ỔN ĐỊNH TIỆM CẬN CỦA TẬP GIẢ GIÁ CỦA CÁC THÀNH PHẦN THUẦN NHẤT CỦA MÔĐUN PHÂN BẬC

Phạm Hữu Khánh[1]

Ngày nhận bài: 08/7/2023; Ngày phản biện thông qua: 20/8/2023; Ngày duyệt đăng: 21/8/2023

TÓM TẮT

Cho $\mathfrak{R} = \bigoplus_{n\ge 0} R_n$ là một đại số phân bậc chuẩn hữu hạn sinh trên $R_0 = R$, trong đó (R,m) là vành Noether địa phương với iđêan cực đại m và $\mathfrak{M} = \bigoplus_{n\ge 0} M_n$ là $\mathfrak{R}-$ môđun phân bậc hữu hạn sinh. Trong bài báo này chúng tôi chỉ ra rằng, với mọi số nguyên $i \ge 0,$ tập hợp $\left(\mathrm{Psupp}^i_R(M_n) \setminus \mathrm{Psupp}^{i-1}_R(M_n)\right)_{\ge i-2}$ ổn định khi n đủ lớn.

Từ khóa: *Ổn định, tập giả giá, linh hóa tử của môđun đối đồng điều địa phương.*

1. MỞ ĐẦU

Cho $\mathfrak{R} = \bigoplus_{n\ge 0} R_n$ là một đại số phân bậc chuẩn hữu hạn sinh trên $R_0 = R$, trong đó (R,m) là vành Noether địa phương với iđêan cực đại m và $\mathfrak{M} = \bigoplus_{n\ge 0} M_n$ là $\mathfrak{R}-$ môđun phân bậc hữu hạn sinh.

Cho I là iđêan của R và M là R-môđun hữu hạn sinh. Năm 1979, M. Brodmann chứng minh các tập iđêan nguyên tố liên kết $\mathrm{Ass}_R(M/I^nM)$ và $\mathrm{Ass}_R(I^nM/I^{n+1}M)$ ổn định khi n đủ lớn (M. Brodmann 1979a). Tiếp theo S. McAdam và P. Eakin chứng minh tập $\mathrm{Ass}_R R_n$ ổn định khi n đủ lớn (S. McAdam and P. Eakin 1979). Tổng quát hơn, L. Melkersson chứng minh rằng tập $\mathrm{Ass}_R M_n$ độc lập với n khi n đủ lớn (L. Melkersson 1990) và thu được các kết quả đã biết của Brodmann và McAdam – Eakin. Từ đây, bài toán nghiên cứu dáng điệu tiệm cận liên quan đến các thành phần thuần nhất M_n được quan tâm bởi nhiều người (N. T. Cuong and N.V. Hoang 2008, N. T. Cuong, N.V. Hoang and P. H. Khanh 2010, C. Rotthaus and L. M. Sega 2006).

Cho $i \ge 0$ là một số nguyên. Năm 2002, M. Brodmann and R. Y. Sharp đã đưa ra khái niệm tập giả giá thứ i của môđun M, ký hiệu bởi $\mathrm{Psupp}^i_R(M)$, là tập hợp được xác định như sau:

$$\mathrm{Psupp}^i_R(M) = \{p \in \mathrm{Spec}(R) \mid H^{i-\dim(R/p)}_{pR_p}(M_p) \neq 0\}$$

(M. Brodmann and R. Y. Sharp 2002). Nhiều người đã nghiên cứu tập giả giá của R-môđun và thu được nhiều thông tin bổ ích về môđun và vành cơ sở R. Chúng ta ký hiệu

$$\mathrm{Var}(\mathrm{Ann}_R(H^i_m(M_n))) = \{p \in \mathrm{Spec}(R) \mid p \supset \mathrm{Ann}_R(H^i_m(M_n))\}.$$

