Tạp chí Khoa học Trường Đại học Bạc Liêu
BLU Journal of Science
ISSN: 2734-973X
Số 5(9), 12-23 (2024)

SO SÁNH CHẤT LƯỢNG BÁM QUỸ ĐẠO CỦA BỘ ĐIỀU KHIỂN LQR VÀ BỘ ĐIỀU KHIỂN TRƯỢT INCREMENTAL CHO HỆ CON LẮC NGƯỢC TRÊN XE

COMPARISON OF TRAJECTORY TRACKING PERFORMANCE OF LQR CONTROLLER AND INCREMENTAL SLIDING MODE CONTROLLER FOR INVERTED PENDULUM ON CART SYSTEM

Hoàng Đại Phúc, Nguyễn Đức Anh Quân*, Lê Tường Vy, Hoàng Thị Kim Ju, Hoàng Gia Huy, Lê Huỳnh Đức, Trần Phi Vũ, Trần Quang Thiện, Lê Thanh Tịnh, Trần Minh Hoàng

Đại học Sư Phạm Kĩ Thuật TPHCM (HCMUTE)
* 20151408@student.hcmute.edu.vn.

Ngày nhận bài: 12/6/2024
Ngày chấp nhận đăng: 20/7/2024

Keywords: *Inverted pendulum on cart,Siling mode control, LQR control, Blancing control, Trajectory tracking control.*

ABSTRACT

IPC system stands as a widely employed model within the realm of automatic control. This system embodies a complex Single-Input Multiple-Output (SIMO) model, necessitating efficient control solutions to ensure stability and trajectory tracking capabilities. The usage of a Linear Quadratic Regulator (LQR) and a nonlinear Sliding Mode Controller (SMC) was suggested to experimentally stabilize the inverted pendulum on a cart model. Both LQR and SMC methods were applied to design the controller for this system. The sliding surface structure of the SMC controller had been reconfigured to suit trajectory tracking requirements. Parameters for both LQR and SMC controllers were optimally selected using GA. This paper furnishes a comprehensive assessment of the effectiveness of LQR and SMC control methodologies in trajectory tracking for the inverted pendulum on cart system, thereby aiding in the selection of appropriate methodologies for practical applications.

Từ khóa: *Con lắc ngược trên xe, điều khiển trượt, điều khiển LQR, điều khiển cân bằng, điều khiển bám quỹ đạo..*

TÓM TẮT

Hệ thống con lắc ngược trên xe (Inverted Pendulum on Cart - IPC) là một mô hình được sử dụng rộng rãi trong lĩnh vực điều khiển tự động (ĐKTĐ). Hệ thống này là mô hình một vào nhiều ra (SIMO) phức tạp, đòi hỏi giải pháp điều khiển hiệu quả để đảm bảo độ ổn định và khả năng theo dõi quỹ đạo mong muốn. Trong nghiên cứu này, tác giả đề xuất sử dụng bộ điều khiển tối ưu tuyến tính (LQR) và bộ điều khiển trượt phi tuyến (SMC) để điều khiển ổn định thực nghiệm lên mô hình con lắc ngược trên xe. Cả hai phương pháp LQR và SMC đều được áp dụng để thiết kế bộ điều khiển cho hệ thống này. Cấu trúc mặt trượt của bộ điều khiển (BĐK) SMC được xây dựng lại để phù hợp với bài toán bám quỹ đạo. Các thông số cho BĐK LQR và SMC được lựa chọn tối ưu bằng giải thuật di truyền (genetic algorithm –GA). Bài báo này cung cấp đánh giá chi tiết về hiệu quả của hai phương pháp điều khiển LQR và SMC trong bám quỹ đạo cho hệ IPC, từ đó giúp lựa chọn phương pháp phù hợp cho các ứng dụng thực tế.

1. Giới thiệu

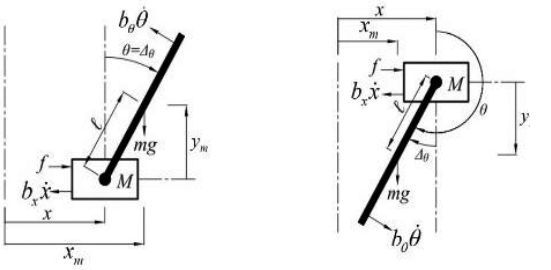
IPC là một mô hình kinh điển trong kỹ thuật điều khiển. Bằng cách thực hành trên mô hình này, các phương pháp để ổn

định hệ thống SIMO đã được phát triển (Bugeja, 2003; Mahapatra & Chauhan, 2017; Nguyen, Nguyen, Nguyen, Le, et al., 2024; Siradjuddin, Amalia, Setiawan, Wicaksono, & Yudaningtyas, 2017). Trong số những phương pháp đó, LQR là một phương pháp hiệu quả nhờ cấu trúc đơn giản của nó. Việc giải phương trình Ricatti bằng các lệnh MATLAB được thiết kế để đơn giản hóa quá trình tìm ma trận điều khiển phản hồi của phương pháp này. Tuy nhiên, LQR chỉ là một thuật toán điều khiển tuyến tính và thường được sử dụng trong bài toán cân bằng (Nguyen, Nguyen, Nguyen, Nguyen, et al., 2024; Nguyen, Nguyen, Nguyen, Le, et al., 2024; Sonone & Patel, 2013; Wang, Dong, He, Shi, & Zhang, 2010). Do đó, phương pháp này chỉ đảm bảo tính ổn định của hệ thống nếu điều kiện của nó gần điểm cân bằng. Một số tác giả (Mahapatra & Chauhan, 2017), (Vinodh Kumar & Jerome, 2013) đã trình bày cách điều khiển bám theo quỹ đạo - LQR cho IPC bằng cách thay đổi điểm cân bằng để buộc xe di chuyển để theo điểm cân bằng mới. Nhưng, cách này không được đảm bảo bằng toán học và nếu "điểm cân bằng mới" cách xa điểm ban đầu, hệ thống sẽ mất tính ổn định. Để giải quyết vấn đề này, trong bài báo này, chúng tôi đề xuất một phương pháp SMC - một thuật toán điều khiển phi tuyến - không chỉ để ổn định IPC mà còn điều khiển nó theo các quỹ đạo sin và xung. SMC đã được sử dụng rộng rãi trong nhiều phòng thí nghiệm không chỉ tại Việt Nam mà còn trên khắp thế giới (Le, Nguyen, & Duong, 2017; Zehar & Benmahammed, 2014). Điều này có nghĩa là SMC rất phổ biến và có hiệu quả cao trong lĩnh vực điều khiển - hoạt động tốt với nhiều hệ thống phi tuyến khác nhau. Do đạt tiêu chí Lyapunov, phương pháp này được chứng minh là điều khiển tốt C&P cả trong mô phỏng và thực nghiệm thực.

