

Phát triển năng lực giao tiếp toán học để giải quyết các bài toán thực tiễn trong dạy học Chủ đề Xác suất có điều kiện cho học sinh

Nguyễn Thanh Tùng*

*Phó Hiệu trưởng Trường THPT Cái Bè, huyện Cái Bè, tỉnh Tiền Giang

Received: 12/8/2024; Accepted: 19/8/2024; Published: 26/8/2024

Abstract: Statistics and Probability are a mandatory component of mathematics education, contributing to enhancing the applicability and practical value of mathematics education. This article proposes some manifestations of mathematical communication capacity on practical problems and measures to contribute to the development of mathematical communication capacity to solve problems with practical elements when teaching the topic.

Keywords: Calculate Conditional Probabilities, tree diagrams, partial probability formulas and Bayes formulas.

1. Đặt vấn đề

Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán (ban hành theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ Giáo dục và Đào tạo) khẳng định: Thống kê và Xác suất là một thành phần bắt buộc của giáo dục toán học, góp phần tăng cường ứng dụng, giá trị thiết thực của giáo dục toán học... Từ đó, nâng cao sự hiểu biết, phương pháp nghiên cứu thể giới hiện đại cho học sinh (HS).

Năng lực giao tiếp toán học (GTTH) là một trong năm thành tố cốt lõi của năng lực toán học cần được hình thành và phát triển cho học sinh (HS) trong dạy học (DH) toán. Nếu giáo viên (GV) quan tâm đến việc tìm cách thức động viên, kích thích thì HS sẽ mạnh dạn tiếp nhận, trao đổi thông tin thông qua các kỹ năng nghe, nói, đọc viết, tự tin thể hiện được sự hiểu biết trong trình bày ý tưởng, trong tranh luận, HS phát triển được các năng lực và phẩm chất học toán, cũng như các môn học khác.

Chương trình Toán 12, Tập hai (Chân trời sáng tạo), nội dung “Thống kê và xác suất” có nhiều ứng dụng trong giải quyết các bài toán thực tiễn (TT), góp phần làm cho chương này có ưu thế trong việc phát triển năng lực (PTNL) GTTH cho HS. Vì vậy, DH theo hướng “PTNL GTTH để giải quyết các bài toán thực tiễn trong dạy học chủ đề Xác suất có điều kiện” là rất quan trọng và cần thiết. Bài viết góp phần làm sáng tỏ các biểu hiện đặc trưng và định hướng để xây dựng các biện pháp PTNL GTTH cho HS về các bài toán thực tiễn (BTTH) khi DH chủ đề này.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Các biểu hiện của năng lực GTTH để giải

quyết các bài toán thực tiễn trong dạy học chủ đề Xác suất có điều kiện

Biểu hiện 1: HS nghe hiểu, đọc hiểu, ghi chép được các thông tin về các BTTH liên quan chủ đề Xác suất có điều kiện được trình bày dưới dạng văn bản toán học, hoặc nói, hoặc viết ra.

Qua biểu hiện này, HS nhận biết và giải thích được khái niệm về xác suất có điều kiện trong những tình huống TT quen thuộc. Việc nghe hiểu, đọc hiểu được xét đến khi nghe, đọc một yêu cầu toán học gắn với những tình huống học tập cụ thể; nghe, đọc phần trình bày, giải thích, lập luận của HS, của GV để trao đổi, thảo luận, để luyện tập, thực hành. HS có được niềm tin khám phá các BTTH liên quan đến khái niệm xác suất có điều kiện.

Biểu hiện 2: HS trình bày, diễn đạt (nói hoặc viết) được các nội dung, ý tưởng, giải pháp toán học về các BTTH của chủ đề Xác suất có điều kiện, yêu cầu thích hợp, sự đầy đủ, chính xác.

Qua biểu hiện này, cho thấy rằng BTTH về xác suất không phải là tiếp nhận những kiến thức có sẵn mà là quá trình tìm tòi, khai thác, thiết lập. HS có khả năng tạo được sự chú ý, tạo hứng thú trong trình bày lời giải bài toán.

Biểu hiện 3: HS sử dụng được hiệu quả ngôn ngữ toán học (chữ số, chữ cái, kí hiệu, sơ đồ hình cây) kết hợp với ngôn ngữ thông thường khi trình bày, giải thích và đánh giá các ý tưởng của BTTH trong sự tương tác (thảo luận, tranh luận) khi sử dụng công thức tính xác suất toàn phần, công thức Bayes để tính xác suất.

