

# Ứng dụng công cụ Wolfram|Alpha trong giảng dạy Giải tích tại Trường Đại học Vinh

**Đinh Thanh Giang\***

*\*TS. Khoa Toán học, Trường Sư phạm, Trường Đại học Vinh*

*Received: 25/7/2024; Accepted: 06/8/2024; Published: 12/08/2024*

**Abstract:** *The paper presents some applications of the Wolfram|Alpha tool in teaching and learning Calculus, a subject with many abstract concepts for students. The tool facilitates quick calculations of complex problems, visualizes them with graphs, and provides detailed step-by-step solutions with guiding questions (hints). Wolfram|Alpha actively contributes to enhancing the quality of teaching and learning Calculus at Vinh University.*

**Keywords:** *Wolfram|Alpha, application, mathematics, teaching Calculus.*

## 1. Đặt vấn đề

Môn Giải tích trong chương trình toán bậc đại học là một lĩnh vực cơ bản và quan trọng, không chỉ cung cấp các công cụ toán học mạnh mẽ mà còn rèn luyện khả năng tư duy logic và phân tích. Tại trường Đại học Vinh, đây là môn học nền tảng được giảng dạy cho các khối ngành khác nhau như Tự nhiên và Kỹ thuật, Kinh tế... Một trong những khái niệm cơ bản của Giải tích là giới hạn, đạo hàm, tích phân, chuỗi vô hạn... tuy nhiên những khái niệm này khá trừu tượng và khó hiểu về mặt bản chất đối với sinh viên.

Wolfram|Alpha là một công cụ hỗ trợ giảng dạy Giải tích hiệu quả, cho phép giảng viên và sinh viên nhanh chóng tính toán, vẽ đồ thị và kiểm tra các bước giải toán phức tạp. Sử dụng Wolfram|Alpha giúp tiết kiệm thời gian trong việc thực hiện các phép tính phức tạp, đồng thời cung cấp một môi trường trực quan để minh họa và hiểu sâu hơn về các khái niệm Giải tích. Công cụ này không chỉ tăng cường khả năng tự học mà còn tạo điều kiện cho giảng viên tập trung vào việc giảng dạy các khía cạnh lý thuyết và ứng dụng của môn học.

## 2. Nội dung nghiên cứu

### 2.1. Giới thiệu tổng quan về công cụ Wolfram|Alpha

Wolfram|Alpha là một công cụ được tạo ra và phát triển bởi Stephen Wolfram và công ty của ông là Wolfram Research (một công ty đa quốc gia của Mỹ). Nó được xây dựng từ 36 năm phát triển ngôn ngữ Wolfram (một ngôn ngữ lập trình đa mô hình) và phần mềm Mathematica. Website này được Stephen Wolfram công bố vào tháng 3 năm 2009, và được phát hành cho công chúng ngày 18 tháng 5 năm 2009. Wolfram|Alpha là một công cụ tính toán sử

dụng dữ liệu được chọn lọc và các thuật toán để tính toán câu trả lời và tạo báo cáo phản hồi các truy vấn. Nó được thiết kế để cung cấp kiến thức cấp chuyên gia trong rất nhiều lĩnh vực, bao gồm toán học, khoa học, kỹ thuật, thống kê, địa lý, lịch sử, âm nhạc, ngôn ngữ học, thể thao, tài chính, văn hóa và cuộc sống hàng ngày. Wolfram|Alpha chọn lọc dữ liệu từ các nguồn học thuật và thương mại, bao gồm các cơ quan chính phủ, cơ sở dữ liệu khoa học và sách tham khảo, tận dụng một bộ sưu tập rộng lớn các thuật toán, dữ liệu và công nghệ trí tuệ nhân tạo.

Đối với môn Toán học, website Wolfram|Alpha cũng có những tính năng ưu việt để mang lại trải nghiệm cho người học một cách tốt nhất:

Giao diện trực quan, dễ dàng thao tác; có phiên bản web và app để dùng trên máy tính hoặc điện thoại.

Đa dạng chủ đề tìm kiếm về toán học: Số học, Đại số, Giải tích, Hình học, Xác suất, Thống kê, toán ứng dụng...

Tính toán được những bài toán phức tạp và có hình ảnh đồ thị trực quan hóa.

Tuy nhiên, hiện nay website này mới chỉ hỗ trợ 6 ngôn ngữ và chưa có ngôn ngữ tiếng Việt. Do đó giảng viên và sinh viên cần biết tiếng Anh để sử dụng website được tốt hơn.