Trong trường hợp R là thương của vành địa phương Cohen-Macaulay thì chúng ta có đẳng thức $\mathrm{Psupp}^i_R(M_n) = \mathrm{Var}(\mathrm{Ann}_R(H^i_m(M_n)))$. Năm 2021, Lê Thanh Nhàn và cộng sự đã chứng minh một số kết quả về ổn định tiệm cận liên quan đến $\mathrm{Ann}_R(H^i_m(M_n))$ (T. D. M. Chau, N. T. K. Nga and L. T. Nhan 2021). Họ chứng minh rằng tồn tại số tự nhiên t > 0 sao cho

$$\bigcup_{j\le i} \mathrm{Var}(\mathrm{Ann}_R(H^i_m(M_n))) = \bigcup_{j\le i} \mathrm{Var}(\mathrm{Ann}_R(H^i_m(M_t))) \text{ với}$$

mọi số nguyên $n \ge t$ và mọi số nguyên $i \ge 0.$ Từ đây, Nhàn và cộng sự đã chứng minh được rằng nếu R là thương của vành địa phương Cohen-Macaulay thì tồn tại số tự nhiên t > 0 sao cho

$$\left(\mathrm{Var}(\mathrm{Ann}_R(H^i_m(M_n)))\right)_{\ge i-1} = \left(\mathrm{Var}(\mathrm{Ann}_R(H^i_m(M_t)))\right)_{\ge i-1}$$

với mọi số nguyên $n \ge t$ và mọi số nguyên $i \ge 0.$

Trong bài báo này chúng tôi nghiên cứu tính ổn định của tập giả giá $\mathrm{Psupp}^i_R(M_n)$ khi n đủ lớn. Kết quả chính của chúng tôi là chứng minh tính ổn định của tập

$$\left(\mathrm{Psupp}^i_R(M_n) \setminus \mathrm{Psupp}^{i-1}_R(M_n)\right)_{\ge i-2}$$

khi n đủ lớn.

2. PHƯƠNG PHÁP VÀ NỘI DUNG NGHIÊN CỨU

2.1. Phương pháp nghiên cứu

Trong bài báo này chúng tôi sử dụng một số phương pháp sau đây để nghiên cứu:

- Các phương pháp nghiên cứu toán lý thuyết.
- Phương pháp đồng điều và đối đồng điều.
- Phương pháp địa phương hóa.

2.2. Nội dung nghiên cứu

Nghiên cứu tính chất ổn định của tập giả giá của các thành phần thuần nhất của môđun phân bậc hữu hạn sinh trên đại số phân bậc chuẩn.

3. KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU VÀ THẢO LUẬN

Cho (R,m) là vành Noether địa phương với iđêan cực đại m và M là R-môđun hữu hạn sinh.

Cho $i \ge 0$ là một số nguyên. Trước hết,

[1]*Khoa Khoa học Tự nhiên và Công nghệ, Trường Đại học Tây Nguyên;*
Tác giả liên hệ: Phạm Hữu Khánh; ĐT: 0905238905; Email: phkhanh@ttn.du.vn.

chúng tôi nhắc lại khái niệm tập giả giá được M. Brodmann and R. Y. Sharp đưa ra vào năm 2002 như sau: Tập giả giá thứ i của môđun M, ký hiệu bởi $\mathrm{Psupp}_R^i(M)$, là tập hợp được xác định như sau:

$$\mathrm{Psupp}_R^i(M) = \{p \in \mathrm{Spec}(R) \mid H_{pR_p}^{i-\dim(R/p)}(M_p) \neq 0\}.$$

(M. Brodmann and R. Y. Sharp 2002).

Cho $j \in \mathbb{Z}$ và $S \subset \mathrm{Spec}(R)$, chúng ta đặt

$$S_j = \{p \in S \mid \dim(R/p) = j\},$$

$$S_{\geq j} = \{p \in S \mid \dim(R/p) \geq j\}.$$

Các kết quả sau được chứng minh bởi N. T. Cuong, L. T. Nhan and N. T. K. Nga.

Bổ đề 1. (N. T. Cuong, L. T. Nhan and N. T. K. Nga 2010). Cho $i \geq 0$ là một số nguyên. Các mệnh đề sau đây đúng.

(i) $\dim(R/p) \leq i$, với mọi $p \in \mathrm{Psupp}^i(M)$.

(ii) $\left(\mathrm{Psupp}^i(M)\right)_i = \left(\mathrm{Ass}_R(M)\right)_i$.

Lý thuyết biểu diễn thứ cấp cho môđun Artin được giới thiệu bởi I. G. Macdonald 1973 là một đối ngẫu của lý thuyết phân tích nguyên sơ của môđun hữu hạn sinh. Theo I. G. Macdonald, mọi R-môđun Artin đều có biểu diễn thứ cấp cực tiểu A = $A_1 + A_2 + \ldots + A_r$, trong đó A_i là môđun p_i-thứ cấp với mọi i = 1,…, n. Tập hợp $\{p_1, p_2, \ldots, p_r\}$ độc lập với sự lựa chọn biểu diễn thứ cấp cực tiểu của A và được gọi là tập các iđêan nguyên tố gắn kết của A, ký hiệu là $\mathrm{Att}_R(A)$.

