

Bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh lớp 10 thông qua dạy học chủ đề bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Nguyễn Thị Chi*, Phạm Thị Thanh Tú**

*GV, Trường THCS-THPT Hồng Hà, TP. Hồ Chí Minh

**TS, Trường Đại học Sài Gòn

Received: 12/6/2024; Accepted: 19/6/2024; Published: 26/6/2024

Abstract: The article proposes a number of measures to foster mathematical modeling capacity for 10th grade students through teaching the topic of inequalities and two-hidden first-order inequality systems, including: Using Practical problems related to the topic of inequalities and systems of first-order inequalities with two unknowns to train students to convert practical language into mathematical language, thereby establishing mathematical models; coordinate the use of GeoGebra software to support students in solving mathematical problems on the topic of inequalities and two-implicit first-order inequality systems in the established mathematical model; Organize students to verify the correctness of the solution on the established mathematical model.

Keywords: Capacity, mathematical modeling, GeoGebra, two unknown first order inequality system

1. Đặt vấn đề

Theo Nghị quyết số 29-NQ/TW, việc đổi mới phương pháp dạy học là cần thiết để phát triển phẩm chất và năng lực của học: “Tiếp tục đổi mới mạnh mẽ phương pháp dạy và học theo hướng hiện đại; phát huy tính tích cực, chủ động, sáng tạo và vận dụng kiến thức, kỹ năng của người học; khắc phục lối truyền thụ áp đặt một chiều, ghi nhớ máy móc. Tập trung dạy cách học, cách nghĩ, khuyến khích tự học, tạo cơ sở để người học tự cập nhật và đổi mới tri thức, kỹ năng, phát triển năng lực”. Năng lực mô hình hóa toán học là một trong những năng lực cốt lõi theo Chương trình giáo dục phổ thông tổng thể 2018, giúp học sinh áp dụng kiến thức toán học vào thực tế và giải quyết các vấn đề thực tiễn bằng cách chuyển đổi chúng thành các bài toán toán học. Trong thực tế giảng dạy, nâng cao chất lượng giáo dục toán học luôn là mục tiêu hàng đầu. Mô hình hóa toán học là một trong những phương pháp hiệu quả giúp học sinh hiểu sâu hơn về bản chất của toán học và ứng dụng của nó trong đời sống thực tế. Tuy nhiên, nhiều học sinh vẫn gặp khó khăn trong việc vận dụng kiến thức toán học để giải quyết các bài toán thực tế, đặc biệt là các chủ đề phức tạp như bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn. Bài viết đề xuất một số biện pháp bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh lớp 10 thông qua dạy học chủ đề bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Quan niệm về năng lực mô hình hóa toán học

Theo tác giả Lê Hồng Quang (2020): “Năng lực MHH toán học là khả năng thực hiện đầy đủ các giai đoạn của quá trình MHH (toán học hoá, giải bài toán, thông hiểu, đối chiếu) nhằm giải quyết vấn đề được đặt ra”. Chương trình giáo dục phổ thông môn toán 2018 coi năng lực mô hình hóa là một trong những năng lực Toán học cần được tập trung phát triển trong quá trình dạy học môn toán ở trường phổ thông Việt Nam. Biểu hiện của năng lực mô hình hóa toán học thể hiện qua việc thực hiện các hành động : xác định được mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, bảng biểu, đồ thị,...) cho tình huống xuất hiện trong bài toán thực tiễn; giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập; thể hiện và đánh giá được lời giải trong ngữ cảnh thực tế và cải tiến được mô hình nếu cách giải quyết không phù hợp.

Từ các quan niệm trên, chúng tôi đồng quan điểm với quan niệm năng lực mô hình hóa Toán học theo chương trình giáo dục phổ thông môn toán 2018.