Thông qua sử dụng hiệu quả ngôn ngữ về các

BTTT kết hợp với ngôn ngữ thông thường để HS tương tác, trao đổi, trình bày được các nội dung, ý tưởng, giải pháp toán học với nhau; đồng thời thể hiện sự tự tin của HS, tôn trọng người đối thoại khi mô tả, giải thích các nội dung, ý tưởng toán học. Giúp HS nâng cao khả năng sử dụng ngôn ngữ toán học bằng cách tăng cường hiểu biết về các kí hiệu, thuật ngữ và công cụ DH toán.

Biểu hiện 4: HS thể hiện được sự tự tin nêu câu hỏi thảo luận, tranh luận các nội dung, ý tưởng liên quan đến BTTT của chủ đề Xác suất có điều kiện.

Thông qua việc rèn luyện kĩ năng đọc hiểu, diễn giải, phân tích, đánh giá tình huống có ý nghĩa toán học, trong các hoạt động nội khóa, ngoại khóa, lý thuyết và thực hành một cách thường xuyên, tìm giải pháp, xác định đáp án, giúp HS giao tiếp và hợp tác tốt trong làm việc nhóm, trình bày và thảo luận các BTTT của chủ đề này.

2.2. Các biện pháp PTNL GTTH để giải quyết các bài toán thực tiễn trong dạy học chủ đề Xác suất có điều kiện

2.2.1. Biện pháp 1: Tăng cường các hoạt động nghe hiểu, đọc hiểu và ghi chép (tóm tắt) cho HS thành thạo những thông tin các BTTT liên quan chủ đề Xác suất có điều kiện

Mục đích của biện pháp: Giúp HS nghe hiểu, đọc hiểu và ghi chép (tóm tắt) đầy đủ và chính xác các thông tin về bài toán TH, biết phân tích, lựa chọn, trích xuất thông tin BTTT được cung cấp liên quan chủ đề Xác suất có điều kiện. Giúp HS là quen với kĩ năng sử dụng sơ đồ hình cây để phân tích các trường hợp cụ thể xảy ra, từ đó tính xác suất của biến cố. GV nêu vấn đề, HS thảo luận tìm giải pháp.

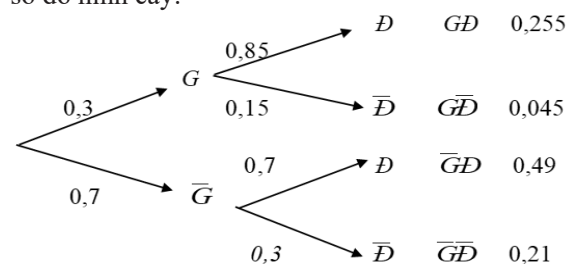
Ví dụ 1. Một trường đại học tiến hành khảo sát tình trạng việc làm sau khi tốt nghiệp của sinh viên. Kết quả khảo sát cho thấy tỉ lệ người tìm được việc làm đúng chuyên ngành là 85% đối với sinh viên tốt nghiệp loại giỏi và 70% đối với sinh viên tốt nghiệp loại khác. Tỉ lệ sinh viên tốt nghiệp loại giỏi là 30%. Gặp ngẫu nhiên một sinh viên đã tốt nghiệp của trường. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của các biến cố: A : “Sinh viên tốt nghiệp loại giỏi và tìm được việc làm đúng chuyên ngành”, B : “Sinh viên không tốt nghiệp loại giỏi và tìm được việc làm đúng chuyên ngành”.

Bài toán trên, HS nghe hiểu, đọc hiểu thể hiện trong việc đọc đề bài để xác định được nhiệm vụ tính xác suất bằng sơ đồ hình cây, gắn với tình huống TT là tỉ lệ sinh viên tốt nghiệp loại giỏi có việc làm, tỉ lệ sinh viên không tốt nghiệp loại giỏi có việc làm.

GV: Biểu thị mối liên hệ bài toán này là chúng ta tính tỉ lệ sinh viên có việc làm sau khi tốt nghiệp và so sánh được kết quả theo giả thiết bài toán, để HS tiếp xúc, tìm hiểu, xác định vấn đề cần giải quyết, yêu cầu HS xác định đề cho gì, đề yêu cầu gì, tóm tắt bài toán?

HS: Thông qua bài toán, HS kiểm tra, đánh giá mức độ nghe hiểu, đọc hiểu, ghi chép (tóm tắt) thông tin của bản thân theo yêu cầu của GV, kĩ năng tham gia làm việc nhóm của mỗi cá nhân. HS thu thập và biểu diễn các dữ liệu, kết quả bài toán theo sơ đồ hình cây.

Bài toán này được giải như sau: Gọi G là biến cố: “Sinh viên tốt nghiệp loại giỏi”, $\bar{G}$ là biến cố: “Sinh viên tìm được việc làm đúng chuyên ngành”. Ta có sơ đồ hình cây:



Vậy $P(A) = 0,255$; $P(B) = 0,49$.

Qua ví dụ này, HS cũng có được kĩ năng sử dụng sơ đồ hình cây để tính xác suất có điều kiện bằng công thức nhân xác suất. Giải thích được ý nghĩa của BTTT trên bằng việc tính xác suất sinh viên tốt nghiệp tìm được việc làm theo điều kiện của biến cố A và biến cố B .

2.2.2. Biện pháp 2: Tổ chức các hoạt động để rèn luyện cho HS kĩ năng trình bày, diễn đạt, thảo luận, tranh luận các nội dung, ý tưởng, giải pháp toán học TT trong DH chủ đề Xác suất có điều kiện

Mục đích của biện pháp: Giúp HS có khả năng giải thích việc trình bày, diễn đạt các nội dung, ý tưởng, giải pháp để giải quyết các BTTT trong chủ đề Xác suất có điều kiện liên quan đến công thức tính xác suất toàn phần một cách ngắn gọn, mạch lạc, rõ ràng, lập luận chặt chẽ, logic.

Ví dụ 2. Một loại xét nghiệm nhanh SARS-CoV-2 cho kết quả dương tính với 76,2% các ca thực sự nhiễm virus, kết quả âm tính với 99,1% các ca thực sự không nhiễm virus. Giả sử tỉ lệ người nhiễm virus SARS-CoV-2 trong một cộng đồng là 1%. Một người trong cộng đồng đó làm xét nghiệm và nhận được kết quả dương tính. Hỏi khả năng người đó thực sự nhiễm virus là cao hay thấp? Hãy tính xác suất người làm xét nghiệm có kết quả dương tính.

Bài toán này là tình huống có vấn đề, nhìn vào các con số 76,2% và 99,1% HS cho rằng người khám bệnh thực sự nhiễm virus là cao.

Bài toán này, được giải như sau:

Gọi A là biến cố “Người làm xét nghiệm có kết quả dương tính” và B là biến cố “Người làm xét nghiệm thực sự nhiễm virus”.

Vì xét nghiệm cho kết quả dương tính với 76,2% các ca thực sự nhiễm virus nên $P(A|B) = 0,762$. Vì xét nghiệm cho kết quả dương tính với 99,1% các ca thực sự không nhiễm virus nên $P(\bar{A}|\bar{B}) = 0,991$. Suy ra $P(A|\bar{B}) = 1 - 0,991 = 0,009$.

Vì tỉ lệ người nhiễm virus trong cộng đồng là 1% nên $P(B) = 0,01$ và $P(\bar{B}) = 0,99$. Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = 0,01653.$$

Qua bài toán thực tiễn này, HS giải quyết được vấn đề lo lắng của xã hội là tỉ lệ người bị virus theo số liệu thực tế.

2.2.3. Biện pháp 3: Sử dụng ngôn ngữ toán học kết hợp với ngôn ngữ thông thường để rèn luyện cho HS trình bày, giải thích một số BTTT trong DH chủ đề Xác suất có điều kiện

Mục đích của biện pháp: HS biết cách kết hợp ngôn ngữ toán học đó là biết được các biến cố A , biến cố B và tính xác suất của bài toán đã cho bằng công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes với ngôn ngữ thông thường là nói về bạn Tuyết và 7 chú lùn để giải thích cách suy nghĩ, lập luận, tìm ra lời giải bài toán.

Ví dụ 3. Ở một khu rừng nọ có 7 chú lùn, trong đó có 4 chú lùn nói thật, 3 chú lùn còn lại nói thật xác suất là 0,5. Bạn Tuyết gặp ngẫu nhiên một chú lùn và hỏi xem chú ấy có phải là người nói thật không. Gọi A là biến cố “Chú lùn đó luôn nói thật” và B là biến cố “Chú lùn đó nhận mình là người luôn nói thật”.

a) Tính xác suất của các biến cố A và B .

b) Biết rằng chú lùn mà bạn Tuyết gặp tự nhận mình là người luôn nói thật. Tính xác suất để chú lùn đó luôn nói thật.

Bài toán này giải như sau: Gọi A là biến cố “Chú lùn đó luôn nói thật”, B là biến cố “Chú lùn đó tự nhận mình là người nói thật”.

a) GV: Đặt vấn đề là để tính $P(B)$ thì phải tính các xác suất của biến cố nào?

HS: Xem dữ liệu bài toán và trao đổi với nhau để tìm ra cách tính $P(B)$ là phải áp dụng công thức tính xác suất toàn phần.

Ta có

$$P(A) = \frac{4}{7}; P(\bar{A}) = \frac{3}{7}; P(B|A) = 1; P(B|\bar{A}) = 0,5.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = \frac{11}{14}.$$

b) GV: Phân tích và giúp HS vận dụng công thức Bayes để tính xác suất chú lùn đó nói thật.

HS: Cùng cố kĩ năng vận dụng công thức Bayes để tính xác suất chú lùn đó luôn nói thật.

Áp dụng công thức Bayes, ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)} = \frac{8}{11}.$$

Qua bài toán này, giúp HS sử dụng hợp lí ngôn ngữ toán học để trình bày và lập luận: viết đúng kí hiệu, công thức xác suất toàn phần, kết hợp với ngôn ngữ thông thường như: khu vườn, chú lùn, bạn Tuyết. HS lí giải được việc trình bày, diễn đạt được thể hiện qua việc trình bày kết quả một cách rõ ràng, đồng thời giải thích các bước và quy trình giải quyết bài toán cho người khác hiểu.

2.2.4. Biện pháp 4: GV tổ chức thuyết trình, thảo luận nhóm và báo cáo để HS tranh luận, thảo luận, đề xuất ý tưởng về BTTT liên quan đến chủ đề Xác suất có điều kiện

Mục đích của biện pháp: Giúp HS thể hiện sự tự tin trong GTTH, HS tự tin khi trình bày, diễn đạt, thảo luận và giải thích về các nội dung thực tiễn liên quan đến xác suất. Sự tự tin này còn thể hiện khi HS diễn đạt ý tưởng, giải pháp và cách HS tương tác với nhau và với GV trong quá trình thảo luận về bài toán.

Ví dụ 4. Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Tỉ lệ nhân viên nữ và nhân viên nam mua bảo hiểm nhân thọ lần lượt là 7% và 5%. Chọn ngẫu nhiên một nhân viên của doanh nghiệp.

a) Tính xác suất nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ.

b) Biết nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Tính xác suất nhân viên đó là nam.

Qua bài toán này:

a) HS: cùng cố kĩ năng sử dụng công thức xác suất toàn phần để giải quyết BTTT.

GV: Đặt vấn đề, HS làm việc cá nhân.

Gọi A là biến cố “Nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ”, B là biến cố “Nhân viên được chọn là nam”, suy ra $\bar{B}$ là biến cố “Nhân viên được chọn là nữ”. Ta có $P(\bar{B}) = 0,45$ và $P(B) = 0,55$; $P(A|\bar{B}) = 0,07$ và $P(A|B) = 0,05$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = 0,059$.

(Xem tiếp trang 101)

Người học: *Last night, I went to a party. It brought me lots of funny.*

GV: *It brought me lots of*

Người học: *It brought me lots of fun*

Phương pháp này cho phép người học có cơ hội giải quyết lỗi sai còn tồn tại khi được giáo viên hướng sự chú ý tới chỗ sai.

3. Kết luận

Trong các lớp học kỹ năng viết Tiếng Anh, việc lựa chọn chiến lược sửa lỗi là vô cùng quan trọng, góp phần thúc đẩy tính hiệu quả của quá trình học ngôn ngữ. Cụ thể, giáo viên cần hiểu rõ ràng các yếu tố như loại lỗi, chủ thể sửa lỗi và phương pháp sửa lỗi để từ đó linh hoạt áp dụng trong các hoạt động

viết với các đối tượng khác nhau, đạt được các mục tiêu giáo dục đã đặt ra.