Với mỗi iđêan I của R, ký hiệu Var(I) là tập tất cả các iđêan nguyên tố của R chứa I. Chúng ta có các kết quả sau:

Bổ đề 2. (I. G. Macdonald 1973). Cho A là R-môđun Artin. Khi đó

$$\min \mathrm{Att}_R(A) = \min \mathrm{Var}(\mathrm{Ann}_R(A)).$$

Hơn nữa,

$$\dim_R(A) = \max\{\dim_R(R/p) \mid p \in \mathrm{Att}_R(A)\}.$$

Bổ đề 3. (M. Brodmann and R. Y. Sharp 1998). Cho A là R-môđun Artin. Khi đó A có cấu trúc $\hat{R}$-môđun Artin và

$$\mathrm{Att}_R(A) = \{\wp \cap R \mid \wp \in \mathrm{Att}_{\hat{R}}(A)\}.$$

Cho $\mathfrak{R} = \bigoplus_{n\geq 0} R_n$ là một đại số phân bậc chuẩn hữu hạn sinh trên $R_0 = R$ và $\mathfrak{M} = \bigoplus_{n\geq 0} M_n$ là $\mathfrak{R}-$ môđun phân bậc hữu hạn sinh.

Theo S. McAdam and P. Eakin 1979, tập $\mathrm{Ass}_R(M_n)$ ổn định khi n đủ lớn. Từ đây chúng ta đặt $t_0 > 0$ là số nguyên dương nhỏ nhất sao cho $\mathrm{Ass}_R(M_n) = \mathrm{Ass}_R(M_{t_0})$ với mọi $n \geq t_0$. L. T. Nhàn và cộng sự đã chứng minh rằng tồn tại số nguyên $t \geq t_0$ sao cho $\mathrm{depth}_{R_p}(M_n)_p = \mathrm{depth}_{R_p}(M_t)_p$ với mọi $n \geq t$ và mọi $p \in \mathrm{Spec}(R)$. Từ đây chúng ta đặt $t_1 \geq t_0$ là số nguyên dương nhỏ nhất sao cho $\mathrm{depth}_{R_p}(M_n)_p = \mathrm{depth}_{R_p}(M_{t_1})_p$ với mọi $n \geq t_1$ và mọi $p \in \mathrm{Spec}(R)$. Ký hiệu sau sẽ được sử dụng để chứng minh kết quả chính.

Ký hiệu 4. Giả sử $\mathrm{Ass}_R(M_{t_1}) = \{p_1, \ldots, p_r\}$. Với mỗi $i = 1, \ldots, r$ chúng ta đặt $\mathfrak{M}^{(i)} = \bigoplus_{n\geq 0} M_n / H_{p_i}^0(M_n)$. Khi đó $\mathfrak{M}^{(i)}$ là $\mathfrak{R}-$ môđun phân bậc hữu hạn sinh. Do đó tồn tại số nguyên nhỏ nhất $k_i \geq t_1$ sao cho $\mathrm{depth}_{R_{p_i}}(M_n / H_{p_i}^0(M_n))_{p_i} = \mathrm{depth}_{R_{p_i}}(M_{k_i} / H_{p_i}^0(M_{k_i}))_{p_i}$ với mọi $n \geq k_i$. Từ đây chúng ta ký hiệu

$$t_2 = \max\{k_1, \ldots, k_r\}.$$

Bằng cách chứng minh tương tự Định lý 2.13 của T. D. M. Chau, N. T. K. Nga and L. T. Nhan 2021, chúng ta có kết quả sau.

Bổ đề 5. Cho $i \geq 0$ là một số nguyên. Khi đó tập $\left(\mathrm{Psupp}_R^i(M_n)\right)_{\geq i-1}$ ổn định khi n đủ lớn.

Định lý sau là kết quả chính của bài báo này.

