháp giãn quy hoạch tuyến tính kết hợp với thuật toán làm tròn ngẫu nhiên để giải quyết chương trình quy hoạch tuyến tính trên. Trong phương pháp này, chúng tôi thay thế ràng buộc (8) bằng ràng buộc sau:

$$f_{i,j} \in [0,1] \quad (9)$$

Khi đó, chương trình quy hoạch tuyến tính nguyên trở thành chương trình quy hoạch tuyến tính thông thường và có thể được giải quyết trong thời gian đa thức. Tuy nhiên, các nghiệm của chương trình là các số thập phân nằm trong khoảng $[0,1]$. Để có các nghiệm nhận được các giá trị 0 hoặc 1, ta làm tròn các giá trị thập phân có được theo phương pháp xác suất ngẫu nhiên. Giả sử rằng $\overline{f_{i,j}}$ là nghiệm của $f_{i,j}$, khi đó, $Pr[f_{i,j} = 1] = \overline{f_{i,j}}$, với $Pr[f_{i,j} = 1]$ là xác suất để $f_{i,j}$ được làm tròn thành 1. Sau khi các nghiệm được làm tròn ta cần kiểm tra lại các ràng buộc trong chương trình tuyến tính nguyên ban đầu. Nếu một số ràng buộc không thỏa mãn, ta cần thực hiện lại việc làm tròn và kiểm tra như trên cho đến khi các ràng buộc của chương trình tuyến tính nguyên được thỏa mãn.



Hình 2. Sự phụ thuộc của tỷ lệ định tuyến vướng víu vào số lượng nút mạng

5.5. Phương pháp dựa trên việc phân bổ tài nguyên mạng (RBA)

Phương pháp này được xây dựng xuất phát từ ý tưởng càng ít tài nguyên mạng (liên kết lượng tử) được sử dụng để đáp ứng cho một yêu cầu, số tài nguyên còn lại có khả năng đáp ứng cho càng nhiều yêu cầu. Do đó, trong phương pháp này, yêu cầu tiêu thụ ít tài nguyên nhất sẽ được ưu tiên xem xét và phân bổ tài nguyên trước. Sau khi phân bổ tài nguyên cho một yêu cầu, tài nguyên khả dụng trong mạng sẽ được cập nhật. Yêu cầu đã được đáp ứng sẽ được xóa khỏi tập D . Quá trình sẽ được lặp lại cho yêu cầu tiếp theo có mức tiêu thụ tài nguyên thấp nhất trong D . Thuật toán sẽ kết thúc khi tất cả yêu cầu trong D đã được xem xét.

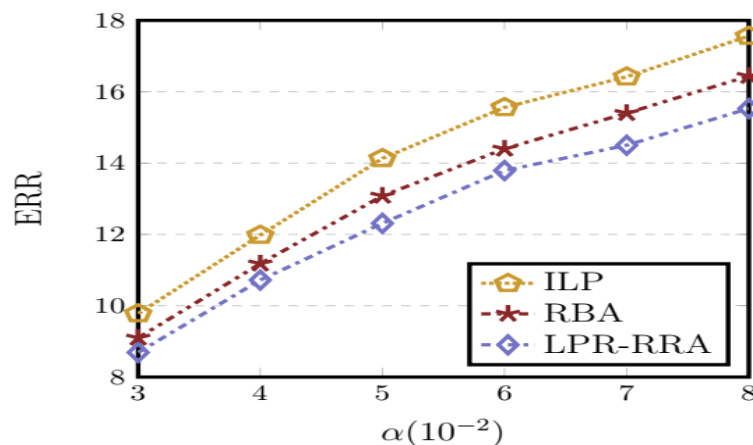
6. Kết quả mô phỏng

Trong phần này, chúng tôi tiến hành mô phỏng để đánh giá hiệu quả của các thuật toán cũng như một số yếu tố ảnh hưởng đến tỷ lệ yêu cầu được đáp ứng. Mạng lượng tử với các liên kết lượng tử được tạo ngẫu nhiên theo mô hình Erdos-Renyi [15]. Trong