2.2. Biểu hiện của năng lực mô hình hóa toán học của học sinh trong học chủ đề bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Trên cơ sở nội dung của chủ đề bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn, cũng như quan niệm về năng lực mô hình hóa toán học ở cấp THPT theo chương trình phổ thông 2018, chúng tôi đề xuất một số biểu hiện năng lực mô hình hóa toán học của học sinh trong học chủ đề bất phương trình và hệ bất

phương trình bậc nhất hai ẩn như sau:

Học sinh có khả năng thiết lập các mô hình toán học từ các bài toán thực tiễn liên quan đến việc sử dụng kiến thức trong chủ đề bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Học sinh có khả năng giải quyết các vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập

Học sinh có khả năng kiểm chứng và lý giải tính đúng đắn của lời giải

Như vậy, dựa vào các biểu hiện đã trình bày, cần phải có các biện pháp để bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh khi dạy học chủ đề bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

2.3. Một số biện pháp bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học của học sinh trong dạy học chủ đề bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

2.3.1 Rèn luyện cho học sinh chuyển đổi từ ngôn ngữ thực tế sang ngôn ngữ toán học để thiết lập mô hình toán học thông qua các bài toán thực tiễn về bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Biện pháp nhằm giúp học sinh thiết lập mô hình toán học từ việc chuyển đổi ngôn ngữ thực tế sang ngôn ngữ toán học cho các bài toán về bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn. Kỹ năng này hỗ trợ học sinh tạo ra các mô hình toán học, từ đó bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học của các em.

Giáo viên chọn bài toán thực tiễn về bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn đơn giản và gần gũi với học sinh. GV hướng dẫn và yêu cầu các nhóm HS phân tích bài toán và hiểu vấn đề thực tiễn: xác định các đại lượng đã biết, các đại lượng chưa biết, chỉ ra mục tiêu của bài toán, chuyển đổi ngôn ngữ thực thể sang ngôn ngữ toán học, thiết lập được mô hình toán học.

Ví dụ 1: Trong một tuần, bạn Mạnh có thể thu xếp được tối đa 12 giờ để tập thể dục giảm cân bằng hai môn : đạp xe và tập cử tạ tại phòng tập. Cho biết mỗi giờ đạp xe sẽ tiêu hao 350 calo và không tốn chi phí, mỗi giờ tập cử tạ sẽ tiêu hao 700 calo với chi phí 50 000 đồng/giờ. Mạnh muốn tiêu hao nhiều calo nhưng không được vượt quá 7 000 calo một tuần. Hãy giúp bạn Mạnh tính số giờ đạp xe và số giờ tập tạ một tuần để chi phí tập luyện là ít nhất.

Dưới sự hướng dẫn của GV, HS cho kết quả mong đợi:

Các đại lượng đã biết:

Tổng số giờ tập luyện tối đa mỗi tuần: 12 giờ.

Lượng calo tiêu thụ mỗi giờ: đạp xe là 350 calo/giờ, tập cử tạ là 700 calo/giờ.

Giới hạn calo tiêu thụ không vượt quá 7000 calo

một tuần.

Các đại lượng chưa biết: số giờ đạp xe trong tuần và số giờ tập cử tạ trong tuần

Bài toán yêu cầu: tính số giờ tập đạp xe và tập cử tạ để chi phí tập luyện là nhỏ nhất.

GV yêu cầu mô tả việc chuyển đổi ngôn ngữ. HS cho kết quả mong đợi:

Ngôn ngữ thực tế	Ngôn ngữ Toán học
Cần tìm số giờ đạp xe trong tuần và số giờ tập cử tạ trong tuần	Gọi x, y là số giờ bạn Mạnh đạp xe và tập tạ trong một tuần. ($x \geq 0, y \geq 0$)
Mạnh có thể thu xếp được tối đa 12 giờ	$x + y \leq 12$
Mỗi giờ đạp xe sẽ tiêu hao 350 calo, tập cử tạ sẽ tiêu hao 700 calo và không vượt quá 7 000 calo một tuần	$350x + 700y \leq 7000$ hay $x + 2y \leq 20$
Mỗi giờ đạp xe không tốn phí, tập cử tạ 50 000 đồng/giờ. Cần tính số giờ đạp xe và tập tạ một tuần để chi phí tập luyện là ít nhất	Gọi F là tổng chi phí tập luyện $F = 50000y$ (đồng) $F_{\min} = ?$

Bài toán quy về tìm giá trị x, y thỏa mãn hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 12 \\ x + 2y \leq 20 \end{cases} \quad (I) \text{ để } F = 50000y \text{ (đồng) là nhỏ nhất}$$

2.3.2. Phối hợp sử dụng phần mềm GeoGebra để hỗ trợ học sinh giải quyết bài toán toán học chủ đề bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trong mô hình toán học đã được thiết lập

Biện pháp nhằm hỗ trợ học sinh giải quyết bài toán về bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trong mô hình toán học đã thiết lập bằng cách phối hợp sử dụng phần mềm GeoGebra.