2. Mô hình toán học

Trong nghiên cứu gần đây của tác giả (D.-P. Hoang et al., 2024), mô tả toán học của IPC được thể hiện ở **Hình 1**. Các công thức toán học mô tả hệ thống được thể hiện ở **(1)**và **(2).**

Hình 1. IPC. Vị trí Upward (trái). Vị Downward (phải). (Saco, 2019)



$$(M+\dot{m})x+(ml\cos\ddot{\theta})\theta-\dot{m}l\dot{\theta}^2\sin\theta=F-\dot{b}_x x \quad (1)$$

$$(ml\cos\theta)\ddot{x}+(I+ml^2)\ddot{\theta}-mgl\sin\theta=-\dot{b}_\theta\dot{\theta} \quad (2)$$

Các tham số được sử dụng trong **Hình 1** được mô tả theo các thông số kỹ thuật được cung cấp trong **Bảng 1**.

Bảng 1. Thông số hệ thống IPC

Thông số	Mô tả
M	Khối lượng mô hình xe (kg)
m	Khối lượng thanh con lắc (kg)
l	Chiều dài thanh con lắc từ điểm trọng tâm trọng lực (m)
r	Bán kính ròng rọc (m)
B	Ma sát nhớt trục động cơ *(N.s/m)*
b_x	Hệ số ma sát giữa xe và đường ray
b_θ	Hệ số ma sát giữa thanh con lắc và xe
J	Mô men quán tính ($kg.m^2$)
R	Điện trở động cơ (Ω)
θ	Góc quay thanh con lắc (rad)
x	Vị trí xe so với phương ngang (m)
g	Gia tốc trọng trường (m/s^2)

Trong nghiên cứu này (D.-P. Hoang et al., 2024), một động cơ DC từ trường không đổi được sử dụng làm bộ phận đẩy cho chuyển động của xe. Động cơ được kích hoạt bằng điện áp đầu vào, ký hiệu là e, tại cực armature. Sử dụng bánh xe (bán kính ròng rọc) có bán kính r, động cơ tạo ra lực kéo cho xe, được ký hiệu là $F=\tau_1/R$. Trong đó, τ_1 được tính từ mômen quán tính của rôto, ma sát nhớt của động cơ B, hằng số mô men động cơ K_t, điện phần ứng i.

Công thức quan hệ giữa ngõ vào điện áp và moment:

$$\tau=k_1e-k_2\dot{x}-k_3\ddot{x} \quad (3)$$

Trong đó: $k_1=\frac{K_t}{R}$; $k_2=\frac{K_t^2}{Rr}+\frac{B}{r}$; $k_3=\frac{J}{R}$

Bằng cách sử dụng phương trình Euler-Lagrange và áp dụng phần mềm MATLAB, ta có thể xác định phương trình phi tuyến của hệ thống.

$$\ddot{x} = \frac{-l^2 m\left[\alpha_1\dot{\theta}^2 + \dot{x}\alpha_2 - \frac{K_t}{R}e\right] - \alpha_3\left(b_\theta\dot{\theta} - g\alpha_1\right)}{l^2 m\alpha_4 - \alpha_3{}^2} \quad (4)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{-\left(b_\theta\dot{\theta} - g\alpha_1\right)\alpha_4 - \alpha_3\left[\alpha_1\dot{\theta}^2 + \dot{x}\alpha_2 - \frac{K_t}{R}e\right]}{l^2 m\alpha_4 - \alpha_3^2} \quad (5)$$

Trong đó: $\alpha_1 = ml\sin\theta;\ \alpha_2 = b_x + \frac{B}{r} + \frac{K_t^2}{Rr};\ \alpha_3 = ml\cos\theta;\ \alpha_4 = M + m + \frac{J}{R}.$

Phương trình hệ thống **(1)** và **(2)** có thể viết lại dưới dạng:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f_1(X) + g_1(X)u \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_3 &= f_2(X) + g_2(X)u \end{aligned} \quad (6)$$

Với $X = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T = [x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}]^T$ là các vecto biến trạng thái; $f_1(X), f_2(X), g_1(X), g_2(X)$ là các hàm phi tuyến.

Để điều khiển bám, các biến trạng thái tham chiếu được thiết lập:

$$X_d = \begin{bmatrix} x_{1d} & x_{2d} & x_{3d} & x_{4d} \end{bmatrix}^T$$

3. Xây dựng bộ điều khiển

3.1 Giải thuật điều khiển LQR

Thuật toán LQR là một phương pháp điều khiển cổ điển (Kwakernaak & Sivan, 1972). Bằng cách giải phương trình Ricatti, chứng minh toán học đảm bảo tính ổn định xung quanh điểm làm việc. Tuy nhiên, không thể xác định chính xác vùng làm việc của hệ thống. Trong một số mô hình, vùng này rất nhỏ và tính ổn định của BĐK LQR không được đảm bảo khi điều kiện của hệ thống hơi xa so với cân bằng. Một số nghiên cứu (Mahapatra & Chauhan, 2017), (Vinodh Kumar & Jerome, 2013) chứng minh hiệu quả của phương pháp này cả trong mô phỏng và thực nghiệm.

Dựa trên tài liệu (Wang et al., 2010), bài toán đặt ra là tìm tín hiệu điều khiển *u(t)* điều chỉnh hệ thống từ trạng thái đầu bất kì về trạng thái cuối với công thức tổng quát:

$$u(t) = -K(t)x(t) \quad (7)$$

Trong đó: *x* là vector trạng thái của hệ thống; *u* là vector điều khiển đầu ra; *K* là ma trận điều khiển.

Với: $K(t) = R^{-1}B^T P(t)$ (8)

Giải thuật LQR sinh ra ma trận điều khiển *K* bằng cách giải phương trình vi phân Riccati:

$$A^T P + PA + Q - PBR^{-1}B^T P = 0 \quad (9)$$

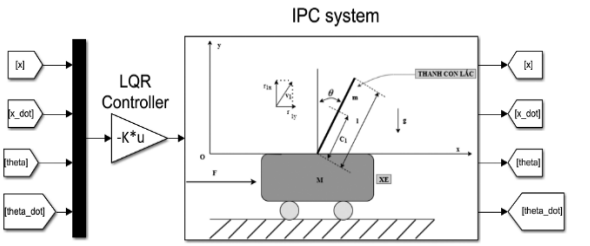
Trong đó: *P* là ma trận nghiệm của phương trình Riccati; *Q* và *R* là các ma trận trọng số xác định dương; *A* và *B* là các ma trận xác định từ tuyến tính hóa quanh điểm làm việc.

Do việc giải phương trình Ricatti rất phức tạp, MATLAB đã hỗ trợ công cụ để tính ra ma trận *K*. Lệnh tìm hệ số *K* của tín hiệu điều khiển trong MATLAB :

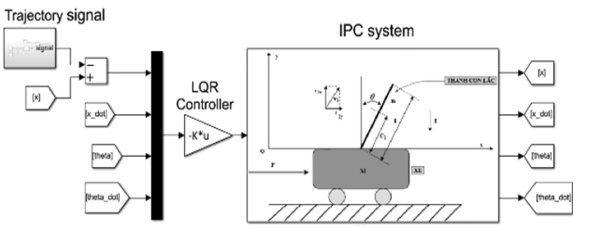
$$K = lqr(A, B, Q, R) \quad (10)$$

Cấu trúc của BĐK ổn định LQR được thể hiện trong **Hình 2**. Ma trận điều khiển K được tìm thấy bằng cách chọn ma trận điều khiển Q, R và tính toán bằng các lệnh MATLAB. Với K đó, cấu trúc của BĐK LQR theo dõi quỹ đạo được thể hiện trong **Hình 3.**

Hình 2. Điều khiển ổn định LQR cho IPC



Hình 3. Điều khiển bám quỹ đạo - LQR cho IPC



Trong điều khiển bám quỹ đạo (**Hình 3**), tín hiệu phản hồi của vị trí của xe đẩy bị sai lệch bằng một lượng bằng giá trị của tín hiệu từ khối "*Trajectory signal*". Bằng cách này, sự cân bằng được thay đổi theo quỹ đạo mà được đặt ra và khiến xe đẩy phải di chuyển theo quỹ đạo đặt. Bên cạnh đó, phương pháp này về mặt toán học không

được đảm bảo.

3.2. Giải thuật điều khiển SMC

Trong bài báo này, BĐK trượt ISMC (Incremental Sliding Mode Control) được thiết kế cho các hệ thống "*underactuated*" (Yinxing, Jianqiang, Dongbin, & Dianwei, 2008). ISMC được tạo ra bằng cách lựa chọn các bề mặt trượt sao cho mỗi bề mặt trượt và biến trạng thái là các thành phần của bề mặt trượt tiếp theo. Bằng cách đó, ISMC kiểm soát chặt chẽ các biến trạng thái và cung cấp một tín hiệu điều khiển phù hợp. Do đó, ISMC khác biệt so với SMC. Chi tiết của phương pháp được đề xuất sẽ được mô tả chi tiết sau đây.

Đầu tiên, ta chọn hai biến trạng thái (x_1, x_2) để xây dựng mặt trượt lớp thứ nhất:

$$s_1 = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 \tag{11}$$

Tiếp đó, mặt trượt lớp thứ nhất s_1 được xem như là biến trạng thái tổng quát. Ta có thể sử dụng nó và một trong các biến còn lại để xây dựng mặt trượt lớp thứ hai:

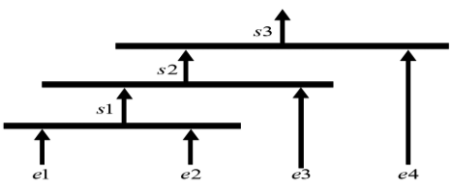
$$s_2 = s_1 + \alpha_3 e_3 \tag{12}$$

Tương tự mặt trượt lớp cuối cùng được xây dựng:

$$s_3 = s_2 + \alpha_4 e_4 \tag{13}$$

Với $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ là các tham số cố định và $e_i = x_i - x_{id}$ là sai số giữa biến x_i và tín hiệu tham chiếu x_{id}. Cấu trúc của các bề mặt trượt được trình bày trong **Hình 4.**

Hình 4. Cấu trúc các bề mặt trượt



Dựa trên công thức **(6)**, các giá trị đạo hàm của các bề mặt trượt trong **(14) - (16)** được liệt kê dưới đây:

$$\dot{s}_1 = \alpha_1(x_2 - \dot{x}_{1d}) + \alpha_1(f_1 + g_1 u) \tag{14}$$

$$\dot{s}_2 = \dot{s}_1 + \alpha_3 x_4 \tag{15}$$

$$\dot{s}_3 = \dot{s}_2 + \alpha_4(f_2 + g_2 u) \tag{16}$$

Trong đó $u(t)$ là ngõ vào của hệ thống và luật điều khiển này tồn tại hai phần. Công thức sau được xem là lựa chọn phù hợp cho cấu trúc của BĐK trượt:

$$u = u_{eq} + u_{sw} = u_{eqi} - k \times s - \eta \times \mathrm{sgn}(s) \tag{17}$$

Tại đây $u_{eqi}\ (i = 1,2,3)$ được gọi là tín hiệu điều khiển tương đương được sử dụng khi các trạng thái của hệ thống hoạt động ở chế độ trượt và u_{sw} được gọi là điều khiển chuyển đổi (*switching control*) dùng để đưa các trạng thái của hệ thống về chế độ trượt. Điều khiển chuyển đổi bao gồm một hàm dấu và một luật hàm mũ làm cho các trạng thái của hệ thống đạt được chế độ trượt nhanh hơn.

Cho $\dot{s}_i = 0\ (i = 1,2,3)$, từ **(14)-(16)** ta được:

$$u_{eq1} = \frac{-\alpha_1(x_2 - \dot{x}_{1d}) - \alpha_2 f_1}{\alpha_2 g_1} \tag{18}$$

$$u_{eq2} = \frac{-\alpha_1(x_2 - \dot{x}_{1d}) - \alpha_2 f_1 - \alpha_3 x_4}{\alpha_2 g_1} \tag{19}$$

$$u_{eq3} = \frac{-\alpha_1(x_2 - \dot{x}_{1d}) - \alpha_2 f_1 - \alpha_3 x_4 - \alpha_4 f_2}{\alpha_2 g_1 + \alpha_4 g_2} \tag{20}$$

Để tìm ra luật kiểm soát SMC mà ràng buộc chuyển động của các biến trạng thái phải theo bề mặt trượt $s = 0$, một hàm Lyapunov xác định dương xác định là:

$$V(t) = s^2 / 2 \tag{21}$$

Vì V(t) là hàm bậc hai theo biến trạng thái ($V(t) > 0$), để đáp ứng tiêu chí Lyapunov thì $\dot{V}$ nên được chọn có giá trị âm:

$$\dot{V} = s \times \dot{s} \le 0 \tag{22}$$

Với $\dot{s}$ có giá trị là:

$$\dot{s} = \dot{s}_3 = \alpha_1(x_2 - \dot{x}_{1d}) + \alpha_1(f_1 + g_1 u) + \alpha_3 x_4 + \alpha_4(f_2 + g_2 u) \tag{23}$$

Thay phương trình **(17)** vào phương trình **(23)**, ta được:

$$\dot{s} = \alpha_1(x_2 - \dot{x}_{1d}) + \alpha_1\left[f_1 + g_1\left(u_{eq3} + u_{sw3}\right)\right] + \alpha_3 x_4 + \alpha_4\left[f_2 + g_2\left(u_{eq3} + u_{sw3}\right)\right] \tag{24}$$

$$\dot{s} = \alpha_1(x_2 - \dot{x}_{1d}) + \alpha_2 f_1 + \alpha_3 x_4 + \alpha_4 f_2 + \left(\alpha_2 g_1 + \alpha_4 g_2\right) u_{eq3} + \left(\alpha_2 g_1 + \alpha_4 g_2\right) u_{sw3} \tag{25}$$

Thay phương trình **(20)** vào phương trình **(25)** và kết hợp với điều kiện ở phương trình **(17)**, ta được:

$$u_{sw3} = \frac{-k \times s - \eta \times \mathrm{sgn}(s)}{\alpha_2 g_1 + \alpha_4 g_2} \tag{26}$$

Với k và η là biến có giá trị xác định dương để biến u_{sw} thỏa mãn điều kiện ở phương trình **(21)** và **(22)**.

