

Xây dựng hệ thống bài tập chủ đề hàm số và đồ thị theo hướng phát triển tư duy hàm cho học sinh lớp 10

Nguyễn Dương Hoàng*; Nguyễn Thành Sang**

*PGS, TS. Trường Đại học Đồng Tháp; **Trường THPT Quốc Thái, An Phú, An Giang

Received: 2/8/2024; Accepted: 14/8/2024; Published: 26/8/2024

Abstract: The article presents a process for building a system of exercises on “Functions and graphs” for 10th-grade students, aiming to develop functional thinking. Functional thinking is understood as the ability to recognize, analyze, and represent relationships between quantities. The article emphasizes the importance of building a systematic and scientific system of exercises, suitable for the characteristics of functional thinking and the teaching and learning process. The construction process includes steps such as setting goals, preparing teachers, designing, building the system, and evaluating. The article also provides illustrative examples of how to design exercises according to each characteristic of functional thinking, to support teachers in teaching and developing students’ thinking.

Keywords: Functions and graphs, Functional thinking, teaching and learning.

1. Mở đầu

Tư duy hàm (TDH) là một thành phần tư duy quan trọng trong Toán học, giúp học sinh (HS) hiểu và giải quyết các vấn đề liên quan đến sự tương ứng, sự phụ thuộc và biến đổi giữa các đại lượng. Trong chương trình Toán lớp 10, chủ đề Hàm số và đồ thị có vai trò nền tảng để hình thành và phát triển tư duy hàm cho học sinh. Bài báo này trình bày về sự cần thiết phải xây dựng một hệ thống bài tập chủ đề Hàm số và đồ thị nhằm thúc đẩy sự phát triển tư duy hàm, dựa trên các đặc trưng của tư duy hàm và vai trò của bài tập trong dạy học Toán.

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Quan niệm về tư duy hàm

Chúng tôi thống nhất với cả hai quan điểm trên vì mặc dù có những khác biệt nhỏ về cách diễn đạt nhưng nhìn chung tư duy hàm có những nét đặc trưng sau:

(1). Hiểu biết các đối tượng toán học trong sự chuyển đổi, thay đổi.

(2). Cách xem xét thao tác – hành động đối với các sự kiện toán học, việc sử dụng các mối liên hệ nhân – quả.

(3). Khuynh hướng giải thích nội dung các sự kiện toán học, việc chú ý cao hơn đối với khía cạnh thực tiễn của toán học.

2.2. Bài tập chủ đề Hàm số và đồ thị theo hướng phát triển tư duy hàm

Trong dạy học Toán, bài tập là công cụ quan trọng để học sinh rèn luyện tư duy và kỹ năng giải quyết vấn đề. G. Polia (1979) cho rằng: “*Bài tập (bài toán)*

đặt ra sự cần thiết phải tìm kiếm một cách có ý thức phương tiện thích hợp để đạt mục đích trông thấy rõ ràng nhưng không thể đạt ngay được. Giải toán tức là tìm phương tiện đó”.

Chủ đề Hàm số và đồ thị là một trong những nội dung quan trọng trong chương trình Toán lớp 10, cung cấp nhiều cơ hội để học sinh vận dụng và phát triển tư duy hàm. Việc thiết kế bài tập tập trung vào chủ đề này sẽ giúp học sinh rèn luyện khả năng nhận diện, phân tích và biểu diễn các mối quan hệ giữa các đại lượng, từ đó nâng cao khả năng tư duy toán học. Đồng thời, giáo viên (GV) rèn luyện cho học sinh các hoạt động của tư duy hàm như: phát hiện, thiết lập, nghiên cứu và lợi dụng để giải quyết tốt bài toán đặt ra.

2.3. Xây dựng hệ thống bài tập chủ đề Hàm số và đồ thị-Toán 10 theo hướng phát triển tư duy hàm

Để đạt được mục tiêu “kép” trong việc phát triển tư duy hàm và xây dựng hệ thống bài tập chủ đề Hàm số và đồ thị-Toán 10 theo hướng phát triển tư duy hàm

Bước 1. Xác định mục tiêu và yêu cầu cần đạt; Xác định các nét đặc trưng của tư duy hàm; Đảm bảo yêu cầu cần đạt của chủ đề Hàm số và đồ thị-Toán 10.