Định lý 6. Cho $\mathfrak{R} = \bigoplus_{n\geq 0} R_n$ là một đại số phân bậc chuẩn hữu hạn sinh trên $R_0 = R$ và $\mathfrak{M} = \bigoplus_{n\geq 0} M_n$ là $\mathfrak{R}-$ môđun phân bậc hữu hạn sinh. Khi đó, với mọi số nguyên $i \geq 0$, tập $\left(\mathrm{Psupp}_R^i(M_n) \setminus \mathrm{Psupp}_R^{i-1}(M_n)\right)_{\geq i-2}$ ổn định khi n đủ lớn.

Chứng minh.

Cho t_2 được xác định như trong Ký hiệu 4. Trường hợp i = 0 hoặc i = 1 là rõ ràng. Cho i = 2 và $n \geq t_2$. Từ Bổ đề 1 và Bổ đề 5 ta có

$$\left(\mathrm{Psupp}_R^2(M_n) \setminus \mathrm{Psupp}_R^1(M_n)\right)_{\geq 1}$$

$$= \left(\mathrm{Psupp}_R^2(M_{t_2}) \setminus \mathrm{Psupp}_R^1(M_{t_2})\right)_{\geq 1}.$$

Giả sử rằng $m \in \left(\mathrm{Psupp}_R^2(M_{t_2}) \setminus \mathrm{Psupp}_R^1(M_{t_2})\right)_{\geq 1}$.

Khi đó $H_m^2(M_{t_2}) \neq 0$ và $H_m^1(M_{t_2}) = 0$. Từ đây $H_m^2(M_{t_2} / H_m^0(M_{t_2})) \neq 0$ và $H_m^1(M_{t_2} / H_m^0(M_{t_2})) = 0$. Do đó $\mathrm{depth}_R(M_{t_2} / H_m^0(M_{t_2})) = 2$. Trước hết, chúng ta xét trường hợp $m \in \mathrm{Ass}_R(M_{t_2})$. Khi đó $m = p_i$ với p_i nào đó thuộc $\mathrm{Ass}_R(M_{t_2})$. Bởi cách chọn t_2 như trong Ký hiệu 4 ta suy ra $\mathrm{depth}_R(M_n / H_m^0(M_n)) = 2$. Từ đây $H_m^2(M_n / H_m^0(M_n)) \neq 0$ và $H_m^1(M_n / H_m^0(M_n)) = 0$. Do đó $H_m^2(M_n) \neq 0$ và $H_m^1(M_n) = 0$. Suy ra

$$m \in \mathrm{Psupp}_R^2(M_n) \setminus \mathrm{Psupp}_R^1(M_n).$$

Thứ hai, chúng ta xét trường hợp $m \notin \mathrm{Ass}_R(M_{t_2})$. Khi đó $\mathrm{depth}_R(M_{t_2}) \geq 1$. Vì $H_m^2(M_{t_2}) \neq 0$ và $H_m^1(M_{t_2}) = 0$ nên $\mathrm{depth}_R(M_{t_2}) = 2$. Do đó $\mathrm{depth}_R(M_n) = 2$ với mọi $n \geq t_2 \geq t_1$. Từ đây $H_m^2(M_n) \neq 0$ và $H_m^1(M_n) = 0$. Suy ra

$$m \in \mathrm{Psupp}_R^2(M_n) \setminus \mathrm{Psupp}_R^1(M_n).$$

Như vậy, trong mọi trường hợp ta luôn có $m \in \mathrm{Psupp}_R^2(M_n) \setminus \mathrm{Psupp}_R^1(M_n)$. Do đó

$$\mathrm{Psupp}_R^2(M_{t_2}) \setminus \mathrm{Psupp}_R^1(M_{t_2})$$
$$\subset \mathrm{Psupp}_R^2(M_n) \setminus \mathrm{Psupp}_R^1(M_n).$$

Lập luận tương tự ta có bao hàm thức ngược lại và do đó ta có đẳng thức

$$\mathrm{Psupp}_R^2(M_n) \setminus \mathrm{Psupp}_R^1(M_n)$$
$$= \mathrm{Psupp}_R^2(M_{t_2}) \setminus \mathrm{Psupp}_R^1(M_{t_2}).$$

Cho $i \geq 2$ và $n \geq t_2$. Từ Bổ đề 1 và Bổ đề 5 ta có

$$\left(\mathrm{Psupp}_R^i(M_n) \setminus \mathrm{Psupp}_R^{i-1}(M_n)\right)_{\geq i-1}$$
$$= \left(\mathrm{Psupp}_R^i(M_{t_2}) \setminus \mathrm{Psupp}_R^{i-1}(M_{t_2})\right)_{\geq i-1}.$$

Cho $p \in \mathrm{Psupp}_R^i(M_{t_2}) \setminus \mathrm{Psupp}_R^{i-1}(M_{t_2})$, sao cho $\dim(R/p) = i-2$. Khi đó $H_{pR_p}^2(M_{t_2})_p \neq 0$ và $H_{pR_p}^1(M_{t_2})_p = 0$. Do đó $\mathrm{depth}_{R_p}(M_{t_2}/H_p^0(M_{t_2}))_p = 2$.

