

Bồi dưỡng năng lực tư duy và lập luận toán học cho học sinh lớp 11 thông qua dạy học ứng dụng thực tế của hàm số mũ với sự hỗ trợ của công nghệ thông tin

Nguyễn Chiến Thắng*, La Thanh Hùng*, Nguyễn Thị Hà Giang*

*Trường Đại học Sài Gòn

Received: 10/6/2024; Accepted: 19/6/2024; Published: 26/6/2024

Abstract. In the 2018 General Education Curriculum in Mathematics, the mathematical thinking and reasoning competency is the first core component of mathematical competencies that needs to be formed and developed for students. This competency represents the most essential characteristic of learning mathematics. The mathematical thinking and reasoning competency not only plays an important role in teaching and forming new knowledge but also helps students solve practical problems. In this article, we learn about the manifestations of the mathematical thinking and reasoning competency, and propose directions to foster this competency for 11th-Grade students through teaching practical applications of exponential functions with the aid of information technology.

Keywords. The mathematical thinking and reasoning competency, exponential functions, practical applications, information technology, 11th-Grade students.

1. Mở đầu

Theo Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018, toán học ngày càng có nhiều ứng dụng trong cuộc sống, những kiến thức và kỹ năng toán học cơ bản đã giúp con người giải quyết các vấn đề trong thực tế cuộc sống một cách có hệ thống và chính xác (Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2018). Một đặc điểm khác của toán học là trong quá trình học và áp dụng toán học, học sinh luôn có cơ hội sử dụng các phương tiện công nghệ, thiết bị dạy học hiện đại, đặc biệt là máy tính điện tử và máy tính cầm tay hỗ trợ quá trình biểu diễn, tìm tòi, khám phá kiến thức, giải quyết vấn đề toán học (Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2018). Vì vậy, trong dạy học toán, giáo viên cần chú trọng khai thác các tình huống thực tế giúp học sinh ứng dụng kiến thức được học, đặc biệt là những tình huống được giải quyết với sự hỗ trợ của phần mềm toán học. Hàm số mũ có nhiều ứng dụng trong thực tế. Trong bài báo này, chúng tôi đề xuất một số cách thức bồi dưỡng năng lực tư duy và lập luận toán học cho học sinh thông qua dạy học ứng dụng thực tế hàm số mũ với sự hỗ trợ của công nghệ thông tin, trong đó có tình huống sử dụng phần mềm GeoGebra để hỗ trợ giải quyết vấn đề.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Năng lực tư duy và lập luận toán học trong dạy học ứng dụng thực tế của hàm số mũ

Trong Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán, yêu cầu cần đạt của năng lực tư duy và lập

luận toán học cấp trung học phổ thông là (Bảng 2.1):

Bảng 2.1: Yêu cầu cần đạt của năng lực tư duy và lập luận toán học cấp trung học phổ thông

Thể hiện của năng lực tư duy và lập luận toán học	Yêu cầu cần đạt cấp trung học phổ thông
- Thực hiện được các thao tác tư duy như: so sánh, phân tích, tổng hợp, đặc biệt hoá, khái quát hoá, tương tự; quy nạp, diễn dịch.	- Thực hiện được tương đối thành thạo các thao tác tư duy, đặc biệt phát hiện được sự tương đồng và khác biệt trong những tình huống tương đối phức tạp và lí giải được kết quả của việc quan sát.
- Chỉ ra được chứng cứ, lí lẽ và biết lập luận hợp lí trước khi kết luận.	- Sử dụng được các phương pháp lập luận, quy nạp và suy diễn để nhìn ra những cách thức khác nhau trong việc giải quyết vấn đề.
- Giải thích hoặc điều chỉnh được cách thức giải quyết vấn đề về phương diện toán học.	- Nêu và trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề. Giải thích, chứng minh, điều chỉnh được giải pháp thực hiện về phương diện toán học.