Bước 2. Xác định chất liệu xây dựng bài tập và sự chuẩn bị của GV; Chất liệu xây dựng; Xác định nội dung kiến thức chủ đề Hàm số và đồ thị-Toán 10 và những kiến thức, kỹ năng khác có liên quan.

Các quan niệm về TDH, các nét đặc trưng của

TDH, các hoạt động của TDH và các tư tưởng chủ đạo phát triển TDH cho HS trong dạy học môn Toán.

Chuẩn bị của giáo viên:

Phân loại các dạng bài tập chủ đề Hàm số và đồ thị theo các nét đặc trưng của TDH. Với mỗi dạng bài tập, xác định nội dung kiến thức cần sử dụng để xây dựng bài tập kể cả tri thức cho lời giải của bài toán.

Bước 3. Thiết kế bài tập

(TK1) *Xác định mục tiêu:* Bài tập được thiết kế cho các hoạt động củng cố kiến thức và luyện tập.

(TK2) *Dựa vào các nét đặc trưng của TDH đã được phân loại để thiết kế bài tập.*

(TK3) *Xác định các tri thức cần thiết để xây dựng bài tập theo hướng phát triển TDH và giải bài toán.*

(TK4) *Tạo mối liên kết giữa kiến thức của chủ đề và các nét đặc trưng của TDH:* GV cần phân tích chi tiết từng đặc trưng của tư duy hàm, kể đến lựa chọn nội dung chủ đề Hàm số và đồ thị phù hợp để thiết kế bài tập.

(TK5) *Chuyển thành bài toán cụ thể:* về mặt nội dung, bài toán được biên soạn theo các nét đặc trưng của TDH và nội dung chủ đề Hàm số và đồ thị, có đầy đủ các yếu tố đã cho, yếu tố cần tìm hay dữ liệu và yêu cầu cần giải quyết; về mặt hình thức, bài toán cần được diễn đạt một cách rõ ràng, súc tích; ngôn ngữ trong sáng, chính xác, phù hợp với trình độ nhận thức HS.

(TK6) *Giải bài toán, kiểm tra:* GV xem xét lại tính chính xác của bài toán cả về nội dung và cách diễn đạt, đồng thời định hướng phát triển tư duy hàm cho HS khi giải bài toán thông qua thực hiện các hoạt động của TDH (phát hiện, thiết lập, nghiên cứu và lợi dụng).

(TK7) *Hoàn thiện bài toán theo hướng phát triển TDH:* GV có thể hoàn thiện bài toán ở các mức độ khác nhau như sau: GV điều chỉnh và hoàn thiện bài toán. Với mỗi đặc trưng của TDH, GV cần soạn thảo các bài toán theo cả ba mức độ tư duy (nhận biết, thông hiểu và vận dụng) tương ứng năng lực học tập khác nhau của HS.

Bước 4. Xây dựng hệ thống bài tập

Đảm bảo tính đa dạng về hình thức, nội dung của bài tập và mức độ từ dễ đến khó, từ đơn giản đến phức tạp để phù hợp với năng lực của từng học sinh.

Đảm bảo tính liên kết: các bài tập có tính liên kết với nhau, tạo thành một hệ thống kiến thức logic và giúp học sinh hiểu sâu hơn về các khái niệm.

Sắp xếp các bài tập và dạng bài tập thành một hệ thống theo các nét đặc trưng của TDH và theo nội

dung của tiến trình dạy học tại trường nhằm phù hợp với kiến thức của HS và tạo thuận lợi cho quá trình thực nghiệm.

Bước 5. Thử nghiệm và đánh giá

Thử nghiệm: cho học sinh làm các bài tập trong hệ thống; quan sát và ghi nhận các phản hồi của học sinh về mức độ khó, tính hấp dẫn và hiệu quả của bài tập.

Đánh giá: qua các bài kiểm tra thường xuyên, bài kiểm tra giữa kỳ, cuối kỳ; quan sát quá trình làm bài của học sinh, khả năng trình bày, giải thích ý tưởng; theo dõi sự tiến bộ của học sinh qua từng bài tập, từng bài kiểm tra; phân tích kết quả làm bài tập của học sinh để đánh giá mức độ phát triển tư duy; điều chỉnh và hoàn thiện hệ thống bài tập dựa trên kết quả thử nghiệm và đánh giá.