trường hợp mặc định, số lượng nút lượng tử là 100, xác suất tạo ra cạnh mạng có chứa các liên kết lượng tử, được biểu diễn bởi α , là 0,05. Khả năng của một cạnh mạng, tức là số lượng liên kết lượng tử cơ bản trên một cạnh mạng, được tạo ngẫu nhiên theo phân bố đều trong khoảng từ 1 đến 5. Độ tin cậy của các liên kết lượng tử cơ bản trên cùng một cạnh là như nhau, và được phân bố trong khoảng từ 0,7 đến 0,95. Số lượng yêu cầu liên kết đầu cuối là 20. Yêu cầu về ngưỡng độ tin cậy đầu cuối thay đổi ngẫu nhiên trong khoảng từ 0,75 đến 0,95. Số lượng đường dẫn vướng víu tiềm năng được đặt là $K = 3$. Thông số được dùng để đánh giá hiệu quả của các phương pháp đề xuất là số lượng yêu cầu cặp vướng víu đầu cuối được đáp ứng (còn được gọi là tỷ lệ định tuyến vướng víu, ERR).

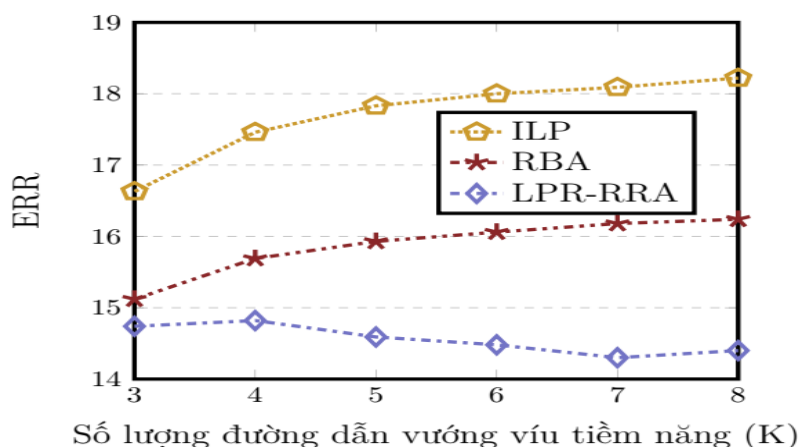
6.1. Ảnh hưởng của quy mô mạng lên tỷ lệ định tuyến vướng víu

Trong bộ mô phỏng này, đầu tiên chúng tôi thay đổi số lượng nút lượng tử từ 60 đến 160, và đặt các thông số khác theo giá trị mặc định. Kết quả mô phỏng được thể hiện trong Hình 2. Từ kết quả mô phỏng, đối với tất cả các phương pháp, ta thấy giá trị ERR gia tăng theo số lượng nút lượng tử. Điều này là do khi tăng số lượng nút, số lượng cạnh mạng cũng sẽ tăng theo, từ đó có khả năng cung cấp nhiều liên kết lượng tử cơ bản hơn, cho ta nhiều lựa chọn hơn để đáp ứng các yêu cầu tạo cặp vướng víu đầu cuối. Giữa các phương pháp được đề xuất trong bài báo, ILP cho kết quả tốt nhất, trong khi các kết quả có được từ LPR-RRA và RBA gần như tiệm cận với ILP; tuy nhiên đường RBA, gần với đường ILP hơn, cho thấy sự hiệu quả hơn so với LPR-RRA.



