

Thiết kế tình huống dạy học hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn theo hướng phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh

Nguyễn Thị Đông Thảo*, Nguyễn Phú Lộc**

*HVCH LL và PPDH bộ môn Toán, Trường ĐH Sài Gòn

**Trường Đại học Cần Thơ

Received: 1/12/2022; Accepted: 17/12/2022; Published: 23/12/2022

Abstract: According to the General Education Program in Mathematics - 2018, mathematical problem-solving ability is one of the five components of mathematical competence that students must form and develop. The system of first-order inequalities in two unknowns is a body of knowledge that connects mathematics to practice and can be used to develop mathematical problem-solving skills. In this paper, we design teaching situations for a system of first-order inequalities in two unknowns to improve students' mathematical problem-solving abilities.

Keywords: Mathematical problem-solving competency; system of first-order inequalities in two unknowns; teaching situation.

1. Đặt vấn đề

Giáo dục toán học góp phần hình thành và phát triển cho học sinh (HS) các phẩm chất chủ yếu, năng lực chung và năng lực toán học. Một trong năm thành tố năng lực toán học cần hướng tới giúp người học phát triển trong dạy học môn Toán là năng lực giải quyết vấn đề toán học. Phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học tạo điều kiện cho HS học tập chủ động, tư duy linh hoạt và hình thành thói quen tự học, tự tìm tòi để thích ứng với những yêu cầu không ngừng biến đổi của cuộc sống.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Năng lực giải quyết vấn đề toán học

Năng lực giải quyết vấn đề toán học là khả năng của cá nhân vận dụng kiến thức, kỹ năng, kinh nghiệm, thái độ... thông qua hành động của mình vào quá trình giải quyết các vấn đề của toán học và ứng dụng toán học trong thực tiễn.

2.2. Các biểu hiện năng lực giải quyết vấn đề toán học ở cấp trung học phổ thông

Theo chương trình GDPT môn Toán 2018, biểu hiện cả năng giải quyết vấn đề toán học cấp trung học phổ thông:

(1). Nhận biết, phát hiện được vấn đề cần giải quyết trong môn Toán.

(2). Đề xuất, lựa chọn được cách thức, giải pháp giải quyết vấn đề.

(3). Sử dụng được các kiến thức, kỹ năng toán học tương thích (bao gồm các công cụ và thuật toán) để

giải quyết vấn đề đặt ra.

(4) Đánh giá giải pháp đề ra và khái quát hoá cho vấn đề tương tự.

2.3. Thiết kế tình huống dạy học hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Theo tác giả Đỗ Đức Thái và Đỗ Tiến Đạt (2017), tác giả Phạm Đức Tài (2019) về con đường dạy học phát triển năng lực nói chung và cách tiếp cận dạy học phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học, chúng tôi thiết kế tình huống dạy học sau:

2.3.1. Hoạt động (HD) mở đầu: Tình huống đặt vấn đề là bài toán có nội dung liên quan thực tiễn

Lan được phân công làm bánh cupcake và bánh chuối bán tại gian hàng ẩm thực của lớp vào lễ hội ở trường. Lan có thể làm không quá 60 bánh cupcake và 35 bánh chuối. Tổng số bánh cupcake và bánh chuối cần làm không ít hơn 80 cái. Em hãy giúp Lan tính chi phí thấp nhất để làm bánh. Biết chi phí làm mỗi bánh cupcake là 12 nghìn đồng, mỗi bánh chuối là 20 nghìn đồng.

HD 1: Hình thành khái niệm hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Nhiệm vụ 1 (HS HD nhóm): Viết hệ các bất phương trình mô tả ràng buộc số bánh cupcake và bánh chuối Lan có thể làm.

Chính xác hóa định nghĩa hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn từ kết quả nhiệm vụ 1. Cùng cô khái niệm qua ví dụ 1:

Trong các hệ bất phương trình sau, hệ bất phương

trình nào là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn? Giải thích.

$$\begin{aligned}
 & \text{a. } \begin{cases} 2x < 0 \\ x + y \geq 2 \\ 3x - 2y < -5 \end{cases} \quad \text{b. } \begin{cases} x - y > 2 \\ x + 2y + z \leq 0 \\ y - 5 < 0 \end{cases} \\
 & \text{c. } \begin{cases} x^2 + y^2 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \\ x - 5y > 2 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học liên quan đến thực tiễn thể hiện qua:

Bước 1: Nhận biết, phát hiện vấn đề cần giải quyết bằng toán học.

- Số bánh cupcake không quá 60; số bánh chuối không quá 35. Tổng số bánh cupcake và bánh chuối không ít hơn 80 cái.

