

Bồi dưỡng năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn cho học sinh trong dạy học chủ đề cấp số cộng, cấp số nhân - đại số và giải tích lớp 11

Nguyễn Thanh Tùng*

*Phó Hiệu trưởng Trường THPT Cái Bè, huyện Cái Bè, tỉnh Tiền Giang

Received: 02/11/2022; Accepted: 10/12/2022; Published: 18/12/2022

Abstract: The article identifies the manifestations and proposes some measures to contribute to the development of students' ability to apply mathematics into practice in teaching Arithmetic Progression and Geometric Progression - Algebra and Calculus 11.

Keywords: Ability to apply mathematics in practice; Arithmetic Progression, Geometric Progression, Algebra and Calculus 11.

1. Đặt vấn đề

Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán (Ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26 tháng 12 năm 2018 của Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo) khẳng định: "... Môn Toán ở trường phổ thông góp phần hình thành và phát triển các phẩm chất chủ yếu, năng lực chung và năng lực toán học cho học sinh; phát triển kiến thức, kỹ năng then chốt và tạo cơ hội để học sinh được trải nghiệm, vận dụng toán học vào thực tiễn; tạo lập sự kết nối giữa các ý tưởng toán học, giữa Toán học với thực tiễn, giữa Toán học với các môn học và hoạt động giáo dục khác, đặc biệt với các môn Khoa học, Khoa học tự nhiên, Vật lý, Hoá học, Sinh học, Công nghệ, Tin học để thực hiện giáo dục STEM". Trong chương trình Đại số và Giải tích 11, nội dung "Cấp số cộng, cấp số nhân" có nhiều ứng dụng trong thực tế và rất gần gũi với cuộc sống. Vì vậy, việc dạy học theo hướng "Bồi dưỡng năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn trong dạy học chủ đề Cấp số cộng, cấp số nhân" là rất quan trọng và cần thiết. Bài viết đề xuất một số biện pháp góp phần phát triển năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn khi dạy học chủ đề này.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Các biểu hiện năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn của học sinh trong dạy học chủ đề Cấp số cộng, cấp số nhân

Biểu hiện 1: Học sinh (HS) thu nhận được thông tin toán học từ tình huống thực tế liên quan đến kiến thức về chủ đề Cấp số cộng, cấp số nhân.

HS nhận thức được các thông tin định lượng về kiến thức hoặc các thông tin định tính như đặc điểm, tính chất của cấp số cộng, cấp số nhân thể hiện trong các bài toán thực tế.

Biểu hiện 2: HS thiết lập được mối liên hệ giữa các kiến thức toán học với các thông tin có được từ các tình huống thực tiễn.

Thể hiện ở khả năng HS chuyển đổi thông tin giữa thực tế và toán học; bao gồm: hoạt động mã hoá thông tin toán học từ tình huống thực tế, hoạt động giải mã thông tin toán học có được từ tình huống thực tế.

Biểu hiện 3: Năng lực thiết lập các mô hình toán học của HS từ tình huống thực tế và áp dụng các mô hình toán học vào các tình huống thực tiễn.

Biểu hiện này thể hiện ở việc HS tổ chức lại các dữ kiện toán học thu được từ tình huống thực tế để lập nên các công thức tính số hạng thứ n và tổng n số hạng đầu của Cấp số cộng, cấp số nhân.

Biểu hiện 4: Lập được kế hoạch, đề xuất được các giải pháp phù hợp để giải quyết tình huống thực tiễn trong chủ đề Cấp số cộng, cấp số nhân

HS sử dụng linh hoạt các thao tác trí tuệ, lựa chọn phương pháp suy luận hợp lý để xác định, giải quyết vấn đề toán học trên mô hình của các tình huống thực tiễn.

2.2. Các biện pháp phát triển năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn trong dạy học nội dung cấp số cộng, cấp số nhân

2.2.1. Khởi gợi động cơ học tập từ các tình huống có yếu tố thực tiễn trong chủ đề Cấp số cộng, cấp số nhân

Mục đích của biện pháp là góp phần cho HS thấy được vai trò của thực tiễn trong nội dung học tập chủ đề. Tạo cho HS có động cơ, hứng thú, tích cực trong học tập, giúp thúc đẩy hoạt động vận dụng kiến thức toán học vào thực tiễn.