Tài liệu tham khảo

1. Courchene, R. (1980). The error analysis hypothesis, the contrastive analysis hypothesis and the correction of error in the second language classroom. *TESL Talk*, 11(3), 1-29.

2. Krashen, S. D. (1977). The Monitor Model for Second Language Performance. In M. Burt, H. Dulay & M. Finocchiao (Eds.), *Viewpoints on English as a Second Language*, New York: Regents White, L. (1991). Adverb Placement in Second

3. Language Acquisition: Some Effects of Positive and Negative Evidence in the classroom. *Second Language Research*, 7, 133-161

Phát triển năng lực giao tiếp toán học..... (tiếp theo trang 46)

b) HS: củng cố kỹ năng sử dụng công thức Bayes để giải quyết BTTT.

GV: Đặt vấn đề, HS làm việc cá nhân.

Áp dụng công thức Bayes, ta có

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)} = \frac{55}{118}.$$

Như vậy, GV tổ chức cho HS thuyết trình, thảo luận nhóm và báo cáo góp phần vào việc PTNL GTTH của HS, giúp HS hiểu rõ hơn về cách áp dụng kiến thức xác suất vào các tình huống TT, sử dụng các kí hiệu, công thức toán học một cách chính xác, hiệu quả và tự tin khi diễn đạt ý kiến và giải pháp của cá nhân, hoặc của tập thể.

3. Kết luận

Năng lực GTTH không chỉ giúp HS hiểu sâu hơn về toán học, mà còn giúp HS phát triển kỹ năng làm việc nhóm và kỹ năng giao tiếp; hoạt động thực hành và trải nghiệm về chủ đề Xác suất có điều kiện, để giải các BTTT, làm sinh động và thu hút đam mê học toán của HS. Việc vận dụng năng lực GTTH để giải quyết các BTTT trong DH chủ đề Xác suất có điều kiện là cần thiết. HS phát triển được năng lực giao tiếp và hợp tác thông qua việc nghe hiểu, đọc hiểu, ghi chép, diễn tả được các thông tin toán học cần thiết trong văn bản toán học; thông qua sử dụng hiệu quả ngôn ngữ toán học kết hợp với ngôn ngữ thông thường để trao đổi, trình bày được các nội dung, ý tưởng, giải pháp toán học, tương tác với người khác; đồng thời thể hiện sự tự tin, tôn trọng người đối thoại khi mô tả, giải thích các nội dung, ý tưởng toán học.

Vì vậy, PTNL GTTH trong DH chủ đề này, đóng

vai trò quan trọng và thiết thực. Giúp GV nhận diện rõ những biểu hiện của GTTH và đưa ra được các biện pháp tương thích, GV có được phương pháp giảng dạy hợp lý về các BTTT ở chủ đề này và các chủ đề toán học khác, HS phát triển được năng lực GTTH ở trường phổ thông. Đây là cơ sở để chúng tôi cũng như GV toán bậc trung học phổ thông, tiếp tục nghiên cứu chủ đề này, cũng như các nội dung khác trong Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018, góp phần nâng cao chất lượng DH toán phổ thông, đáp ứng yêu cầu đổi mới giáo dục.

Tài liệu tham khảo

[1]. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018), *Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018*, Hà Nội.

[2]. Trần Nam Dũng (Tổng Chủ biên), Trần Đức Huyền (Chủ biên), Nguyễn Thành Anh, Vũ Như Thư Hương, Ngô Hoàng Long, Phạm Hoàng Quân, Phạm Thị Thu Thủy (2024), *Sách giáo khoa (Chân trời sáng tạo) Toán 12, Tập hai*, NXB Giáo dục Việt Nam.

[3]. Trần Nam Dũng (Tổng Chủ biên), Trần Đức Huyền, Nguyễn Thành Anh (đồng Chủ biên), Vũ Như Thư Hương, Ngô Hoàng Long, Phạm Hoàng Quân, Phạm Thị Thu Thủy (2024), *Sách Giáo viên (Chân trời sáng tạo) Toán 12*, NXB Giáo dục Việt Nam.

[4]. Tôn Thị Cẩm Thơm (2023). *PTNL GTTH cho học sinh lớp 10 trong dạy học chương Phương pháp tọa độ trong mặt phẳng (Bộ sách Chân trời sáng tạo)*. Luận văn thạc sĩ khoa học giáo dục. Trường Đại học Đồng Tháp.