Ví dụ áp dụng Quy trình xây dựng hệ thống bài tập chủ đề Hàm số và đồ thị-Toán 10 theo hướng phát triển tư duy hàm

Bước 1. Xác định mục tiêu

Tập luyện cho HS: Phát hiện, thiết lập sự liên hệ có tính tương ứng giữa các đối tượng toán học bằng cách cho một sự tương ứng và giá trị ra (vào), tìm giá trị vào (ra); Đảm bảo yêu cầu cần đạt; Mô tả được các khái niệm cơ bản về hàm số: định nghĩa hàm số, tập xác định, tập giá trị, hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến, đồ thị của hàm số; Mô tả được các đặc trưng hình học của đồ thị hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến.

Bước 2. Xác định chất liệu xây dựng và sự chuẩn bị của GV; Chất liệu xây dựng; Xác định năng lực học tập môn Toán của học sinh thông qua kết quả khảo sát và thống kê; Xác định nội dung kiến thức chủ đề Hàm số và đồ thị-Toán 10 và những kiến thức, kỹ năng mà HS đã được học và rèn luyện ở THCS. Các dạng bài tập trong các bộ sách giáo khoa hiện hành, các dạng câu hỏi trong các đề thi chính thức, tham khảo, minh họa của Bộ GD&ĐT.

Các quan niệm về TDH, các nét đặc trưng của TDH, các hoạt động của TDH và các tư tưởng chủ đạo phát triển TDH cho HS trong dạy học môn Toán.

Chuẩn bị của giáo viên: Nội dung kiến thức Hàm số và đồ thị:

Bước 3. Thiết kế bài tập:

Dạng 1. Theo đặc trưng thứ Nhất của TDH (Hiểu biết các đối tượng toán học trong sự vận động, biến đổi)

(TK1). *Xác định mục tiêu:* bài tập được thiết kế để củng cố kiến thức khái niệm hàm số và luyện tập

kỹ năng vẽ đồ thị.

(TK2). Dựa vào các nét đặc trưng của TDH đã được phân loại để thiết kế bài tập: bài tập thiết kế theo nét đặc trưng thứ Nhất của TDH (Hiểu biết các đối tượng toán học trong sự vận động, biến đổi) với biện pháp: cho một sự tương ứng và giá trị ra (vào), tìm giá trị vào (ra).

(TK3). Xác định các tri thức cần thiết để xây dựng bài tập theo hướng phát triển TDH và giải bài toán: định nghĩa hàm số, cách tính giá trị hàm số, cách lập bảng giá trị và vẽ đồ thị parabol.

(TK4). Tạo mối liên kết giữa kiến thức của chủ đề và các nét đặc trưng của TDH: bài tập liên kết kiến thức về hàm số với việc tính toán và vẽ đồ thị, giúp HS hiểu biết sự chuyển đổi hình thức biểu diễn khác nhau của hàm số (công thức, bảng giá trị, đồ thị).

(TK5). Chuyển thành bài toán cụ thể:

Cho hàm số $y = f(x) = -x^2$ có đồ thị (P).

- Tính $f(-2), f(-1), f(0), f(1), f(2)$,
- Vẽ đồ thị (P) của hàm số.

(TK6) Giải bài toán, kiểm tra:

- $f(-2) = -(-2)^2 = -4; f(-1) = -(-1)^2 = -1;$
 $f(0) = -(0)^2 = 0; f(1) = -1^2 = -1; f(2) = -2^2 = -4$
- Vẽ đồ thị của hàm số

Lập bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
y	-4	-1	0	-1	-4

Nhận xét:

- Đồ thị là một parabol (P);
- Đỉnh trùng với gốc tọa độ;
- Đồ thị (P) đối xứng qua trục tung.

(TK7) Hoàn thiện bài toán theo hướng phát triển TDH: Bài toán có thể được điều chỉnh để phù hợp với các đối tượng học sinh khác nhau, ví dụ như yêu cầu tìm thêm các điểm đặc biệt của đồ thị hoặc thay đổi hàm số khác.

Qua bài tập này yêu cầu HS:

Nêu các đối tượng toán học và mối quan hệ của chúng:

Hàm số: Hàm số $f(x)$ là đối tượng trung tâm của bài toán, thiết lập một mối quan hệ giữa x và y .

Biến số x : Đây là đại lượng độc lập, có thể thay đổi giá trị.