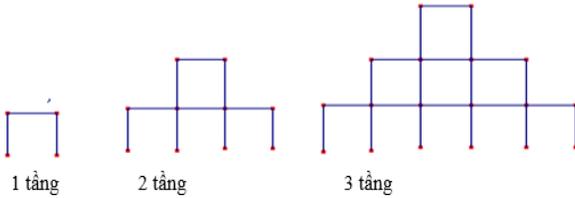
Để thực hiện một cách có hiệu quả biện pháp này,

GV cần: Lựa chọn tình huống thực tiễn phù hợp, giúp HS phát hiện vấn đề; Gắn các tình huống thực tiễn phù hợp với từng nội dung giảng dạy.

Ví dụ 1. Khi dạy về khái niệm cấp số cộng

GV sử dụng bài toán “Xây tháp bằng que diêm” với mục đích lôi cuốn HS vào bài học, kích thích nhu cầu tìm hiểu bài mới.

GV đưa ra bài toán: Hai bạn Thanh và Hoa chơi trò xếp que diêm thành hình tháp trên mặt sân. Cách xếp thể hiện như hình vẽ (hình 1) sau:



Hình 1. Sơ đồ xếp que diêm

Nếu coi số que diêm ở tầng đế của mỗi tháp là một dãy số, nhận xét về quan hệ của các số hạng này tuân theo quy luật gì?

HS quan sát cách xếp toà tháp và đếm số que diêm ở mỗi tầng

Nội dung	Đánh giá kết quả hoạt động
Đếm số que diêm cần xếp ở tầng đế của tháp khi tháp có 1 tầng, 2 tầng, 3 tầng, 4 tầng.	Số que diêm ở tầng 1 là 3 Số que diêm ở tầng 2 là 7 Số que diêm ở tầng 3 là 11
Nhận ra quan hệ của các số hạng liên tiếp. Tổng quát ra định nghĩa của cấp số cộng.	$u_1 = 3; u_2 = 7;$ $u_3 = 11; u_4 = 15.$

Nhận xét được quy luật của dãy số này là số que diêm của tầng bên dưới bằng số que diêm của tầng trên cộng thêm 4, từ đó hình thành nên khái niệm cấp số cộng.

Thông qua ví dụ 1, HS biết khái niệm Cấp số cộng và nó xuất hiện trong thực tiễn cuộc sống. Việc này, giúp HS muốn được tìm hiểu nhiều hơn về những vấn đề, hiện tượng trong thực tiễn liên quan đến Cấp số cộng.

2.2.2. Tập luyện cho học sinh chuyển đổi giữa ngôn ngữ tự nhiên và ngôn ngữ toán học gắn với chủ đề Cấp số cộng, cấp số nhân

Bản chất của dạy học ứng dụng toán học học vào thực tiễn là thực hiện mô hình hóa toán học và yêu cầu quan trọng là chuyển đổi ngôn ngữ tự nhiên sang ngôn ngữ toán học. Biện pháp này giúp HS sử dụng được kí hiệu, công thức toán học... trình bày các vấn đề thực tiễn để sử dụng công cụ toán học giải quyết vấn đề.

Ví dụ 2. Cho tam giác ABC có 3 góc tạo thành một cấp số cộng, tìm số đo các góc của tam giác ABC.

GV yêu cầu HS đưa ra các giả thiết và kết luận của bài toán này dưới dạng kí hiệu. HS đọc kĩ bài toán và thực hiện yêu cầu của GV.

Giả thiết	Tam giác ABC có ba góc A, B, C theo thứ tự lập thành một cấp số cộng
Kết luận	Số đo ba góc A, B, C

GV đưa ra câu hỏi gợi ý để HS khai thác sâu hơn các giả thiết từ đó có thể giải quyết bài toán một cách hiệu quả hơn. Chẳng hạn, GV có thể đưa ra các câu hỏi sau:

a) Tam giác ABC có ba góc A, B, C tạo thành một cấp số cộng, do đó có thể biểu diễn chúng như thế nào ?

b) Ba góc A, B, C là ba góc trong một tam: GV theo kiến thức đã biết chúng ta có được điều gì ?