Bước 2: Lựa chọn, đề xuất được cách thức và giải pháp GQVĐ.

Xác định thông tin cần thiết để chuyển đổi ngôn ngữ toán học phù hợp và xác định chiến lược, giải pháp cho vấn đề:

- Số bánh mỗi loại là thông tin chưa biết nên có thể biểu diễn bằng 2 ẩn x, y .

- Lan làm không quá 60 bánh cupcake và 35 bánh chuối thì $0 \leq x \leq 60; 0 \leq y \leq 35$.

- Tổng số bánh cupcake và bánh chuối cần làm không ít hơn 80 cái thì $x + y \geq 80$.

Bước 3: Thực hiện, trình bày được giải pháp vấn đề.

- Lời giải mong đợi:

Gọi x là số bánh cupcake, y là số bánh chuối Lan làm ($x, y \in \mathbb{N}$).

Lan có thể làm không quá 60 bánh cupcake và 35 bánh chuối nên $0 \leq x \leq 60; 0 \leq y \leq 35$.

Tổng số bánh cupcake và bánh chuối cần làm không ít hơn 80 cái nên $x + y \geq 80$.

Hệ bất phương trình thể hiện các ràng buộc x, y :

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 60 \\ 0 \leq y \leq 35 \\ x + y \geq 80. \end{cases}$$

Bước 4: Đánh giá giải pháp đề ra, khái quát hoá cho vấn đề tương tự.

Điều kiện x, y có phù hợp thực tiễn không? Đơn vị như thế nào? Các bất phương trình thể hiện đúng thông tin trong bài toán mở đầu không?

2.3.2. HD 2: Hình thành khái niệm nghiệm hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Nhiệm vụ 2: Với hệ bất phương trình bậc nhất hai

$$\text{ẩn: } \begin{cases} 0 \leq x \leq 60 \\ 0 \leq y \leq 35 \\ x + y \geq 80 \end{cases}$$

a. Cặp số (10; 34) có phải là nghiệm của tất cả các bất phương trình trong hệ không?

b. Cặp số (52; 30) có phải là nghiệm của tất cả các bất phương trình trong hệ không?

Chính xác hóa khái niệm nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

2.3.3. HD 3: Hình thành phương pháp biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Nhiệm vụ 3:

Xét hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 60 \\ 0 \leq y \leq 35 \\ x + y \geq 80 \end{cases}$$

a. Biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.

b. Xác định phần giao các miền nghiệm của các bất phương trình trong hệ.

Chính xác hóa cách biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn. Vận dụng qua ví dụ 2:

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 2x + y > 2 \\ x + y \geq -1 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$$

2.3.4. HD 4: Áp dụng vào bài toán thực tiễn.

Nhiệm vụ 4:

Yêu cầu 1:

Xét bài toán mở đầu, với x, y lần lượt là số bánh cupcake và số bánh chuối Lan làm. Em hãy tính số tiền chi phí bỏ ra để làm bánh. Chi phí ít nhất để làm bánh là bao nhiêu?

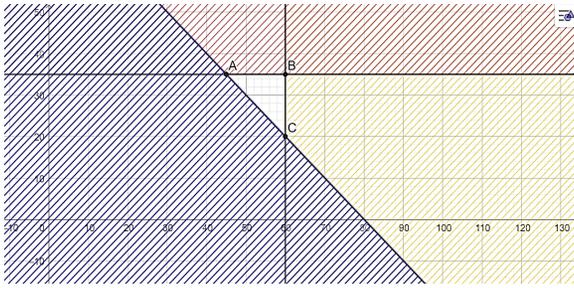
Yêu cầu 2: Tìm GTNN của $F(x; y) = 12x + 20y$

$$\text{với } (x, y) \text{ là thỏa hệ các điều kiện } \begin{cases} 0 \leq x \leq 60 \\ 0 \leq y \leq 35 \\ x + y \geq 80 \end{cases}$$

Yêu cầu 3: (Sử dụng Geogebra)

Với tập nghiệm hệ bất phương trình bậc nhất hai

$$\text{ẩn } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq 60 \\ y \leq 35 \\ x + y \geq 80 \end{cases} \text{ là miền tam giác ở hình vẽ}$$



Di chuyển điểm bên trong miền tam giác và tính giá trị biểu thức $F(x; y) = 12x + 20y$ tại một số điểm và tại các đỉnh A, B, C. Từ đó, nhận xét giá trị của biểu thức tại các đỉnh A, B, C. Giá trị nào nhỏ nhất?

Phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học liên quan đến thực tiễn thể hiện qua:

Bước 1: Nhận biết, phát hiện vấn đề cần giải quyết bằng toán học.

- Chi phí làm mỗi bánh cupcake là 12 nghìn đồng, mỗi bánh chuối là 20 nghìn đồng thì chi phí làm bánh thấp nhất là bao nhiêu? Tính chi phí thấp nhất để làm bánh.

Bước 2: Lựa chọn, đề xuất được cách thức và giải pháp GQVĐ.

- Chi phí làm bánh là $F(x; y) = 12x + 20y$

- Chi phí làm bánh ít nhất khi biểu thức

$F(x; y) = 12x + 20y$ có giá trị như thế nào?

Đưa về tìm GTNN của biểu thức hai biến biểu

thức $F(x; y) = 12x + 20y$ trên miền nghiệm hệ

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 60 \\ 0 \leq y \leq 35 \\ x + y \geq 80 \end{cases}$$

- GeoGebra là phương tiện, công cụ học toán giúp quan sát trực tiếp tính chất và mối liên hệ đối tượng của miền nghiệm, cùng với máy tính cầm tay để tính toán chỉ ra GTNN.

Thừa nhận kết quả bài toán tìm GTLN (GTNN) của biểu thức hai biến trên miền đa giác.

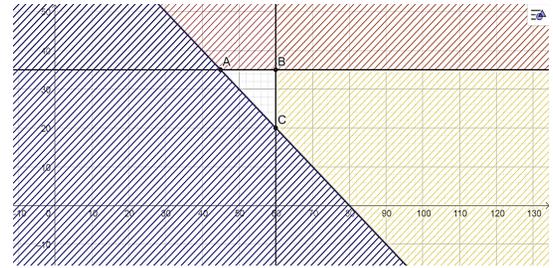
Bước 3: Thực hiện, trình bày được giải pháp vấn đề.

- Chi phí làm bánh: $F(x; y) = 12x + 20y$ nghìn đồng.

Chi phí ít nhất khi $F(x; y) = 12x + 20y$ đạt được GTNN tại cặp số (x, y) là nghiệm của hệ bất phương trình.

- Miền nghiệm của hệ là miền tam giác ABC với tọa độ các đỉnh:

A(45; 35), B(60; 35), C(60; 20).



Giá trị của biểu thức $F(x; y) = 12x + 20y$ tại các đỉnh:

A: $F(45; 35) = 1240$.

B: $F(60; 35) = 1420$.

C: $F(60; 20) = 1120$.

GTNN của $F(x; y) = 12x + 20y$ là 1120 tại C(60; 20).

Vậy chi phí thấp nhất để Lan làm bánh là 1.120.000 đồng.

Bước 4: Đánh giá giải pháp đề ra, khái quát hoá cho vấn đề tương tự.

- Chi phí thấp nhất làm bánh với số bánh mỗi loại có thỏa hệ ràng buộc? Câu trả lời hợp lý cho câu hỏi và thực tiễn chưa?

- Kiểm tra tính toán, kết luận. GeoGebra mô phỏng bước biểu diễn và minh họa kết quả, kiểm tra lại nghiệm.

3. Kết luận

Năng lực giải quyết vấn đề toán học đóng vai trò quan trọng trong học tập, là tiền đề cho sự phát triển năng lực giải quyết vấn đề sáng tạo – là năng lực cần có ở mỗi con người để sống, học tập và làm việc suốt đời. Với thiết kế phù hợp, GV hoàn toàn có thể giúp HS rèn luyện được khả năng giải quyết vấn đề toán học qua các HĐ: nhận biết, phát hiện được vấn đề; đề xuất, lựa chọn được cách thức, giải pháp giải quyết vấn đề; sử dụng được các kiến thức, kỹ năng toán học tương thích để giải quyết vấn đề đặt ra; đánh giá giải pháp đề ra và khái quát hoá cho vấn đề tương tự.

Tài liệu tham khảo

[1]. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông – Chương trình môn Toán*. NXB giáo dục, Hà Nội.

[2]. Đỗ Đức Thái, Đỗ Tiên Đạt (2017). Xác định năng lực toán học trong chương trình phổ thông mới. *Tạp chí Khoa học Giáo dục Việt Nam*, Số 146, Trang 1 – 7.

[3]. Phạm Đức Tài (2019). *Xây dựng và sử dụng hồ sơ học tập trong đánh giá năng lực giải quyết vấn đề toán học của HS lớp 9* (Luận án tiến sĩ Khoa học giáo dục, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam)