

Mô hình phương sai có điều kiện thay đổi tự hồi quy và ứng dụng

Nguyễn Huệ Tiên*

*ThS, Khoa Công nghệ thông tin, Trường Đại học Nguyễn Tất Thành

Received: 10/7/2024; Accepted: 16/7/2024; Published: 2/8/2024

Abstract: The development of econometric tools in the field of finance has introduced numerous models and analytical techniques. This paper introduces the Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (ARCH) model. It then proceeds to model, estimate, and test the model while illustrating the application of the ARCH model in forecasting returns using Eviews.

Keywords: ARCH model; Forecasting; Eviews.

1. Đặt vấn đề

Trong lĩnh vực tài chính tiền tệ, người ta quan tâm đến độ biến động của các chuỗi danh mục đầu tư đặc trưng cho sự rủi ro của nó. Rủi ro ở đây được đo bằng phương sai có điều kiện của lợi suất của tài sản cơ bản.

Trong những năm 80 và 90 của thế kỉ 20, Engle và nhiều tác giả khác đã đưa ra lớp mô hình phương sai có điều kiện thay đổi. Một trong những mô hình được xem là có hiệu quả trong kinh tế và tài chính là mô hình phương sai có điều kiện của sai số thay đổi tự hồi quy (ARCH), tác giả Engle (1982).

2. Nội dung nghiên cứu

2.1 Mô hình phương sai có điều kiện của sai số thay đổi tự hồi quy (ARCH)

2.1.1 Cấu trúc của mô hình phương sai có điều kiện thay đổi

Gọi $r_t = \text{Log}(P_t / P_{t-1}) = \text{Log}\left(1 + \frac{\Delta P_t}{P_{t-1}}\right)$, xét trung bình

và phương sai có điều kiện (Jcampbell, Lo, MacKinlay, 1997) của r_t :

$$\mu_t = E(r_t / F_{t-1}),$$

$$\sigma_t^2 = \text{Var}(r_t / F_{t-1}) = E\left[(r_t - \mu_t)^2 / F_{t-1}\right] \quad (2.1)$$

trong đó F_{t-1} là thông tin có ở thời điểm $t - 1$ (là σ - đại số), P_t là giá của tài sản cơ bản tại thời kỳ t .

Giả thiết rằng r_t tuân thủ mô hình chuỗi thời gian, chẳng hạn mô hình ARMA (p,q) với một số biến giải thích nào đó.

$$r_t = \mu_t + \varepsilon_t, \mu_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_{it} + \sum_{i=1}^p \phi_i r_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} \quad (2.2)$$

trong đó p, q là các số nguyên không âm. Bậc p, q phụ thuộc vào tần số của số liệu.

Từ (2.1) và (2.2) ta có:

$$\sigma_t^2 = \text{Var}(r_t / F_{t-1}) = \text{Var}(\varepsilon_t / F_{t-1}) \quad (2.3)$$

Phương trình (2.3) là mô hình phương sai có điều kiện n thay đổi.

2.1.2 Quá trình ARCH (q)

Quá trình (ε_t) , $t \in \mathbb{N}$ là ARCH (q) khi

$$r_t = \mu_t + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2$$

với $\alpha_0 > 0, \alpha_1 \geq 0, \dots, \alpha_q \geq 0$

z_t là biến ngẫu nhiên độc lập có cùng phân bố với kỳ vọng bằng không, phương sai bằng 1.

Các hệ số α_i phải thỏa mãn một số điều kiện nhất định sao cho phương sai không điều kiện là hữu hạn, ε_t thường được giả thiết là có phân bố chuẩn hóa hoặc phân bố t-Student.

2.2. Dự báo suất sinh lời của chứng khoán

Sử dụng mô hình ARCH để dự báo suất sinh lời của chỉ số Vn-Index trong ngày 29/03/2014.

Nguồn số liệu lấy từ trang: www.cophieu68.vn

Mẫu lấy gồm 1549 quan sát đại diện cho 1549 chỉ số Vn-Index theo ngày trong khoảng thời gian từ 2/01/2008 đến 28/03/2014.

Ta tạo ra chuỗi dữ liệu suất sinh lợi với 1549 quan sát, trong đó suất sinh lợi của chỉ số Vn-Index được tính theo công thức $R = \log(\text{Vnindex} / \text{Vnindex}(-1))$.

Bảng so sánh hai mô hình ARMA(1,0) và ARMA(0,1):

Chi tiêu	Mô hình	
	ARMA(1,0)	ARMA(0,1)
RMSE	0.016471	0.016469
AIC	0.00428	0.00429
SBC	0.00431	0.00432
HQ	0.00429	0.004302

Như vậy mô hình ARMA(1,0) có thể là mô hình phù hợp cho suất sinh lợi trung bình.

Mô hình suất sinh lợi trung bình có dạng:

$$r_t = -0.000269 + 0.277676r_{t-1}$$

Kết quả ước lượng mô hình ARCH(1):

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	0.217279	0.021471	10.11966	0.0000
Variance Equation				
C	0.000170	7.33E-06	23.25228	0.0000
RESID(-1)^2	0.337889	0.049133	6.877024	0.0000
R-squared	0.073315	Mean dependent var	-0.000274	
Adjusted R-squared	0.072115	S.D. dependent var	0.016477	
S.E. of regression	0.015872	Akaike info criterion	-5.522560	
Sum squared resid	0.388962	Schwarz criterion	-5.512196	
Log likelihood	4274.700	Hannan-Quinn criter.	-5.518705	
Durbin-Watson stat	1.864036			

Kết quả mô hình ARCH(1) có thể được viết lại như sau:

$$r_t = 0.217279e_{t-1} + e_t$$

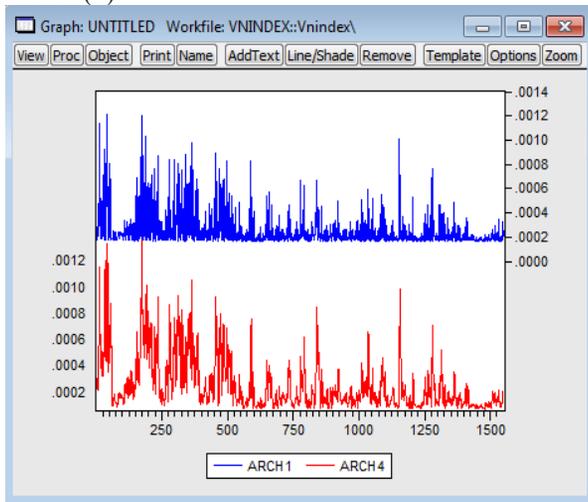
$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2)$$

$$\sigma_t^2 = 0.00017 + 0.338e_{t-1}^2$$

Kết quả ước lượng mô hình ARCH (4):

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	0.255753	0.024605	10.39418	0.0000
Variance Equation				
C	7.34E-05	4.99E-06	14.70672	0.0000
RESID(-1)^2	0.185817	0.044742	4.153093	0.0000
RESID(-2)^2	0.220632	0.039049	5.650072	0.0000
RESID(-3)^2	0.152281	0.039564	3.848986	0.0001
RESID(-4)^2	0.164392	0.040260	4.083249	0.0000
R-squared	0.076500	Mean dependent var	-0.000274	
Adjusted R-squared	0.073504	S.D. dependent var	0.016477	
S.E. of regression	0.015860	Akaike info criterion	-5.661814	
Sum squared resid	0.387625	Schwarz criterion	-5.641088	
Log likelihood	4385.413	Hannan-Quinn criter.	-5.654105	
Durbin-Watson stat	1.940072			

So sánh phương sai hai mô hình ARCH(1) và ARCH(4)



Ở mô hình ARCH(4) cho ta ước lượng phương sai nhỏ hơn và rõ ràng hơn so với mô hình ARCH(1). Điều này phần nào chứng tỏ mô hình ARCH (4) phù hợp với suất sinh lợi của chỉ số Vn-Index hơn mô hình ARCH (1).

Kết quả mô hình ARCH(4) có thể được viết lại như sau:

$$r_t = 0.255753e_{t-1} + e_t$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2)$$

$$\sigma_t^2 = 0.00000734 + 0.186e_{t-1}^2 + 0.221e_{t-2}^2 + 0.152e_{t-3}^2 + 0.164e_{t-4}^2$$

Kết quả dự báo mô hình ARCH(4):

Ngày	e_t	e_t^2	\hat{r}_t (suất sinh lợi dự báo)	\hat{h}_t (phương sai dự báo)
25/03/2014	-0.011672	0.000136		
26/03/2014	-0.020826	0.000434		
27/03/2014	0.009327	0.000087		
28/03/2014	0.006224	0.000039		
29/03/2014			0.00159	0.00019

Theo kết quả mô hình ARCH(4), vào ngày 29/03/2014 suất sinh lợi kỳ vọng của chỉ số Vn-Index sẽ tăng khoảng 0.159%, với độ lệch chuẩn dự kiến sẽ là 1.38%.

3. Kết luận

Bài báo đã đưa ra được quy trình xây dựng mô hình ARCH cho dữ liệu tài chính và áp dụng mô hình này cho bài toán thực tế đồng thời hướng dẫn cách sử dụng phần mềm Eviews tính số cho mô hình ARCH để dự báo suất sinh lợi của dữ liệu tài chính, chứng khoán. Từ đây có thể mở rộng nghiên cứu sâu hơn các mô hình phương sai có điều kiện thay đổi.

Tài liệu tham khảo

- [1] Nguyễn Quang Dong, Nguyễn Thị Minh (2012), *Giáo trình Kinh tế lượng*, Nhà xuất bản Đại học Kinh Tế Quốc Dân.
- [2] Nguyễn Quang Dong (2010), *Phân tích chuỗi thời gian trong tài chính*, Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật.
- [3] Nguyễn Trọng Hoài, Nguyễn Khánh Duy, Phùng Thanh Bình, (2009), *Dự báo và phân tích dữ liệu trong kinh tế và tài chính*, Nhà xuất bản Thống kê.
- [4] Berkes, I., Horv'ath, L., and Kokoszka, P. (2003), *GARCH process: structure and estimation*, Bernoulli 9: 201-227.
- [5] Bollerslev T (1986), *Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity*, Journal of Econometrics 31: 307-327.
- [6] Christian Francq & Jean-Michel Zakolan (2010), *GARCH Models Structure, Statistical Inference and Financial Applications*, University Lille 3, Lille, France.