Theo Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018, chủ đề *Hàm số mũ* có yêu cầu cần đạt như sau (Bảng 2.2):

Bảng 2.2: Yêu cầu cần đạt của chủ đề Hàm số mũ ở lớp 11

Yêu cầu cần đạt	Ví dụ minh họa
- Nhận biết được hàm số mũ.	- Tính $y = 2^x$ khi x lần lượt nhận các giá trị $-1; 0; 1$. Với mỗi giá trị của x có bao nhiêu giá trị của $y = 2^x$ tương ứng? Với những giá trị nào của x thì biểu thức $y = 2^x$ có nghĩa?

Nêu được một số ví dụ thực tế về hàm số mũ.

- Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số mũ?
 a. $y = (\sqrt{2})^x$
 b. $y = 3^{x^2}$
 c. $y = x^2$

- Hãy nêu một số ví dụ thực tế về hàm số mũ trong các lĩnh vực: Tài chính, Tăng trưởng dân số, Hóa học, Vật lí.

Nhận xét: Thông qua các ví dụ này, học sinh có cơ hội nhận biết mối quan hệ hàm số giữa biến độc lập x và biến phụ thuộc y qua công thức $y = 2^x$, nhận biết được tập xác định của hàm số mũ, nhận biết công thức biểu thị hàm số mũ, nhận biết ý nghĩa thực tế của hàm số mũ.

- Nhận dạng được đồ thị của các hàm số mũ.

Trong các đồ thị sau, đâu là đồ thị của hàm số mũ?

Đồ thị 2.1

Nhận xét: Thông qua ví dụ này, học sinh có cơ hội nhận dạng được đồ thị của hàm số mũ trong các đồ thị cho trước.

- Giải thích được các tính chất của hàm số mũ thông qua đồ thị của nó.

Đồ thị 2.2

Cho hàm số mũ $y = 3^x$ và đồ thị của nó.

a) Hãy cho biết vị trí của đồ thị hàm số $y = 3^x$ so với trục hoành.

b) Quan sát đồ thị của hàm số $y = 3^x$, hãy nêu nhận xét về:
 (i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 3^x$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3^x$
 (ii) Sự biến thiên của hàm số $y = 3^x$ và lập bảng biến thiên của hàm số đó.

Nhận xét: Thông qua ví dụ này, học sinh giải thích được các tính chất cơ bản của hàm số mũ có cơ số lớn hơn 1 thông qua quan sát đồ thị của hàm số đó.

- Giải quyết được một số vấn đề có liên quan đến môn học khác hoặc có liên quan đến thực tiễn gắn với hàm số mũ (ví dụ: lãi suất, sự tăng trưởng, ...).

Trong Vật lí, sự phân rã của các chất phóng xạ được cho bởi công thức: $m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$; trong đó, m_0 là khối lượng chất phóng xạ ban đầu (tại thời điểm $t = 0$), $m(t)$ là khối lượng chất phóng xạ tại thời điểm t và T là chu kì bán rã (tức là khoảng thời gian để một nửa số nguyên tử của chất phóng xạ biến thành chất khác). Hạt nhân Poloni (Po) là chất phóng xạ α có chu kì bán rã là 138 ngày. Giả sử lúc đầu có 100 gam Poloni. Tính khối lượng Poloni còn lại sau 100 ngày theo đơn vị gam (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Nhận xét: Ví dụ này tạo cơ hội cho học sinh vận dụng kiến thức của hàm số mũ để giải quyết vấn đề liên quan đến môn Vật lí. Ngoài việc giải quyết vấn đề theo yêu cầu đặt ra, giáo viên có thể sử dụng phần mềm GeoGebra để minh họa đồ thị của hàm số $m(t)$ để học sinh nhận thấy sự giảm xuống của khối lượng Poloni theo thời gian một cách trực quan.

Như vậy, có thể rút ra những thể hiện của năng lực tư duy và lập luận toán học trong dạy học ứng dụng thực tế của hàm số mũ theo các khía cạnh sau:

Thứ nhất, thể hiện trong việc phân tích vấn đề gắn với các yếu tố có mặt trong công thức xác định hàm số mũ. Học sinh có thể sử dụng kiến thức hàm số mũ để phân tích tình huống thực tế giúp hiểu các yếu tố có mặt trong công thức hàm số mũ, sử dụng đồ thị được vẽ bởi phần mềm tin học để lí giải các số liệu.

Thứ hai, thể hiện trong việc áp dụng kiến thức hàm số mũ một cách sáng tạo. Học sinh có thể lập luận xác định mô hình toán học của tình huống thực tế liên quan đến hàm số mũ; sử dụng các phương pháp lập luận, quy nạp và suy diễn để nhìn ra những cách thức khác nhau trong việc giải quyết vấn đề thực tế liên quan hàm số mũ; sáng tạo trong việc áp dụng kiến thức hàm số mũ vào các bài toán thực tế, tạo ra những phương pháp giải quyết mới mẻ và hiệu quả.

Thứ ba, thể hiện trong khả năng xác định mối quan hệ toán học liên quan đến hàm số mũ. Học sinh có thể nhận biết và xác định mối quan hệ toán học liên quan đến hàm số mũ giữa các yếu tố trong bài toán thực tế, từ đó lường, tính toán đến việc đưa ra kết luận logic cũng như dự đoán kết quả từ dữ kiện của bài toán và đặc điểm của hàm số mũ.

Giáo viên có thể xây dựng các tình huống thực tế liên quan đến hàm số mũ đáp ứng một số khía cạnh nêu trên với sự hỗ trợ của công nghệ thông tin. Thông qua các tình huống như vậy, giáo viên giúp học sinh sử dụng các thao tác tư duy và có điểm tựa trực quan để suy luận giải quyết vấn đề.

2.2. Một số hướng bồi dưỡng năng lực tư duy và lập luận cho học sinh thông qua dạy học ứng dụng thực tế của hàm số mũ với sự hỗ trợ của công nghệ thông tin

Trên cơ sở phân tích nội dung và yêu cầu cần đạt của năng lực tư duy và lập luận toán học ở cấp trung học phổ thông và những thể hiện của năng lực này trong dạy học ứng dụng thực tế của hàm số mũ, chúng tôi đề xuất một số hướng bồi dưỡng năng lực tư duy và lập luận cho học sinh thông qua dạy học ứng dụng thực tế của hàm số mũ với sự hỗ trợ của công nghệ thông tin như sau:

Hướng 1: Tạo cơ hội cho học sinh nhận biết đồ thị của hàm số mũ có mặt trong tình huống thực tế bằng cách sử dụng phần mềm tin học phù hợp, đặc biệt là phần mềm GeoGebra.

Trong nhiều tình huống thực tế, việc giải quyết đôi khi chỉ cần sử dụng các tính chất của hàm số mũ. Tuy nhiên, giáo viên có thể sử dụng phần mềm tin học như GeoGebra vẽ đồ thị hàm số có mặt trong tình huống để học sinh quan sát và lí giải kết quả một cách trực quan.

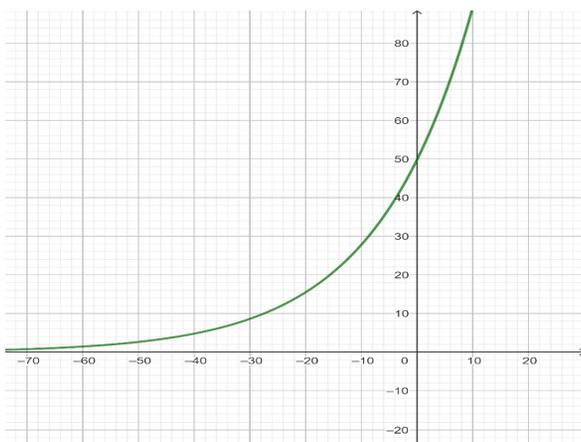
Ví dụ. Khối lượng vi khuẩn của một mẻ nuôi cấy sau t giờ kể từ thời điểm ban đầu được cho bởi công thức $M(t) = 50.1,06^t$ (g).

a) Tìm khối lượng vi khuẩn tại thời điểm bắt đầu nuôi cấy (gọi là *khối lượng ban đầu*).

b) Tính khối lượng vi khuẩn sau 2 giờ và sau 10 giờ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

c) Khối lượng vi khuẩn tăng dần hay giảm dần theo thời gian? Tại sao?