Để trả lời được hai câu hỏi trên đòi hỏi HS phải biết sử dụng kết hợp các ngôn ngữ kí hiệu của hình học (tam giác ABC) lẫn đại số (cấp số cộng). Sau khi HS trả lời hai câu hỏi trên; GV yêu cầu HS viết lại giả thiết và kết luận của bài toán

Giả thiết	Trong tam giác ABC, đặt $A = u_1; B = u_1 + d; C = u_1 + 2d;$ Ba góc A, B, C theo thứ tự lập thành một cấp số cộng, ta có $A+B+C = 180^\circ$
Kết luận	Số đo ba góc A, B, C

Thông qua việc trả lời hai câu hỏi gợi ý trên, GV sẽ giúp HS diễn đạt giả thiết của bài toán theo ngôn ngữ toán học $A = u_1; B = u_1 + d; C = u_1 + 2d$ và $A+B+C = 180^\circ$ dẫn đến có thể sử dụng các kiến thức về cấp số cộng để giải bài toán.

2.2.3. Tăng cường khai thác các bài toán có nội dung thực tiễn trong giờ luyện tập, ôn tập chủ đề Cấp số cộng, cấp số nhân

Mục đích của biện pháp, giúp HS củng cố lại kiến thức đã học; phân tích, xử lý thông tin từ các tình huống thực tiễn dưới nhiều góc độ khác nhau để đưa ra phương án tối ưu; biết cách chuyển đổi bài toán toán học thông thường thành bài toán thực tiễn, hoặc có thể tự đặt ra những tình huống thực tiễn khác nhau.

Để thực hiện tốt tiết luyện tập, ôn chương GV cần thực hiện: Hướng dẫn HS giải các bài toán thực tiễn có trong chương trình; Chuyển đổi các bài toán học thông thường thành bài toán thực tiễn; Bổ sung một số bài toán thực tiễn gắn với tình hình kinh tế - xã hội ở địa phương; Cho HS giải các bài toán tăng dần từ mức độ dễ đến khó.

Ví dụ 3. Sau khi học xong bài công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng, GV cho bài toán: Khi

ký hợp đồng dài hạn với các kỹ sư được tuyển dụng, công ty liên doanh A đề xuất hai phương án trả lương để người lao động tự lựa chọn, cụ thể như sau:

Phương án 1: Người lao động sẽ nhận được 36 triệu đồng cho năm làm việc đầu tiên, kể từ năm làm việc thứ hai mức lương sẽ tăng 3 triệu đồng mỗi năm.

Phương án 2: Người lao động sẽ nhận được 7 triệu đồng cho quý làm việc đầu tiên, kể từ quý thứ hai mức lương sẽ tăng thêm 500 000 đồng mỗi quý.

Nếu em là người ký hợp đồng lao động với Công ty liên doanh A thì em sẽ chọn phương án nào ?

Việc đưa ra 2 phương án để HS vận dụng các kiến thức liên quan chủ đề Cấp số cộng để giải quyết vấn đề.

Gọi n là số năm ký hợp đồng làm việc với công ty A ($n > 0$)

Nếu ký hợp đồng theo phương án 1 thì tổng số tiền lương nhận được trong n năm là:

$$S_1 = n.36 + \frac{n(n-1)}{2} .3 = \frac{3n^2 + 69n}{2}.$$

Nếu ký hợp đồng theo phương án 2 thì tổng số tiền lương nhận được trong n năm là

$$S_2 = 4n.7 + \frac{4n(4n-1)}{2} .0,5 = 4n^2 + 27n.$$

Xét

$$S_1 - S_2 = \frac{3n^2 + 69n}{2} - (4n^2 + 27n) = \frac{-5n^2 + 15n}{2};$$

$$S_1 - S_2 > 0 \Leftrightarrow \frac{-5n^2 + 15n}{2} > 0 \Leftrightarrow 0 < n < 3.$$

Vậy nếu làm việc dưới 3 năm thì lựa chọn theo phương án 1, nếu làm việc trên 3 năm thì lựa chọn phương án 2.