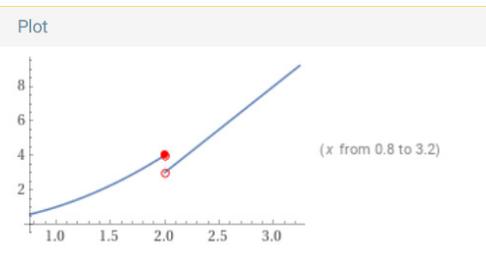
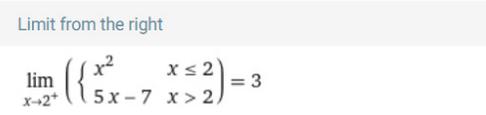
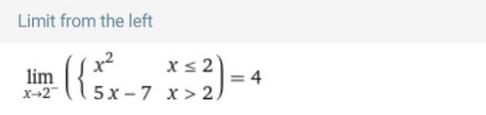
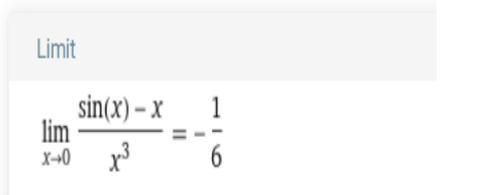
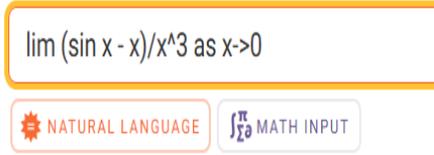
Với môn Giải tích dành cho sinh viên bậc đại học, Wolfram|Alpha là một công cụ tuyệt vời để tính toán về giới hạn, đạo hàm, tích phân cũng như các ứng dụng của chúng, ví dụ như đường tiếp tuyến, cực trị, độ dài cung, diện tích hình phẳng... Sau đây là một số ứng dụng của công cụ này để nâng cao hiệu quả của việc giảng dạy môn Giải tích cho sinh viên tại trường Đại học Vinh.

### 2.2. Tính toán và trực quan hóa các khái niệm cơ bản trong Giải tích

Wolfram|Alpha là một công cụ mạnh mẽ trong việc hỗ trợ giảng dạy các khái niệm cơ bản của Giải tích như giới hạn, đạo hàm và tích phân.

Trong việc giảng dạy khái niệm giới hạn, Wolfram|Alpha có thể tính toán giới hạn của các hàm phức tạp, từ đó giúp sinh viên hiểu rõ hơn về khái niệm này. Ví dụ, đối với bài toán tìm giới hạn

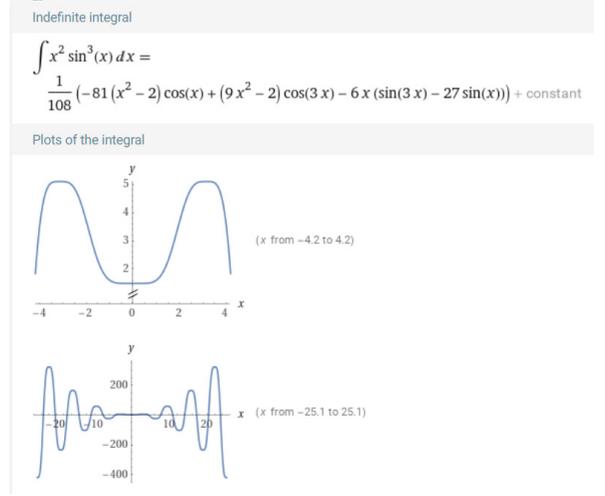
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - x}{x^3}$  Wolfram|Alpha sẽ nhanh chóng cung cấp kết quả cùng với giải thích chi tiết từng bước và vẽ đồ thị của hàm số cần tính. Đối với giới hạn một phía, việc cung cấp đồ thị hàm số sẽ giúp sinh viên hiểu rõ hơn về bản chất của khái niệm này. Hình ảnh đồ thị dưới đây là kết quả của bài toán: Cho  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 2 \\ 5x - 7, & x > 2 \end{cases}$ . Tính giới hạn trái:  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$  và giới hạn phải:  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ .



Với đạo hàm, công cụ này hỗ trợ việc tính toán đạo hàm của các hàm số từ đơn giản đến

phức tạp, đồng thời minh họa bằng đồ thị để sinh viên có thể hình dung rõ ràng hơn về ý nghĩa hình học của đạo hàm. Chẳng hạn, khi tính đạo hàm của hàm  $f(x) = x^4 \sin(x)$ , Wolfram|Alpha không chỉ đưa ra kết quả  $f'(x) = x^3(4\sin(x) + x \cos(x))$  mà còn vẽ đồ thị để so sánh giữa hàm số và đạo hàm của nó.

Trong tích phân, Wolfram|Alpha hỗ trợ tính toán cả tích phân xác định và tích phân bất định. Ví dụ, để giải tích phân  $\int x^2 \sin^3(x) dx$ , công cụ sẽ cung cấp kết quả nhanh chóng, giúp sinh viên thấy được quy trình tính toán một cách trực quan và chính xác. Ngoài ra, Wolfram|Alpha cũng có thể giải các bài toán tích phân phức tạp hơn, chẳng hạn như tính tích phân của các hàm chứa căn bậc hai, lượng giác hoặc logarit.