Hình 3. Sự phụ thuộc của tỷ lệ định tuyến vướng víu vào xác suất tạo cạnh mạng

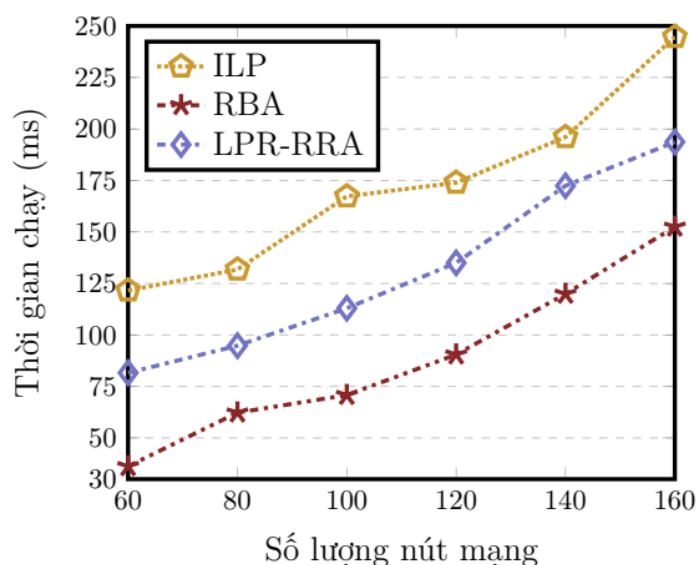
Trong tập mô phỏng thứ hai, chúng tôi thay đổi hệ số α từ 0,03 đến 0,08. Tương tự như trường hợp trên, khi α tăng đồng nghĩa với việc gia tăng số lượng cạnh mạng, từ đó gia tăng số lượng liên kết lượng tử cơ bản; vì vậy, có thể cải thiện đáng kể số lượng yêu cầu được đáp ứng. Kết quả của mô phỏng được thể hiện trong **Error! Reference source not found.** Tương tự như trường hợp mô phỏng trên, các phương pháp RBA và LPR-RRA gần như tiệm cận với phương pháp ILP và RBA vẫn tốt hơn LPR-RRA khi đường cong RBA gần với ILP hơn.



Số lượng đường dẫn vướng víu tiềm năng (K)
Hình 4. Sự phụ thuộc của tỷ lệ định tuyến vướng víu vào số lượng đường dẫn vướng víu tiềm năng

6.2. Ảnh hưởng của số lượng các đường dẫn vướng víu tiềm năng

Trong trường hợp mô phỏng này, để đánh giá ảnh hưởng của số lượng các đường dẫn vướng víu tiềm năng đến tỷ lệ yêu cầu được đáp ứng, chúng tôi thay đổi số lượng đường dẫn vướng víu tiềm năng từ 3 đến 8. Kết quả mô phỏng được thể hiện trong Hình 4. Nhìn chung, khi gia tăng số lượng đường dẫn vướng víu tiềm năng, ta sẽ có nhiều lựa chọn hơn để có thể đáp ứng các yêu cầu tạo liên kết lượng tử đầu cuối, do đó, có thể cải thiện chỉ số ERR. Điều này được thể hiện rõ ràng khi sử dụng các phương pháp ILP và RBA. Tuy nhiên, đối với phương pháp LPR-RRA, khi gia tăng số lượng đường dẫn vướng víu tiềm năng, số lượng biến trong chương trình quy hoạch tuyến tính sẽ nhiều hơn, nhưng ràng buộc (7) không thay đổi, do đó, giá trị nhận được của các biến sẽ trở nên phân tán hơn và nhỏ hơn, có nghĩa là, xác suất để làm tròn một biến thành 1 nhỏ hơn. Do đó, số lượng các yêu cầu được đáp ứng không được cải thiện mà có xu hướng không đổi hoặc giảm dần khi gia tăng số lượng đường dẫn vướng víu tiềm năng. Trường hợp này thể hiện rõ nhược điểm của phương pháp LPR-RRA.



Hình 5. Thời gian chạy của các thuật toán theo số lượng nút mạng

6.3. Thời gian chạy của các thuật toán

Để đánh giá độ phức tạp của các thuật toán, chúng tôi đã đo thời gian chạy của các thuật toán theo số lượng nút mạng. Các thông số được sử dụng trong mô phỏng đều tương tự như trường hợp 6.1. Kết quả của các phép đo được thể hiện trong Hình 5. Theo đó, các thuật toán đều có thể chạy trong thời gian tính bằng mili giây, phù hợp với các mạng lượng tử. Ngoài ra, thời gian chạy của các phương pháp được đề xuất đều có xu hướng tăng theo số lượng nút mạng. Điều này hoàn toàn hợp lý vì số lượng nút mạng là một trong những yếu tố quyết định độ phức tạp của vấn đề. Khi độ phức tạp của vấn đề tăng thì thời gian cần thiết để giải quyết vấn đề sẽ tăng theo. Mặc dù ILP là phương pháp cho kết quả tốt nhất nhưng cần thời gian để giải quyết vấn đề lâu nhất. Giữa hai phương pháp RBA và LPR-RRR, RBA có thời gian thực thi ngắn hơn và cho kết quả tốt hơn so với LPR-RRR. Do đó, RBA thường phù hợp với các mạng quy mô lớn và ILP thường thích hợp để giải quyết vấn đề trong mạng quy mô nhỏ.