Khi dạy chủ đề bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn, giáo viên có thể phối hợp sử dụng phần mềm GeoGebra để minh họa các khái niệm và quy trình giải toán một cách trực quan và sinh động. Đồng thời, giáo viên cung cấp các bài tập thực hành cụ thể phù hợp với năng lực của học sinh để học sinh thực hành trên GeoGebra. Các bước tiến hành chi tiết như sau: GV chia lớp thành các nhóm

Bước 1: Yêu cầu học sinh mở GeoGebra và nhập các bất phương trình bậc nhất hai ẩn vào ô nhập lệnh.

Bước 2: Hướng dẫn học sinh sử dụng các công cụ của GeoGebra để vẽ biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn lên mặt phẳng tọa độ.

Bước 3: Học sinh rút ra kết luận từ việc quan sát và phân tích miền nghiệm trên GeoGebra, từ đó hiểu rõ hơn về bài toán và các khái niệm liên quan.

Ví dụ 2. Dựa vào mô hình toán học đã lập ở ví dụ 1, GV hướng dẫn học sinh sử dụng GeoGebra để giải

bài toán: tìm giá trị x, y thỏa mãn hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 12 \\ x + 2y \leq 20 \end{cases} \quad \text{(I) để } F = 50000y \text{ (đồng) là nhỏ nhất}$$

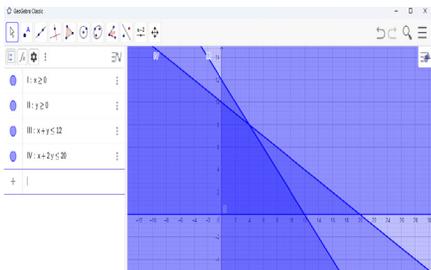
Bước 1: Yêu cầu học sinh mở GeoGebra và chọn chế độ “Graphing”, nhập các bất phương trình trong hệ (I) vào ô nhập lệnh (hình 1)

Bước 2: Hướng dẫn học sinh sử dụng các công cụ của GeoGebra:

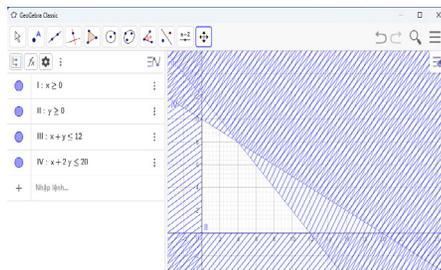
+ Vào kiểu để chọn kiểu đường thẳng, độ dày đường thẳng, độ mờ của dòng (Line Opacity), tô màu nền, đảo ngược sự lấp đầy, góc, khoảng cách. (hình 2)

+ Tìm tọa độ các đỉnh của miền đa giác không bị gạch bằng cách tìm giao điểm của các đường thẳng. Nhập các phương trình đường thẳng tương ứng với mỗi bất phương trình $\rightarrow A =$ giao điểm (đối tượng 1, đối tượng 2) để tìm được tọa độ đỉnh A, tương tự tìm được tọa độ các đỉnh còn lại của đa giác (hình 3)

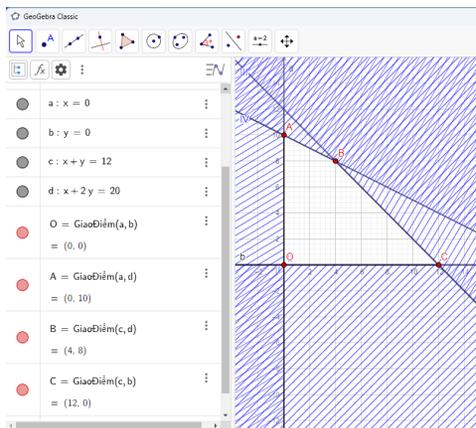
+ Tiếp đến nhập hàm mục tiêu vào ô nhập lệnh $F = 50000y$, rồi nhập $F(A), F(B), F(C)$ để tính giá trị của F tại các điểm A, B, C, tiếp theo nhập hàm GTNN để tìm giá trị nhỏ nhất của F (hình 4)