Trước hết chúng ta xét trường hợp $p \in \mathrm{Ass}_R(M_{t_2})$. Từ sự lựa chọn t_2 ta có $\mathrm{depth}_{R_p}(M_n/H_p^0(M_n))_p = \mathrm{depth}_{R_p}(M_{t_2}/H_p^0(M_{t_2}))_p = 2$.

Do đó $H_{pR_p}^2(M_n)_p \neq 0$ và $H_{pR_p}^1(M_n)_p = 0$. Từ đây

$p \in \mathrm{Psupp}_R^i(M_n) \setminus \mathrm{Psupp}_R^{i-1}(M_n)$. Tiếp theo chúng ta xét trường hợp $p \notin \mathrm{Ass}_R(M_{t_2})$. Khi đó $pR_p \notin \mathrm{Ass}_{R_p}(M_{t_2})_p$. Từ đây $\mathrm{depth}_{R_p}(M_{t_2})_p \geq 1$. Mặt khác, vì $H_{pR_p}^2(M_{t_2})_p \neq 0$ và $H_{pR_p}^1(M_{t_2})_p = 0$ nên $\mathrm{depth}_{R_p}(M_{t_2})_p = 2$. Suy ra $\mathrm{depth}_{R_p}(M_n)_p = 2$ với mọi $n \geq t_2$. Từ đây $H_{pR_p}^2(M_n)_p \neq 0$ và $H_{pR_p}^1(M_n)_p = 0$. Vì vậy $p \in \mathrm{Psupp}_R^i(M_n) \setminus \mathrm{Psupp}_R^{i-1}(M_n)$. Như vậy, trong mọi trường hợp ta có

$$\left(\mathrm{Psupp}_R^i(M_{t_2}) \setminus \mathrm{Psupp}_R^{i-1}(M_{t_2})\right)_{\geq i-2}$$
$$\subset \left(\mathrm{Psupp}_R^i(M_n) \setminus \mathrm{Psupp}_R^{i-1}(M_n)\right)_{\geq i-2}.$$

Lập luận tương tự ta có bao hàm thức ngược lại. Do đó ta có đẳng thức

$$\left(\mathrm{Psupp}_R^i(M_n) \setminus \mathrm{Psupp}_R^{i-1}(M_n)\right)_{\geq i-2}$$
$$= \left(\mathrm{Psupp}_R^i(M_{t_2}) \setminus \mathrm{Psupp}_R^{i-1}(M_{t_2})\right)_{\geq i-2}.$$

Định lý được chứng minh.

Hệ quả 7. Cho $\mathfrak{R} = \bigoplus_{n\geq 0} R_n$ là một đại số phân bậc chuẩn hữu hạn sinh trên $R_0 = R$ và $\mathfrak{M} = \bigoplus_{n\geq 0} M_n$ là $\mathfrak{R}-$ môđun phân bậc hữu hạn sinh. Giả sử rằng R là thương của vành địa phương Cohen-Macaulay. Khi đó, với mọi số nguyên $i \geq 0$, tập

$$\left(\mathrm{Var}(\mathrm{Ann}_R(H_m^i(M_n))) \setminus \mathrm{Var}(\mathrm{Ann}_R(H_m^{i-1}(M_n)))\right)_{\geq i-2} \setminus$$

ổn định khi n đủ lớn.

Chứng minh.

Vì R là thương của vành địa phương Cohen-Macaulay nên theo Mệnh đề 2.5 trong M. Brodmann and R. Y. Sharp (2002) ta có $\mathrm{Psupp}_R^i(M_n) = \mathrm{Var}(\mathrm{Ann}_R(H_m^i(M_n)))$. Do đó, áp dụng Định lý 6 ta có đẳng thức cần chứng minh.

Với i =2, từ Định lý 6 và Hệ quả 7, ta có kết quả sau.