7. Kết luận

Bài báo này nghiên cứu về vấn đề sử dụng hiệu quả tài nguyên mạng lượng tử (các liên kết lượng tử cơ bản) để tối ưu hóa việc đáp ứng các yêu cầu tạo liên kết lượng tử đầu cuối với ngưỡng độ tin cậy xác định, được gọi là vấn đề OERR-E2EF. Đây là vấn đề quan trọng trong mạng lượng tử, vì độ tin cậy của một liên kết lượng tử là thông số quyết định đến sai số của các ứng dụng sử dụng liên kết lượng tử. Trong bài báo này, chúng tôi đã đề xuất ba phương pháp để giải quyết vấn đề OERR-E2EF trên cơ sở các đường dẫn vướng víu tiềm năng. Trong các phương pháp được đề xuất, ILP là phương pháp sử dụng kết quả của việc giải phương trình quy hoạch tuyến tính nguyên, cho kết quả tốt nhất nhưng không thể giải quyết vấn đề trong thời gian đa thức đối với các trường hợp mạng quy mô lớn. Trong hai phương pháp còn lại, LPR-RRR là phương pháp gần quy hoạch tuyến tính trên cơ sở phương trình quy hoạch tuyến tính nguyên trong phương pháp ILP, kết hợp với thuật toán làm tròn ngẫu nhiên; RBA là kỹ thuật định tuyến trên cơ sở càng ít tài nguyên được sử dụng để đáp ứng cho một yêu cầu, càng nhiều yêu cầu được đáp ứng. Các kết quả mô phỏng cho thấy trong tất cả các trường hợp RBA đều tốt hơn LPR-RRR, đặc biệt là đối với các trường hợp số lượng đường dẫn vướng víu tiềm năng lớn.