Qua bài toán, HS thấy được ứng dụng của công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng trong thực tiễn.

2.2.4. Hướng dẫn học sinh vận dụng kiến thức chủ đề Cấp số cộng, cấp số nhân để giải các bài toán thực tiễn liên quan đến các môn học khác

Dạy học ứng dụng liên môn là một trong những yêu cầu của dạy học hiện nay. Biện pháp này giúp HS thấy được vai trò, tầm quan trọng của chủ đề cấp số cộng, cấp số nhân trong các môn khoa học khác ở trường Trung học phổ thông. Để thực hiện, GV cần lựa chọn các bài toán, kiến thức của các môn khoa học trong chương trình phổ thông có thể giải quyết dựa trên kiến thức về cấp số cộng, cấp số nhân, hướng dẫn HS chuyển đổi ngôn ngữ khoa học môn học sang ngôn ngữ toán học và thực hiện.

Ví dụ 4. (Chu kỳ bán rã) Trong y học người ta sử dụng đồng vị phóng xạ ^{14}Na để đo thể tích máu của

cơ thể. Chu kỳ bán rã của ^{14}Na là 15 giờ (tức là sau 15 giờ thì lượng ^{14}Na giảm đi một nửa). Tính khối lượng còn lại của 20g ^{14}Na sau 30 tiếng; sau 1 ngày.

Đây là bài toán vật lý phóng xạ được sử dụng trong y học (dùng để đo lượng máu trong cơ thể) nhưng có thể dùng các kiến thức về cấp số nhân để giải quyết bài toán như sau: Chuyển bài toán với ngôn ngữ vật lý sang ngôn ngữ toán học (Toán học hóa bài toán).

Gọi u_n (gam) là khối lượng còn lại của 20g ^{14}Na sau n chu kỳ bán rã.

Ta có 30 giờ = 2 chu kỳ bán rã;

$$1 \text{ ngày} = 24 \text{ giờ} = 24.4 = 96 \text{ chu kỳ bán rã.}$$

Như vậy theo đề bài ta cần tính u_2 và u_{96} .

Tìm cách giải từ các phân tích để tính u_2 và u_{96} . Sau mỗi chu kỳ bán rã khối lượng ^{14}Na chỉ còn một nửa như vậy khối lượng ^{14}Na còn lại lập thành một

cấp số nhân với số hạng đầu là $u_1 = \frac{20}{2} = 10$ và công bội $q = \frac{1}{2}$.

Sau 30 giờ khối lượng ^{14}Na còn lại là

$$u_2 = u_1 . q = 10 . \frac{1}{2} = 5 \text{ (g)}$$

Sau 1 ngày khối lượng ^{14}Na còn lại là

$$u_{96} = u_1 . q^{96} = 10 . \left(\frac{1}{2}\right)^{96} = 2,5 . 10^{-28} \text{ (g)}$$

Với bài toán này HS có thể thấy được vận dụng của toán học trong môn Vật lý, một môn học có sử dụng rất nhiều kiến thức của toán học.

3. Kết luận

Qua bài viết, chúng tôi đã đề xuất các biểu hiện và một số biện pháp góp phần phát triển năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn cho học sinh lớp 11 trong dạy học chủ đề Cấp số cộng, cấp số nhân. Đây là cơ sở để chúng tôi cũng như giáo viên toán Trung học phổ thông, tiếp tục nghiên cứu chủ đề này cũng như các nội dung khác trong chương trình môn Toán phổ thông, góp phần nâng cao chất lượng dạy học toán phổ thông.

Tài liệu tham khảo

- Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018), *Chương trình giáo dục phổ thông môn toán 2018*.
- Trần Thanh Hiền (2018), *phát triển năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn trong dạy học khối đa diện, mặt nón, mặt trụ và mặt cầu*, Luận văn Thạc sĩ khoa học giáo dục, trường Đại học Đồng Tháp.
- Lê Ngọc Sơn, Nguyễn Dương Hoàng (2020), *Một số vấn đề về lý luận và thực hành dạy học toán*, NXB Giáo dục.