Vậy ta tổng kết được tín hiệu điều khiển u có giá trị là :

$$u = u_{eq} + u_{sw}$$

$$= \frac{-\alpha_1\left(x_2 - \dot{x}_{1d}\right) - \alpha_2 f_1 - \alpha_3 x_4 - \alpha_4 f_2}{\alpha_2 g_1 + \alpha_4 g_2} + \frac{-k \times s - \eta \times \mathrm{sgn}(s)}{\alpha_2 g_1 + \alpha_4 g_2} \quad (27)$$

3.3 Giải thuật di truyền

Dựa trên tài liệu (P. H. T. Hoang, 2014), các thông số cấu hình cho GA được lựa chọn:

- Số thế hệ tối đa: 1000
- Số cá thể: 200
- Hệ số lai ghép: 0.6
- Hệ số đột biến: 0.4
- Loại mã hóa: mã hóa nhị phân

Hàm mục tiêu J (fitness function) được tính toán cho từng cá thể con. Giá trị hàm mục tiêu đánh giá mức độ tốt của mỗi cá thể trong việc giải quyết bài toán.

Hàm mục tiêu được chọn như sau:

$$J = \sum_{1}^{n} x_1^T x_1 + x_3^T x_3 \quad (28)$$

Trong bài toán này, biến x_1 đại diện cho vị trí của mô hình xe và x_3 đại diện cho góc của con lắc so với phương thẳng đứng. Biến n biểu thị tổng số mẫu dữ liệu thu thập được. Chương trình mô phỏng được xây dựng trên phần mềm MATLAB/SIMULINK, với thời gian mô phỏng là 100 giây và thời gian lấy mẫu là 0.02 giây, dẫn đến tổng số mẫu $n = 5000$.

Đối với BĐK LQR, ma trận điều khiển K đóng vai trò quan trọng trong việc xác định hiệu suất hệ thống. Tuy nhiên, ma trận K lại phụ thuộc vào hai ma trận trọng số Q và R. Do đó, việc tối ưu hóa các hệ số Q và R bằng GA là cần thiết để đạt được hiệu suất điều khiển mong muốn.

Đối với BĐK SMC, các tham số điều khiển cấu thành các mặt trượt đóng vai trò then chốt trong việc xác định đáp ứng động của hệ thống. Do đó, lựa chọn các tham số điều khiển phù hợp là yếu tố quyết định hiệu quả điều khiển của BĐK SMC.

4. Mô phỏng

4.1. Điều kiện mô phỏng

Để đánh giá hiệu quả của việc tối ưu hóa các tham số sử dụng cho giải thuật LQR và ISMC, chúng ta chuyển đến phần mềm MATLAB/SIMULINK để mô phỏng (Pati, 2014). Thông qua việc mô hình toán học tỉ mỉ, chúng tôi đảm bảo một phản ánh chính xác về các tình huống thực tế, từ đó cho phép chúng tôi đánh giá và so sánh sự thích ứng của cả hai thuật toán mang lại thông qua các hàm mục tiêu. Ngoài ra, chúng tôi tính toán các hàm tối ưu cho các tham số được điều chỉnh tinh chỉnh, nơi mà các giá trị nhỏ hơn đề cập đến khả năng thích ứng và đáng tin cậy cao hơn, điều quan trọng cho việc mô phỏng một cách tự nhiên (D.-P. Hoang et al., 2024). Các mô phỏng được thực hiện trong 6 giây, với thời gian lấy mẫu của hệ thống là 0.02 giây. Các tham số hệ thống được liệt kê dưới đây:

Bảng 2. Các tham số sử dụng trong hệ thống

Thông số	Đơn vị
$M = 0.19008$	(kg)
$m = 0.084$	(kg)
$l = 0.082$	(m)
$R = 0.31258$	(Ω)
$r = 0.00625$	(m)
$k_t = 0.096843$	$(N.m/A)$
$J = 0.00039884$	$(kg.m^2)$
$B = 0.0058983$	$(N.s/m)$
$b_x = 1.4867$	
$b_\theta = 1.3663e-06$	

Các hệ số được trình bày ở trên được đo đạc và nhận dạng gần với mô hình thực tế đã được trình bày trong mục **5 – Thực nghiệm**. Do đó, kết quả mô phỏng dự kiến sẽ gần với kết quả thực nghiệm. Với LQR và SMC được thiết kế trong Mục 3, các thông số điều khiển của hai BĐK này được lựa chọn thông qua GA (P. H. T. Hoang, 2014). Các thông số điều khiển LQR là:

$$Q = \begin{bmatrix} 20048.65 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.20 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.16 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 166.90 \end{bmatrix} \quad R = ; \quad 0.001; \quad (29)$$

$$K = \begin{bmatrix} -84.4616 & -64.1760 & 109.6722 & 15.8784 \end{bmatrix}$$

BĐK ISMC thông qua sử dụng giải thuật GA đã tính toán ra hai bộ thông số mang lại

kết quả khác nhau trong cả mô phỏng lẫn thực nghiệm:

$$\alpha_1 = -63.00;\quad \alpha_2 = -41.60;\quad \alpha_3 = 96.20;\quad \alpha_4 = 19.80;\quad k = 86.80;\quad \eta = 9.20 \tag{30}$$

$$\alpha_1 = 45.60;\quad \alpha_2 = 13.40;\quad \alpha_3 = -98.80;\quad \alpha_4 = -4.30;\quad k = 84.09;\quad \eta = 9.05 \tag{31}$$

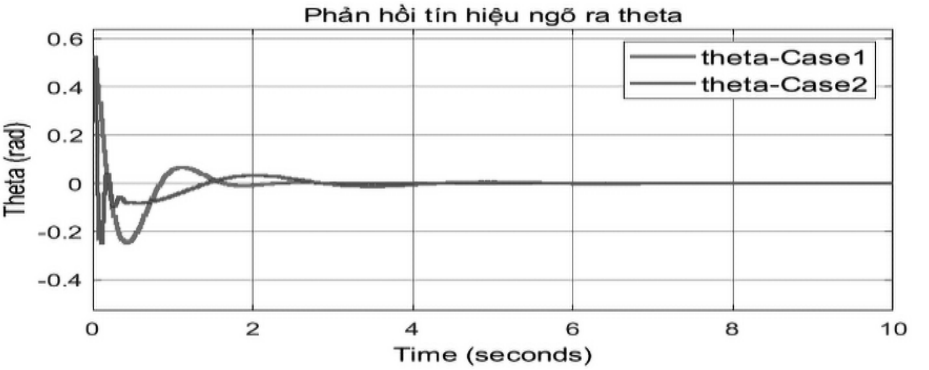
Giá trị ban đầu của các biến ngõ ra hệ thống IPC được lựa chọn:

$$x = 0.02; \dot{x} = 0; \theta = \pi / 6; \dot{\theta} = 0 \tag{32}$$

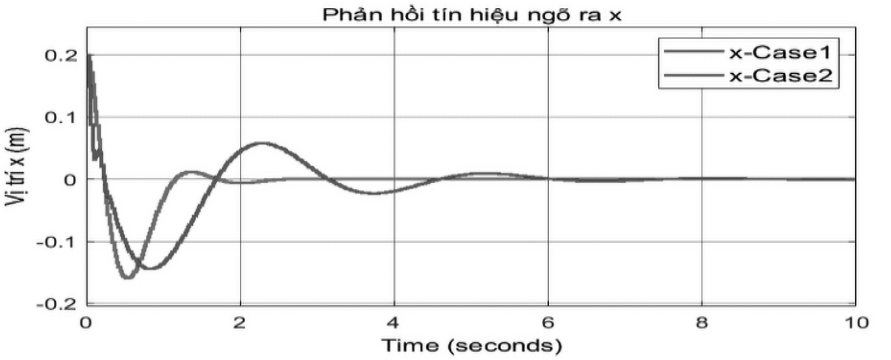
4.2 Điều khiển cân bằng

Trước hết, hai bộ nghiệm của giải thuật SMC được tiến hành so sánh.