### 2.3. Giải từng bước (Step-by-step solutions) và đưa ra gợi ý (Hints)

Wolfram|Alpha còn giúp giảng dạy các khái niệm này thông qua việc cung cấp các bài toán mẫu và giải thích chi tiết từng bước, giúp sinh viên tự học và ôn tập hiệu quả. Với từng bước giải, công cụ đưa ra các gợi ý (câu hỏi dẫn dắt cho bước giải tiếp theo), là một nguồn tham khảo hữu ích dành cho giảng viên khi dạy học các bài toán cần tính toán qua nhiều bước.

Giải tích có nhiều ứng dụng khác nhau để tính toán các thuộc tính và mô tả đặc điểm của các hàm số, đường cong, bề mặt, vật thể và nhiều đối tượng toán học khác. Khai thác Wolfram|Alpha về các ứng dụng của giới hạn, đạo hàm và tích phân, ta có thể tìm các tiệm cận, tiếp tuyến và pháp tuyến của các đường cong; tính chiều dài cung; tìm điểm kỳ dị và điểm dừng của hàm số; khám phá các miền tăng và giảm của đường cong; tính diện tích miền phẳng tạo bởi 2 đường cong...

Sau đây là một ví dụ về bài toán ứng dụng trong Giải tích có sử dụng công cụ Wolfram|Alpha: Tính diện tích miền phẳng giới hạn bởi 2 đường cong:  $y = |x|$  và  $y = x^2 - 6$ . Công cụ cho ra lời giải gồm 6 bước chi tiết, mỗi bước đều có câu hỏi gợi ý và lời giải thích chi tiết, đặc biệt có đồ thị miêu tả miền phẳng cần tính diện tích.

STEP 1

Find the area between the following two curves:  
 $y = |x|$  and  $y = x^2 - 6$

STEP 2

Hint: The area between two curves,  $f$  and  $g$ , is defined as  $\int_{x_0}^{x_1} |f(x) - g(x)| dx$ , the integral of the absolute difference of the curves between their points of intersection.

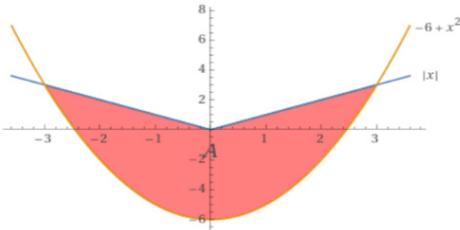
Set up the integral to compute the area between  $|x|$  and  $x^2 - 6$ :

$$A = \int_{\text{lower}}^{\text{upper}} |x| - (x^2 - 6) dx$$

STEP 3

Hint: Note that we can use geometric intuition to help compute this integral.

Plot  $y = |x|$  and  $y = x^2 - 6$  to observe that the curves intersect to create one bounded region, whose area is represented by  $A$ .



STEP 4

Hint: To find the bounds on  $x$  for  $A$ , we need to find the intersections of  $|x|$  and  $x^2 - 6$ .

Solve the equation  $|x| = x^2 - 6$  to get the points of intersection.

$$x = -3 \text{ or } x = 3$$

STEP 5

Hint: What do these solutions mean?

These points of intersection indicate the lower and upper bounds for integration for the area between  $|x|$  and  $x^2 - 6$ . Thus we have:

$$A = \int_{-3}^3 |x| - (x^2 - 6) dx$$

STEP 6

Hint: Now that we know the integral for the area between  $y = |x|$  and  $y = x^2 - 6$ , what is left to do?

Compute  $\int_{-3}^3 |x| - (x^2 - 6) dx$  noting that for  $-3 < x < 3$ ,  $|x|$  is strictly greater than  $x^2 - 6$  so we can simplify  $|x| - (x^2 - 6)$  to  $6 - x^2 + |x|$ .

Answer:

$$A = \int_{-3}^3 (6 - x^2 + |x|) dx = 27$$

### 3. Kết luận

Bài viết giới thiệu công cụ Wolfram|Alpha là một công cụ hiệu quả trong giảng dạy và học tập môn Giải tích tại trường Đại học Vinh. Nó đã được sử dụng như một công cụ để trực quan hóa đồ thị của các hàm toán học, tính toán, giải quyết vấn đề. Công cụ này là một trợ thủ đắc lực trong việc nâng cao chất lượng giảng dạy và học tập các khái niệm quan trọng của môn Giải tích ở bậc đại học.

#### Tài liệu tham khảo

[1] Wolfram|Alpha website (<https://www.wolframalpha.com/>)

[2] Dimiceli, Vincent E. , Lang, Andrew S. I. D. and Locke, LeighAnne (2010). *Teaching calculus with Wolfram|Alpha*. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 41(8), 1061-1071.

[3] Sari N., et al. (2023). *Improving self-regulated learning through the wolfram alpha in mathematics learning*, Chapter in book "The 9th Annual International Seminar on Trends in Science and Science Education" (AISTSSE), Published by Sciendo, 500-506.

[4] Jordan H. and John Mc., Wolfram Blog (20/01/2023). *Active Learning with Wolfram|Alpha Notebook Edition* (<https://blog.wolfram.com/2023/01/20/active-learning-with-wolframalpha-notebook-edition/>)