Ngoài độ tin cậy đầu cuối, thời gian suy giảm về mặt chất lượng của một liên kết lượng tử cũng là một vấn đề rất quan trọng ảnh hưởng trực tiếp đến chất lượng của các liên kết lượng tử đầu cuối. Một chiến lược định tuyến và chung cất lượng tử tốt phải đảm bảo các liên kết lượng tử được sử dụng một cách kịp thời, tránh trường hợp chất lượng của các liên kết lượng tử bị suy hao đến dưới ngưỡng cho phép sử dụng. Vấn đề định tuyến và xác định cách thức chung cất lượng tử với các ràng buộc về độ tin cậy đầu cuối và thời gian suy giảm chất lượng của các liên kết lượng tử là vấn đề rất thiết thực và cấp bách. Đây cũng chính là hướng mở rộng của nghiên cứu trong tương lai.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. S. Wehner, D. Elkouss and R. Hanson, "Quantum internet: A vision for the road ahead," *Science*, vol. 362, no. 6412, 2018.
- [2]. A. Dahlberg, M. Skrzypczyk, T. Coopmans, L. Wubben, F. Rozpkedek, M. Pompili, A. Stolk, P. Pawelczak, R. Knegjens, J. de Oliveira Filho and others, "A link layer protocol for quantum networks," in *Proceedings of the ACM special interest group on data communication*, 2019.
- [3]. R. Van Meter, *Quantum networking*, John Wiley & Sons, 2014.
- [4]. N. Kalb, A. A. Reiserer, P. C. Humphreys, J. J. Bakermans, S. J. Kamerling, N. H. Nickerson, S. C. Benjamin, D. J. Twitchen, M. Markham and R. Hanson, "Entanglement distillation between solid-state quantum network nodes," *Science*, vol. 356, no. 6341, pp. 928-932, 2017.
- [5]. H.-J. Briegel, W. Dür, J. I. Cirac and P. Zoller, "Quantum repeaters: the role of imperfect local operations in quantum communication," *Physical Review Letters*, vol. 81, no. 26, p. 5932, 1998.
- [6]. S. Shi and C. Qian, "Concurrent entanglement routing for quantum networks: Model and designs," in *Proceedings of the Annual conference of the ACM Special Interest Group on Data Communication on the applications, technologies, architectures, and protocols for computer communication*, 2020.
- [7]. L. Yang, Y. Zhao, H. Xu and C. Qiao, "Online entanglement routing in quantum networks," in *2022 IEEE/ACM 30th International Symposium on Quality of Service (IWQoS)*, 2022.
- [8]. C. Li, T. Li, Y.-X. Liu and P. Cappellaro, "Effective routing design for remote entanglement generation on quantum networks," *npj Quantum Information*, vol. 7, no. 1, p. 10, 2021.
- [9]. S. Pouryousef, N. K. Panigrahy, M. D. Purkayastha, S. Mukhopadhyay, G. Grammel, D. Di Mola and D. Towsley, "Resource Management in Quantum Virtual Private Networks," in *2023 IEEE International Conference on Quantum Computing and Engineering (QCE)*, 2023.
- [10]. Y. Zhao, G. Zhao and C. Qiao, "E2E fidelity aware routing and purification for throughput maximization in quantum networks," in *IEEE INFOCOM 2022-IEEE Conference on Computer Communications*, 2022.
- [11]. J. Li, M. Wang, K. Xue, R. Li, N. Yu, Q. Sun and J. Lu, "Fidelity-guaranteed entanglement routing in quantum networks," *IEEE Transactions on*

Communications, vol. 70, no. 10, pp. 6748-6763, 2022.

- [12]. C. Cicconetti, M. Conti and a. A. Passarella, "Request Scheduling in Quantum Networks," *IEEE Transactions on Quantum Engineering*, vol. 2, pp. 2-17, 2021.
- [13]. J. Y. Yen, "Finding the k shortest loopless paths in a network," *Management Science*, vol. 17, no. 11, pp. 712-716, 1971.
- [14]. A. Caprara, H. Kellerer, U. Pferschy and D. Pisinger, "Approximation algorithms for knapsack problems with cardinality constraints," *European Journal of Operational Research*, vol. 123, no. 2, pp. 333-345, 2000.
- [15]. S. Janson, T. Luczak and A. Rucinski, *Random graphs*, John Wiley & Sons, 2011.

OPTIMIZING THE ENTANGLEMENT ROUTING RATE GUARANTEEING END-TO-END FIDELITY IN QUANTUM NETWORKS

Nguyen Pham Hoang Dung¹

ABSTRACT

Quantum networks are expected to become a fundamental platform for future applications in provably secure communications and distributed computing. One of the major challenges in quantum networks is the routing problem for establishing end-to-end qubit pairs in an entangled quantum state. Unlike classical networks, where data packets can be duplicated and transmitted over multiple paths, quantum entanglement cannot be cloned, and the quality of entangled pairs degrades when transmitted through intermediate network nodes. This makes routing for the selection of optimal paths to establish end-to-end entanglement significantly more complex, as multiple factors must be considered simultaneously. One such factor is the reliability requirement of the end-to-end entangled pairs. Based on this motivation, this paper formulates the problem of optimizing the entanglement routing rate while guaranteeing end-to-end fidelity (Optimizing the Entanglement Routing Rate Guaranteeing End-to-End Fidelity, OERR-E2EF). The paper focuses on analyzing techniques to improve the fidelity of existing quantum links and then proposes and evaluates solutions to address the OERR-E2EF problem.

Keywords: Quantum network, quantum link, fidelity, end-to-end node, quantum distillation.



¹Phòng QLKH-HTQT&TTTL, Trường Đại học Phạm Văn Đồng;
Email: nphdung@pdu.edu.vn.