Đối với tình huống này, sau khi học sinh sử dụng kiến thức về hàm số mũ để giải, giáo viên có thể sử dụng phần mềm GeoGebra để vẽ đồ thị hàm số $M(t) = 50.1,06^t$, yêu cầu học sinh giải thích kết quả thông qua đồ thị 2.3.



Đồ thị 2.3. Hàm số $M(t) = 50.1,06^t$

Từ đồ thị, học sinh giải thích được tại thời điểm ban đầu ($t = 0$) thì khối lượng vi khuẩn là 50. Học sinh giải thích được khối lượng vi khuẩn tăng dần

dẫn theo thời gian vì nhánh bên phải trục tung đi lên từ trái sang phải.

Hướng 2: Sử dụng các tình huống thực tế có các dữ kiện và đồ thị phù hợp với hàm số mũ để học sinh phân tích, lập luận xác định công thức hàm số mũ tương thích.

Trong những tình huống được xây dựng theo hướng này, học sinh quan sát đồ thị, phân tích hình dạng, liên kết với dữ liệu đã cho để suy luận ra các yếu tố chưa biết trong công thức hàm số mũ.

3. Kết luận

Trong bài báo này, chúng tôi đã làm rõ được các yêu cầu cần đạt của hàm số mũ ở lớp 11 thông qua các ví dụ minh họa tương ứng. Kết hợp với các yêu cầu cần đạt cấp trung học phổ thông của năng lực tư duy và lập luận toán học, chúng tôi đã đề xuất ba khía cạnh thể hiện của năng lực này trong dạy học ứng dụng thực tế của hàm số mũ. Từ đó, chúng tôi đã xây dựng hai hướng bồi dưỡng năng lực tư duy và lập luận cho học sinh thông qua dạy học ứng dụng thực tế của hàm số mũ với sự hỗ trợ của công nghệ thông tin. Các hướng bồi dưỡng này được minh họa bằng hai tình huống được phân tích chi tiết để thấy được vai trò của công nghệ thông tin trong hỗ trợ học sinh suy luận giải quyết vấn đề thực tế liên quan đến hàm số mũ.

Tài liệu tham khảo

[1] Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018), *Chương trình Giáo dục phổ thông - Chương trình môn Toán* (Ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26 tháng 12 năm 2018 của Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo), Hà Nội.

[2] Lê Thị Hoài Châu (Tổng Chủ biên), Trần Anh Dũng (Chủ biên), Trần Trí Dũng, Lê Chân Đức, Ngô Minh Đức, Phạm Duy Khánh, Hồ Lộc Thuận (2023), *Toán 11 (tập 2)*, NXB Đại học Huế.

[3] Trần Nam Dũng (Tổng Chủ biên), Trần Đức Huyền, Nguyễn Thành Anh (đồng Chủ biên), Nguyễn Cam, Ngô Hoàng Long, Phạm Hoàng Quân, Phạm Thị Thu Thủy (2023), *Toán 11 (tập 2)*, NXB Giáo dục Việt Nam.

[4] Hà Huy Khoái (Tổng Chủ biên), Cung Thế Anh, Trần Văn Tấn, Đặng Hùng Thắng (đồng Chủ biên), Trần Mạnh Cường, Lê Văn Cường, Nguyễn Đạt Đăng, Lê Văn Hiện, Phan Thanh Hồng, Trần Đình Kế, Phạm Anh Minh, Nguyễn Thị Kim Sơn (2023), *Toán 11 (tập 2)*, NXB Giáo dục Việt Nam.

[5] Đỗ Đức Thái (Tổng Chủ biên kiêm Chủ biên), Phạm Xuân Chung, Nguyễn Sơn Hà, Nguyễn Thị Phương Loan, Phạm Sỹ Nam, Phạm Minh Phương (2023), *Toán 11 (tập 2)*, NXB ĐHSP.