Hình 5. So sánh vị trí xe của 2 bộ thông số SMC



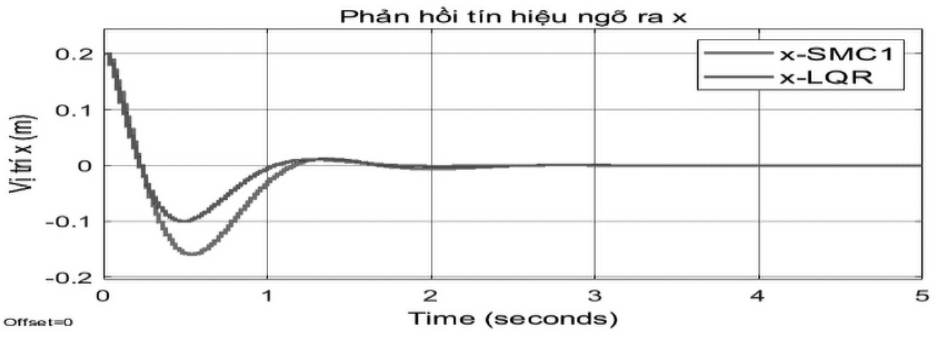
Hình 6. So sánh góc con lắc của 2 bộ thông số SMC



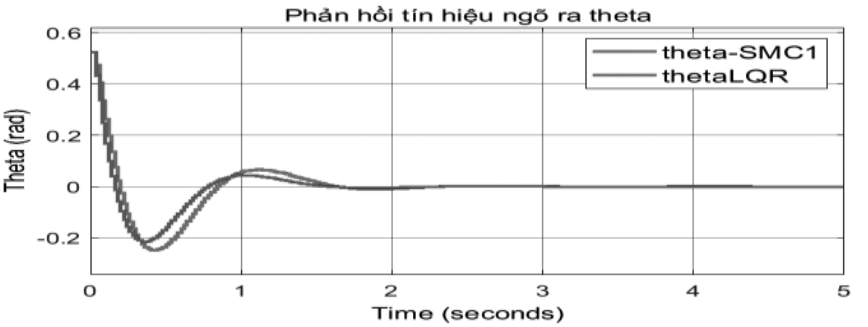
Từ **Hình 5**, Bộ thông số đầu tiên cho thấy khả năng đáp ứng vượt trội hơn khi xác lập tại khoảng 2s trong khi bộ thứ hai xác lập sau 6s. Bộ thông số 1 tương tự cho thấy khả năng kiểm soát độ ổn định góc con lắc hơn bộ còn lại tại **Hình 6**.

Từ dữ kiện trên, ta tiến hành so sánh mô phỏng của 2 BĐK LQR và SMC thông số 1 với giá trị ban đầu ngõ vào được chọn ở

Hình 7. So sánh mô phỏng vị trí xe



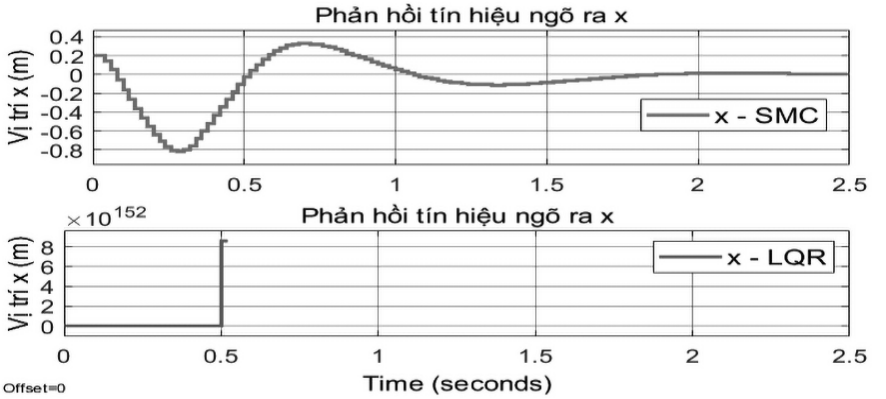
Hình 8. So sánh mô phỏng góc con lắc



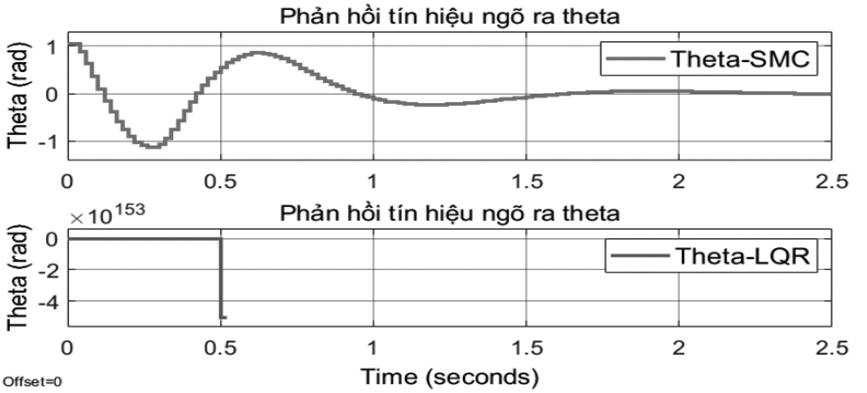
Từ **Hình 7** và **Hình 8**, cả hai BĐK đều hoạt động tốt. Thuật toán LQR thể hiện sự vượt trội hơn so với thuật toán SMC vì có thời gian xác lập ngắn hơn và độ vọt lố thấp hơn. Điều này chứng minh rằng, khi hoạt động tuyến tính xung quanh điểm cân bằng, LQR mang lại kết quả tốt hơn.

Nếu thay đổi góc ban đầu của thanh con lắc trong **(32)** thành giá trị $\pi / 3$, phản hồi mô phỏng được thể hiện trong **Hình 9** và **Hình 10**:

Hình 9. Vị trí xe – x (m) của 2 BĐK với góc



Hình 10. Góc con lắc – theta (rad) của 2 BĐK với góc



Trong **Hình 9**, dưới sự điều khiển của thuật toán SMC, xe cân bằng tại điểm làm việc sau 1.8s còn với LQR sau 0.5s, xe đã bị mất kiểm soát và không thể cân bằng. Tương tự trong **Hình 10**, góc con lắc dùng giải thuật LQR không thể đạt trạng thái ổn định sau 0.5s còn SMC thì giúp góc con lắc ổn định sau 1.8s.