Hình 1: Nhập các bất phương trình (nguồn: tác giả)



Hình 2: Biểu diễn miền nghiệm hệ bất phương trình (nguồn: tác giả)



Hình 3: Tìm tọa độ đỉnh của đa giác nghiệm (nguồn: tác giả)

Bước 3: Từ kết quả có được nhờ sự hỗ trợ của phần mềm Geogebra, các nhóm học sinh có hai kết luận khác nhau:

+ Kết luận 1: F đạt GTNN bằng 0 tại $O(0,0)$ hoặc $C(12,0)$. Vậy Mạnh muốn chi phí tập luyện là ít nhất thì Mạnh không tập luyện cả hai môn thể thao trên hoặc Mạnh chỉ đạp xe 12 giờ và không tập tạ.

+ Kết luận 2: F đạt GTNN bằng 0 tại $O(0,0)$ hoặc $C(12,0)$. Vậy Mạnh muốn chi phí tập luyện là ít nhất thì Mạnh chỉ đạp xe 12 giờ và không tập tạ.

Thông qua việc sử dụng GeoGebra để biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn, năng lực mô hình hóa toán học của học sinh được bồi dưỡng.

2.3.3. Tổ chức cho học sinh thực hiện kiểm chứng tính đúng đắn của lời giải trên mô hình toán học đã được thiết lập

Biện pháp nhằm giúp học sinh có khả năng kiểm chứng và lí giải tính đúng đắn của lời giải trên mô hình toán học đã được thiết lập, giúp học sinh thấy rõ mối liên hệ giữa lý thuyết và thực tiễn.

Cách thức thực hiện: GV có thể hướng dẫn cho học sinh thực hiện theo các bước:

Xác định rõ yêu cầu của bài toán \rightarrow xem xét lời giải đã đề xuất \rightarrow kiểm tra tính đúng đắn của lời giải \rightarrow tổng kết và đánh giá \rightarrow đề xuất các cải tiến (nếu cần)

Ví dụ 3. Dựa vào các kết luận ở ví dụ 2, GV tổ chức cho HS thực hiện các bước để

kiểm tra lời giải.

+ Xác định rõ yêu cầu của bài toán: tìm số giờ đạp xe và số giờ tập cử tạ sao cho không vượt quá 12 giờ mỗi tuần mà Mạnh tiêu hao được nhiều calo nhất nhưng không được vượt quá 7.000 calo, đồng thời chi phí tập luyện là ít nhất.

+ Có 2 lời giải khác nhau:

- Lời giải 1: Mạnh muốn chi phí tập luyện là ít nhất thì Mạnh không tập luyện cả hai môn thể thao trên hoặc Mạnh chỉ đạp xe 12 giờ và không tập tạ

- Lời giải 2: Mạnh muốn chi phí tập luyện là ít nhất thì Mạnh chỉ đạp xe 12 giờ và không tập tạ.

+ Kiểm tra tính đúng đắn của lời giải

- Lời giải 1: Thay $x=0$, $y=0$ và $x=12$, $y=0$ vào (I) thỏa và F đạt GTNN bằng 0. Tuy nhiên nếu tại $x=0$, $y=0$ thỏa nghĩa là Mạnh không tập luyện cả hai môn thể thao trên, điều này trái với yêu cầu bài toán là Mạnh phải tham gia tập luyện

- Lời giải 2: Thay $x=12$, $y=0$ vào (I) thỏa và F đạt GTNN bằng 0. Lời giải này có chi phí tập luyện là 0 đồng và Mạnh tiêu hao được 4200 calo trong tuần, thỏa mãn tất cả các ràng buộc và yêu cầu bài toán.

+ Tổng kết và đánh giá: lời giải tối ưu cho bài toán này là Mạnh nên đạp xe 12 giờ mỗi tuần và không cần tập tạ để đạt chi phí tập luyện ít nhất và vẫn tiêu hao được một lượng calo đáng kể.