Hệ quả 8. Cho $\mathfrak{R} = \bigoplus_{n\geq 0} R_n$ là một đại số phân bậc chuẩn hữu hạn sinh trên $R_0 = R$ và $\mathfrak{M} = \bigoplus_{n\geq 0} M_n$ là $\mathfrak{R}-$ môđun phân bậc hữu hạn sinh. Khi đó, tập $\mathrm{Psupp}_R^2(M_n) \setminus \mathrm{Psupp}_R^1(M_n)$ ổn định khi n đủ lớn. Hơn nữa, nếu R là thương của vành địa phương Cohen-Macaulay thì $\mathrm{Var}(\mathrm{Ann}_R(H_m^2(M_n))) \setminus \mathrm{Var}(\mathrm{Ann}_R(H_m^1(M_n)))$ ổn định khi n đủ lớn.

4. KẾT LUẬN

Bằng cách sử dụng phương pháp địa phương hóa chúng tôi thu được một kết quả về tính ổn định của tập giả giá của các thành phần thuần nhất của môđun phân bậc hữu hạn sinh trên đại số phân bậc chuẩn. Ngoài ra, trong trường hợp R là thương của vành địa phương Cohen-Macaulay, chúng tôi thu được một kết quả về tính ổn định của đa tạp của linh hóa tử của các môđun đối đồng điều địa phương với giá cực đại.

THE ASYMPTOTIC STABILITY OF PSEUDO SUPPORT OF HOMOGENEOUS PARTS OF A GRADED MODULE

Pham Huu Khanh[1]

Received Date: 08/7/2023; Revised Date: 20/8/2023; Accepted for Publication: 21/8/2023

SUMMARY

Let $\mathfrak{R} = \underset{n\geq 0}{\oplus} R_n$ be a finitely generated standard graded algebra over $R_0 = R$, where (R,m) is a Noetherian local ring with maximal ideal m, and $\mathfrak{M} = \underset{n\geq 0}{\oplus} M_n$ a finitely generated graded $\mathfrak{R}-$ module. In this paper, we show that for all inteneger $i \geq 0,$ the set $\left(\mathrm{Psupp}^i_R(M_n) \setminus \mathrm{Psupp}^{i-1}_R(M_n)\right)_{\geq i-2}$ is stable for large n.

Keywords: *Stability, pseudo support, annihilator of local cohomology module.*

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Brodmann, M. (1979). Asymptotic stability of $\mathrm{Ass}_R(M / I^n M)$, Proc. Amer. Math. Soc., (1) 74, 16-18.

Brodmann, M. & Sharp, R.Y. (2002). On the dimension and multiplicity of local cohomology modules, Nagoya Math. J., 167, 2017-233.

Chau, T.D.M., Nga, N.T.K. & Nhan, L.T. (2021). Annihilator of local cohomology of homogeneous parts of a graded module, J. Algebra and Its Appl., 20, 2150092 (13 pages).

Cuong, N.T. & Hoang, N.V. (2008). On the vanishing and the finiteness of supports of generalized local cohomology modules, Manuscripta Math., (1) 126, 59-72.

Cuong, N.T., NHoang, N.V. & Khanh, P.H. (2010). Asymptotic stability of certain sets of associated prime ideals of local cohomology modules, Comm. Algebra, 38, 4416-4429.

Cuong, N.T., Nhan, L.T. & Nga, N.T.K. (2010). On pseudo supports and non Cohen-Macaulay locus of finitely generated modules, J. Algebra, 323, 3029-3038.

Macdonald, I.G. (1973). Secondary representation of modules over a commutative ring, Symp. Math., 11, 23-43.

McAdam, S. & Eakin, P. (1979). The asymptotic Ass, J. Algebra, 61, 71-81.

Melkersson, L. (1990). On asymptotic stability for sets of prime ideals connected with the powers of an ideal, Math. Proc. Camb. Phil. Soc., 107, 267 - 271.

McAdam, S. & Eakin, P. (1979). The asymptotic Ass, J. Algebra, 61, 71-81.

Rotthaus, C. & Sega, L.M. (2006). Open loci of graded modules, Trans. Amer. Math. Soc. 358, 4959–4980.

[1]*Faculty of Natural Sciences and Technology, Tay Nguyen University;*
Corresponding author:Pham Huu Khanh; Tel: 0905238905; Email: phkhanh@ttn.du.vn.