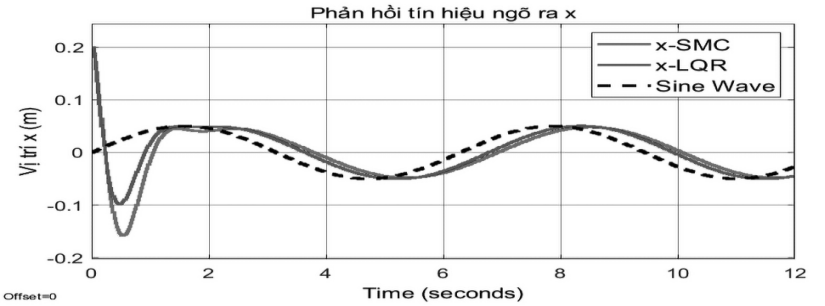
Như vậy, ở mô phỏng, giải thuật SMC giữ cân bằng tốt cho con lắc ngay cả khi giá trị ban đầu của nó xa khỏi điểm cân bằng.

4.3. Điều khiển bám quỹ đạo

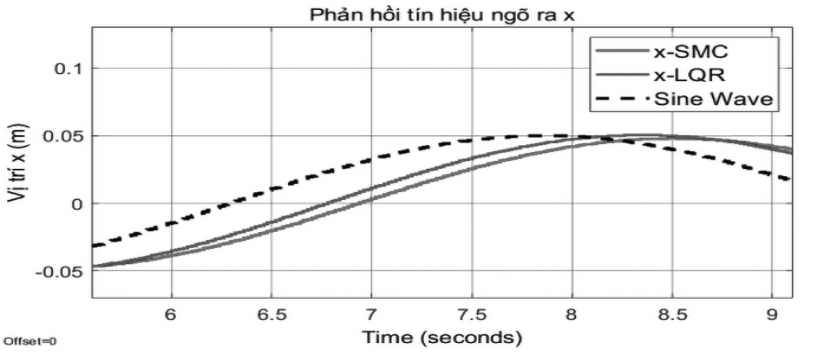
Hình 11 và **Hình 12**, với chu kỳ bám quỹ đạo 6.2s, cả hai BĐK LQR và SMC-bộ thông số

(30) đều hoạt động tốt trong việc khiến hệ thống bám theo tín hiệu Sine. Tuy nhiên, vị trí xe dùng thuật toán LQR lại bám tốt hơn thể hiện rõ ràng với pha sóng sớm hơn giải thuật SMC.

Hình 11. So sánh đáp ứng hai BĐK với tín hiệu mong muốn là sóng sine

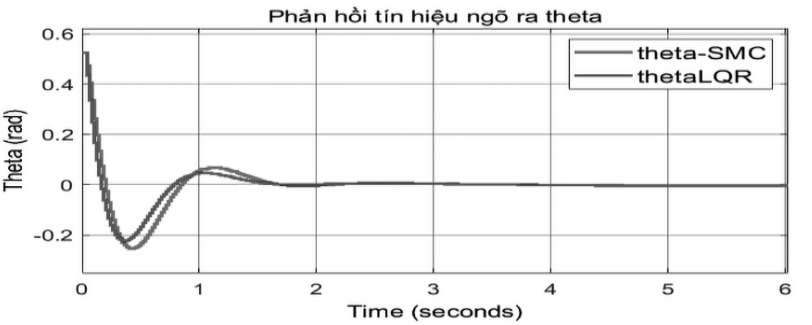


Hình 12. So sánh đáp ứng hai BĐK với tín hiệu mong muốn là sóng sine phóng to đồ thị

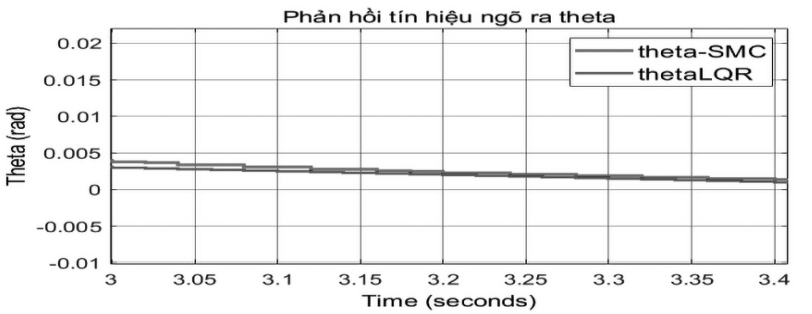


Bên cạnh đó, với cùng chu kỳ bám quỹ đạo, cả hai giải thuật đều thể hiện tốt trong việc bám quỹ đạo với cùng thời gian xác lập. Nhưng thuật toán SMC lại mang lại độ vọt lố nhỉnh hơn. Điều này được thể hiện rõ ràng qua **Hình 13** và **Hình 14**

Hình 13. Đáp ứng góc lệch thanh con lắc



Hình 14. Đáp ứng góc lệch thanh con lắc khi phóng to đồ thị

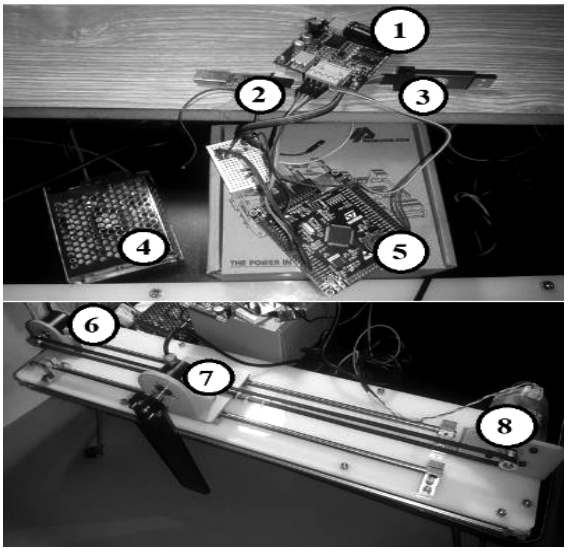


Qua các kết quả so sánh trên, kết luận được đưa ra là giải thuật LQR mang lại kết quả điều khiển bám quỹ đạo tốt hơn trong mô phỏng.

5. Thực nghiệm

Hệ thống IPC đã được thiết kế kỹ lưỡng để triển khai thuật toán nghiên cứu, như đã phân tích dưới đây:

Hình 15. Hoàn thiện phần cứng hệ IPC



Các phần trong **Hình 15** gồm:

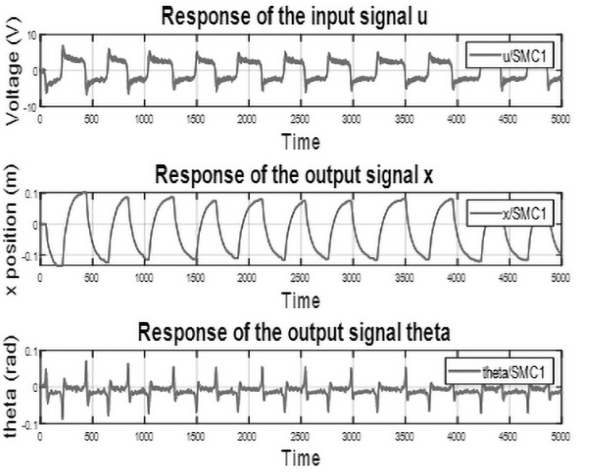
1. Mạch cầu H MKS H3615NS.
2. Mạch giao tiếp Uart CH340G.
3. Mạch nạp ST-LINK V2 STM8/STM32.
4. Nguồn chuyển đổi 220 VAC - 24 VDC.
5. Vi xử lý STM32F407VET6.
6. Cảm biến Encoder vị trí 2500 xung.
7. Cảm biến Encoder góc 2500 pulses.
8. Động cơ NF5475.

Tín hiệu kết quả thu được trong phần thực nghiệm được lấy từ encoder của mô hình thực và sử dụng phần mềm MATLAB/SIMULINK lưu giá trị giữ liệu đồng thời vẽ thành đồ thị.

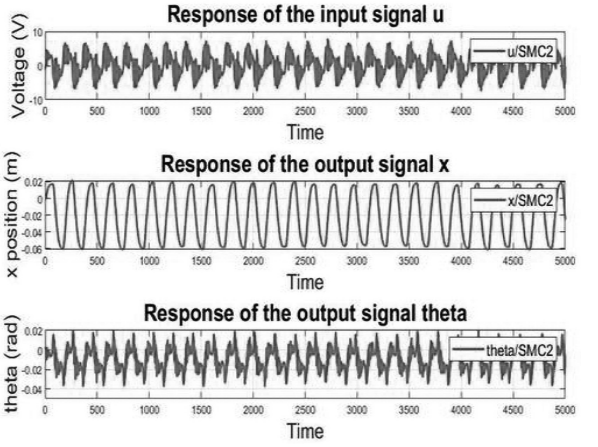
5.1. So sánh điều khiển cân bằng

Trong mục này, công việc được tiến hành gồm so sánh phản hồi ngõ ra và vào của hai bộ thông số SMC trong hai trường hợp điều khiển cân bằng và điều khiển bám quỹ đạo từ **Hình 16** và **Hình 17.**

Hình 16. Ngõ vào và ra của SMC thông số 1 trong điều khiển cân bằng



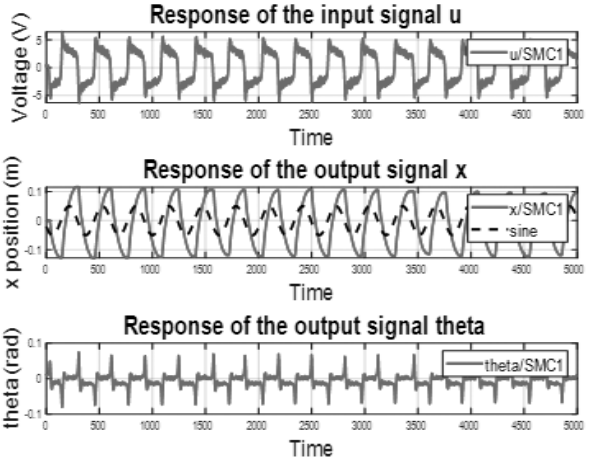
Hình 17. Ngõ vào và ra của SMC thông số 2 trong điều khiển cân bằng



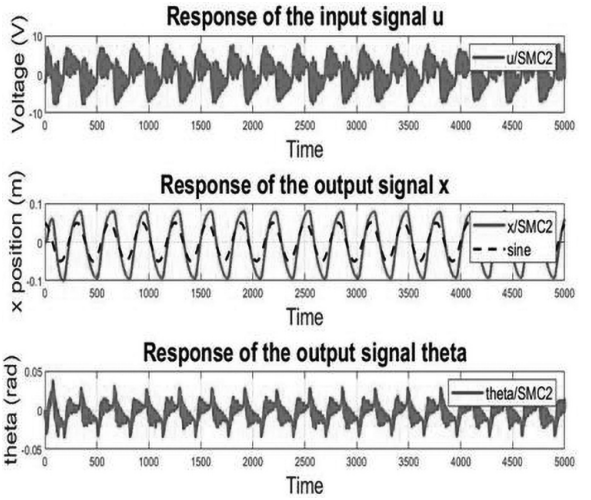
5.2. So sánh điều khiển bám

Dưới đây là đồ thị thực nghiệm bám quỹ đạo của BĐK ISMC:

Hình 18. Ngõ vào và ra của SMC thông số 1 trong điều khiển bám



Hình 19. Ngõ vào và ra của SMC thông số 2 trong điều khiển bám

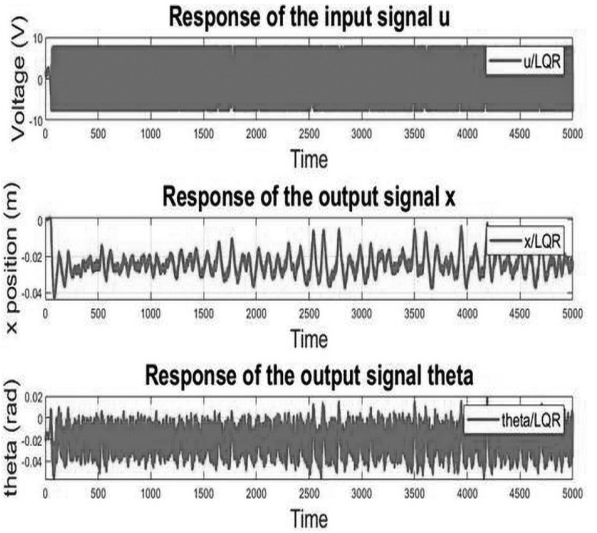


Dựa vào **Hình 18** và **Hình 19** có thể thấy tín hiệu đáp ứng của góc lệch con lắc và vị trí xe khi dao động của đồ thị **Hình 19** có biên độ dao động thấp hơn so với **Hình 18** tuy nhiên tín hiệu điều khiển cao hơn gây ra việc tốn kém năng lượng và biên độ dao động dày đặc hơn. Tuy nhiên, ở đây khả năng đáp ứng quỹ đạo dao động được ưu tiên. Vì thế thông số BĐK thứ 2 được đề cử để so sánh với bộ điều khiển LQR.

5.3. So sánh thực nghiệm LQR với SMC bộ nghiệm 2

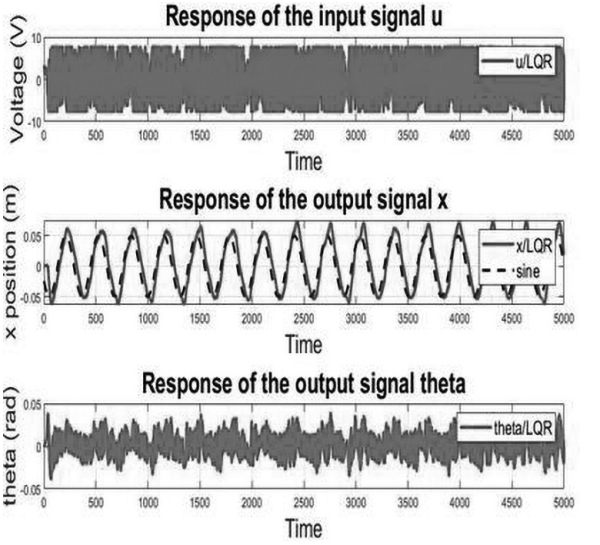
Từ kết luận ở **0**, ta tiến hành so sánh LQR với SMC bộ thông số 2:

Hình 20. Ngõ vào và ra của LQR trong điều khiển cân bằng



Dựa vào **Hình 19** và **Hình 20**, ta thấy được rằng BĐK LQR là BĐK được tuyến tính hóa ở tại điểm làm việc nên có thể hoạt động tốt nhất trong khoảng được tuyến tính hóa đồ thị ngõ ra biên độ dao động của vị trí x không cao bằng so với BĐK ISMC tuy nhiên tín hiệu điều khiển có phần dày đặc hơn và khả năng cân bằng góc theta hoạt động không tốt bằng so với BĐK ISMC.

Hình 21. Ngõ vào và ra của LQR trong điều khiển bám



Về điều khiển bám quỹ đạo, BĐK ISMC được trình bày trong **Hình 19** chỉ đảm bảo được độ trễ của mô hình tuy nhiên khi bám quỹ đạo còn bị lệch khá nhiều nhưng vẫn giữ được thăng bằng cho thanh con lắc biên độ dao động tốt hơn so với LQR ở **Hình 21** điều này đúng với lý thuyết do khi bám quỹ đạo, có thể hệ sẽ bị lệch ra điểm làm việc của hệ thống con lắc ngược nên xảy ra việc biên độ dao động của góc theta cao hơn so với BĐKn ISMC.

6. Kết luận

Trong bài báo này, chúng tôi đã xây dựng phương trình toán cho hệ SIMO cụ thể là hệ IPC và áp dụng hai BĐK LQR và ISMC để điều khiển hệ thống. Chúng tôi đã so sánh hiệu suất của hai phương pháp điều khiển này thông qua cả mô phỏng và thực nghiệm. Kết quả cho thấy rằng, BĐK LQR cung cấp sự ổn định và hiệu quả trong điều khiển hệ thống IPC, đặc biệt là trong điều kiện mô phỏng. Mặt khác, ISMC cho thấy khả năng ứng phó tốt hơn với các nhiễu không đồng nhất và mô hình không chính xác hơn trong môi trường thực tế. Bài báo cũng đề

cập đến các ưu điểm và nhược điểm của từng phương pháp điều khiển, cùng những ứng dụng và hạn chế tiềm ẩn. Qua đó, kết quả nghiên cứu của chúng tôi cung cấp thêm thông tin hữu ích để lựa chọn BĐK phù hợp với các ứng dụng cụ thể trong điều khiển hệ thống động lực.

LỜI CẢM ƠN

Bài báo là sản phẩm khóa luận tốt nghiệp HK2 2023/2024 của tác giả Hoàng Đại Phúc đến từ Đại Học Sư Phạm Kỹ Thuật Thành Phố Hồ Chí Minh với sự hỗ trợ và giúp đỡ của TS. Nguyễn Văn Đông Hải.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Bugeja, M. (2003, 22-24 Sept. 2003). *Non-linear swing-up and stabilizing control of an inverted pendulum system.* Paper presented at the The IEEE Region 8 EUROCON 2003. Computer as a Tool.

Hoang, D.-P., Nguyen, H.-A., Pham, Q.-S., Pham, H.-C., Huynh, M.-S., Phan, D.-P., . . . Nguyen, H.-T. (2024). A Survey of Experimental LQR for Cart and Pole. *Journal of Fuzzy Systems and Control, 2*(2), 97-103. doi:10.59247/jfsc.v2i2.211

Hoang, P. H. T. (2014). *Hệ Thống Điều Khiển Thông Minh*: Nhà Xuất Bản Đại Học Quốc Gia TP. HCM.

Kwakernaak, H., & Sivan, R. (1972). *Linear optimal control systems* (Vol. 1): Wiley-interscience New York.

Le, Q., Nguyen, M., & Duong, H. (2017). Sliding mode control for rotary inverted pendulum. *Journal of Technical Education Science*.

Mahapatra, C., & Chauhan, S. (2017, 17-18 Nov. 2017). *Tracking control of inverted pendulum on a cart with disturbance using pole placement and LQR.* Paper presented at the 2017 International Conference on Emerging Trends in Computing and Communication Technologies (ICETCCT).

Nguyen, D.-A.-Q., Nguyen, L.-Q.-T., Nguyen, H.-A., Nguyen, P.-H., Tran, Q.-T., Pham, C.-S., . . . Nguyen, P. L. (2024). Application of LQG Control for Pendubot System. *Journal of Fuzzy Systems and Control, 2*(1), 40-44. doi:10.59247/jfsc.v2i1.171

Nguyen, D.-A.-Q., Nguyen, L.-Q.-T., Nguyen, P.-L., Le, D.-Q., Lieu, P.-T.-A., Lam, Q.-B., . . . Nguyen, B.-H. (2024). Adaptive Evaluation of LQR Control using Particle Swarm Optimization for Pendubot. *Journal of Fuzzy Systems and Control, 2*(2), 58-66. doi:10.59247/jfsc.v2i2.203

Pati, J. R. (2014). *Modeling, identification and control of cart-pole system.*

Saco, R. (2019). Subspace Identification of an Inverted Pendulum on a Cart using State Variables Transformation. *IFAC-PapersOnLine, 52*(11), 244-249. doi: https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2019.09.148

Siradjuddin, I., Amalia, Z., Setiawan, B., Wicaksono, R. P., & Yudaningtyas, E. (2017, 24-27 July 2017). *Stabilising a cart inverted pendulum system using pole placement control method.* Paper presented at the 2017 15th International Conference on Quality in Research (QiR) : International Symposium on Electrical and Computer Engineering.

Sonone, S. S., & Patel, N. (2013). LQR controller design for stabilization of cart model inverted pendulum. *International Journal of Science and Research, 4*(7), 1172-1176.

Vinodh Kumar, E., & Jerome, J. (2013). Robust LQR Controller Design for Stabilizing and Trajectory Tracking of Inverted Pendulum. *Procedia Engineering, 64*, 169-178. doi:https://

doi.org/10.1016/j.proeng.2013.09.088

Wang, H., Dong, H., He, L., Shi, Y., & Zhang, Y. (2010, 25-27 June 2010). *Design and Simulation of LQR Controller with the Linear Inverted Pendulum.* Paper presented at the 2010 International Conference on Electrical and Control Engineering.

Yinxing, H., Jianqiang, Y., Dongbin, Z., & Dianwei, Q. (2008, 25-27 June 2008). *Design of a new incremental sliding mode controller.* Paper presented at the 2008 7th World Congress on Intelligent Control and Automation.

Zehar, D., & Benmahammed, K. (2014). Optimal sliding mode control of the pendubot. *Int. Research J. of Computer Sci. and Information Syst.(IRJCSIS), 2*(3), 45-51.