Giá trị hàm số y : Đây là đại lượng phụ thuộc, giá trị của nó được xác định bởi giá trị của x thông qua hàm số $f(x)$. Với mỗi giá trị x xác định duy nhất một giá trị $y = f(x)$. Khi x thay đổi từ -2 đến 2 , giá trị của y cũng thay đổi theo.

Thấy được đối tượng hàm có các hình thức biểu

diễn như: biểu diễn bằng công thức, biểu diễn bằng bảng giá trị và biểu diễn bằng đồ thị. Đồng thời, cũng chỉ cho HS thấy được sự chuyển đổi qua lại giữa các hình thức biểu diễn.

Bài tập cũng thể hiện chức năng quan trọng của hàm số là tính toán.

Dạng 2. Theo đặc trưng thứ Hai (cách xem xét thao tác – hành động đối với các sự kiện toán học, việc sử dụng các mối quan hệ nhân – quả)

(TK1). Xác định mục tiêu: bài tập được thiết kế để củng cố kiến thức hàm số bậc hai và đồ thị.

(TK2). Dựa vào các nét đặc trưng của TDH đã được phân loại để thiết kế bài tập: bài tập thiết kế theo nét đặc trưng thứ Hai của TDH (xác định và sử dụng các mối quan hệ nhân – quả).

(TK3). Xác định các tri thức cần thiết để xây dựng bài tập theo hướng phát triển TDH và giải bài toán: Hàm số bậc hai và các đặc trưng của nó; cách xác định các hệ số của hàm số dựa trên các thông tin về đồ thị; cách giải hệ phương trình.

(TK4). Tạo mối liên kết giữa kiến thức của chủ đề và các nét đặc trưng của TDH: cho trước các điều kiện về đồ thị của hàm số bậc hai (nguyên nhân) dẫn đến các phương trình (kết quả trung gian); giải các phương trình tìm được hàm số bậc hai (kết quả cuối cùng).

(TK5). Chuyển thành bài toán cụ thể:

Xác định parabol $y = ax^2 + bx + c$, biết rằng parabol đi qua điểm $M(0; 2)$ và có đỉnh là $I(2; -1)$.

(TK6) Giải bài toán, kiểm tra:

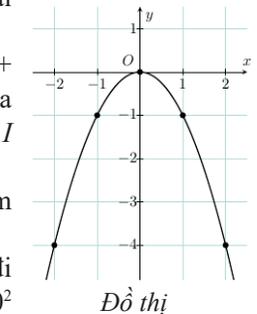
Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $M(0; 2)$ suy ra $a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 2$.

Mặt khác, đỉnh I của parabol có tọa độ là $(2; -1)$ nên:

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + 2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ 4a + 2b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = -3. \end{cases}$$

Vậy parabol cần tìm là $y = \frac{3}{4}x^2 - 3x + 2$.

(TK7) Hoàn thiện bài toán theo hướng phát triển TDH: Bài toán có thể được điều chỉnh để phù hợp với các đối tượng học sinh khác nhau, ví dụ như cho trước một hệ số hoặc cho trước hai hệ số và yêu cầu tìm các hệ số còn lại.



(Xem tiếp trang 141)

trình tại chính gian hàng đó. Ngoài thuyết trình, học viên cùng tương tác với Ban Giám khảo và các khách mời qua phần hỏi - đáp, trao đổi, phỏng vấn... Đây là điểm mới cần được áp dụng trong các chương trình tiếp theo. Diễn kịch, tiểu phẩm trên sân khấu cũng là một hình thức hấp dẫn.

Hình thức dã ngoại thực hành tiếng bao gồm các hoạt động tham quan, đi dã ngoại trong công viên hoặc một số cảnh điểm, tọa đàm, seminar, hái hoa dân chủ, thuyết trình theo chủ đề, trò chơi ngôn ngữ, trò chơi tập thể, hát, đọc thơ, hội thoại theo chủ đề, xử lý tình huống....

Trong quá trình tham quan, dã ngoại, học viên có thể ghi chép thông tin, sau đó tổng hợp, viết bài thuyết trình, tập luyện và thuyết trình trước lớp vào buổi học kế tiếp. Đồ vui cũng phù hợp đối với chương trình dã ngoại thực hành tiếng, có thể tổ chức trên phương tiện khi di chuyển hoặc tổ chức tại thực địa. Đồ vui có thể soạn theo chủ đề: câu đố về lịch sử, địa lý, chính trị, kinh tế, văn hóa, âm nhạc, người nổi tiếng... Với loại hình này, giáo viên có thể chia đội, đưa ra hiệu lệnh, có phần thưởng để tạo sự gay cần, hấp dẫn trong buổi dã ngoại.