3. Kết luận

Bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh thông qua dạy học chủ đề bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn không chỉ giúp nâng cao chất lượng học tập môn Toán mà còn cho các em thấy sự gắn kết giữa toán học và thực tiễn. Điều này khơi dậy niềm đam mê toán học, giúp các em cảm nhận được vai trò thiết yếu của toán học trong đời sống hàng ngày. Một số biện pháp đề

xuất trong bài viết hy vọng sẽ cung cấp thêm thông tin hữu ích cho giáo viên và học sinh trung học phổ thông trong quá trình giảng dạy và học tập môn Toán, góp phần thực hiện mục tiêu của chương trình giáo dục phổ thông mới.

Tài liệu tham khảo

1. Ban chấp hành Trung ương Đảng khóa XI (2013), *Nghị quyết đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào tạo*, số 29-NQ/TW, ngày 4 tháng 11 năm 2013, Hà Nội.

2. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018), *Chương trình giáo dục phổ thông tổng thể*, Hà Nội: NXB GD.

3. Lê Hồng Quang. (2017), *Vai trò của phương pháp mô hình hóa toán học trong dạy và học toán ở trường phổ thông*. Tạp chí Giáo dục, số đặc biệt 3/2017, tr.110-113.

4. Nguyễn Danh Nam. (2016), *Phương pháp mô hình hóa trong dạy học Toán ở trường phổ thông*. TP. Đà Nẵng: NXB Đà Nẵng.

5. Vũ Thị Phương. *Sử dụng GeoGebra để củng cố lý thuyết hình học*. Tạp chí khoa học Đại học sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh, Tập 18, tr. 817-826.

Ứng dụng mô hình lập luận.....(tiếp theo trang 32)

3. Kết luận

Phát triển năng lực lập luận không chỉ quan trọng trong việc học toán mà còn trong nhiều lĩnh vực khác của cuộc sống, giúp nâng cao khả năng tư duy, giải quyết vấn đề và ra quyết định một cách chính xác, hiệu quả. Bài báo đã giới thiệu một phương pháp lập luận do Toulmin xây dựng và phân tích mô hình này trên một vài ví dụ toán học. Trên cơ sở đó, bạn đọc có thể ứng dụng phân tích và đưa ra chiến lược để chứng minh và thuyết phục cho một khẳng định trong cuộc sống nói chung và trong toán học nói riêng.

Tài liệu tham khảo

[1]. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán*, Hà Nội.

[2]. Nguyễn Phú Lộc (2016). *Tích cực hóa hoạt động học tập của HS trong dạy học môn Toán*. NXB Đại học Cần Thơ.

[3]. Phạm Thị Minh Hải (2019). *Giới thiệu sơ lược về mô hình lập luận của toulmin*. Tạp chí khoa học - Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh. Tập 16, Số 5, Trang 186-190.

[4]. Nguyễn Đăng Minh Phúc (2017). *Suy luận ngoại suy trên các biểu diễn toán động*, Đề tài khoa học, Trường Đại học Sư phạm, Đại học Huế).

[4]. Nguyễn Đức Dân (2014). Về khái niệm lập luận trong sách giáo khoa. *Tạp chí khoa học - Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh*. Số 59, Trang 23-33.

[5]. Andrew, A. (2005). *The Uses of Argument in Mathematics*. Truy cập ngày 14/6/2024, từ <https://core.ac.uk/download/pdf/72768229.pdf>

[6]. Nguyễn Danh Nam, Nguyễn Thị Diệu Ngọc (2021). Sử dụng biểu diễn trực quan động hỗ trợ HS suy luận toán học. *Tạp chí Giáo dục và Xã hội số 59*. Trang 23-33.

[7]. Hoàng Phê (2023). *Từ điển tiếng Việt*. Nhà xuất bản Hồng Đức.

[8]. Đoàn Thanh Phúc, Lê Việt Minh Triết (2024). *Phát triển năng lực tư duy phản biện cho HS bằng hình thức tranh luận trong dạy học quan hệ vuông góc trong không gian*. Tạp chí Khoa học Đại học Cần Thơ, tập 60. DOI:10.22144/ctujos.2024.283