3. Kết luận

Đổi mới nội dung, hình thức tổ chức chương trình

gala và dã ngoại thực hành tiếng Anh, tiếng Trung Quốc chính là giải pháp hiệu quả cho các hoạt động ngoại khóa để nâng cao chất lượng dạy và học ngoại ngữ tại Trung tâm Ngoại ngữ - Tin học Trường Đào tạo cán bộ Nguyễn Văn Cừ, làm phong phú thêm tri thức cho học viên, học đi đôi với hành, kiến thức gắn liền với thực tiễn.

Chủ tịch Hồ Chí Minh đã dạy: “học phải đi đôi với hành, lí luận phải gắn với thực tiễn”, Trung tâm Ngoại ngữ - Tin học sẽ tiếp tục phát huy hiệu quả các chương trình Gala, dã ngoại thực tế để nâng cao năng lực ngoại ngữ cho cán bộ, công chức, viên chức và Nhân dân trên địa bàn tỉnh, đáp ứng yêu cầu công việc và hội nhập quốc tế trong tình hình mới

Tài liệu tham khảo

1. Chính phủ (2017). *Nghị định số 101/2017/NĐ-CP quy định về đào tạo, bồi dưỡng cán bộ, công chức, viên chức.*
2. Chính phủ (2021). *Nghị định số 89/2021/NĐ-CP ngày 18/10/2021 sửa đổi, bổ sung một số điều của Nghị định số 101/2017/NĐ-CP về đào tạo, bồi dưỡng cán bộ, công chức, viên chức.*
3. Brewer, E. W. & Burgess, D. N. (2005). Professor's role in motivation students to attend class. *Journal of Industrial Teacher Education*, 42(3), 24.

Xây dựng hệ thống bài tập chủ đề hàm số.... (tiếp theo trang 56)

Dạng 3. Theo đặc trưng thứ Ba (khuynh hướng giải thích nội dung các sự kiện toán học, việc chú ý cao hơn đối với khía cạnh thực tiễn của toán học)

(TK1). *Xác định mục tiêu:* bài tập được thiết kế để vận dụng Định lý về dấu của tam thức bậc hai (giải bất phương trình bậc hai).

(TK2). *Dựa vào các nét đặc trưng của TDH đã được phân loại để thiết kế bài tập:* bài tập thiết kế theo nét đặc trưng thứ Ba của TDH (bài toán tích hợp nội môn và có liên quan thực tế).

(TK3). *Xác định các tri thức cần thiết để xây dựng bài tập theo hướng phát triển TDH và giải bài toán:* chu vi và diện tích của hình chữ nhật; Định lý về dấu của tam thức bậc hai, giải bất phương trình bậc hai.

(TK4). *Tạo mối liên kết giữa kiến thức của chủ đề và các nét đặc trưng của TDH:* Diện tích của hình chữ nhật phụ thuộc vào chiều dài hai cạnh của nó và đặt trong tình huống có liên quan thực tế.

(TK5). Chuyển thành bài toán cụ thể:

Bạn An muốn làm một hàng rào bao quanh một khu vườn hình chữ nhật để trồng rau. Bạn An chỉ có 24 mét rào. Yêu cầu diện tích khu vườn ít nhất là 20 mét vuông. Hỏi chiều rộng của khu vườn có thể nằm trong khoảng nào?

Tài liệu tham khảo

1. George Polia (2010). *Toán học và những suy luận có lí.* NXBGDVN.
2. Lê Duy Phát (2008). *Bồi dưỡng một số nét đặc trưng của tư duy hàm cho học sinh trung học cơ sở thông qua việc vận dụng quan điểm hoạt động vào dạy học môn toán.* Luận án tiến sĩ, chuyên ngành: Lý luận và Phương pháp dạy học Bộ môn Toán. Trường Đại học Vinh.
3. Nguyễn Bá Kim (2011). *Phương pháp dạy học môn Toán.* Hà Nội: NXB Đại học Sư phạm.