

# Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học cho học sinh thông qua dạy học chương Góc với đường tròn - Hình học lớp 9

Nguyễn Như Hóa\*, Lê Xuân Trường\*\*

\*Trường THPT Chuyên Bạc Liêu, tỉnh Bạc Liêu

\*\*Trường Đại học Đồng Tháp

Received: 12/7/2023; Accepted: 20/7/2023; Published: 28/7/2023

**Abstract:** The article proposes a number of measures to develop students' ability to think and reason mathematically through teaching the corner chapter with circles-Geometry 9, including: Practice for students to perform operations thinking analytically, synthesizing in the process of learning concepts, proving theorems or solving exercises on corners with circles; Train students in the operations of comparison, analogy, generalization, and specialisation in the process of solving exercises of the corner chapter with the circle; Guide students to analyze and argue from different angles to find many different solutions while solving the corner chapter exercises with circles.

**Keywords:** Angle with the circle, development measures, capacity, thinking and mathematical reasoning.

## 1. Đặt vấn đề

Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018 do Bộ Giáo dục và Đào tạo ban hành theo định hướng phát triển năng lực (NL). Tức là, dạy học phải đáp ứng mục tiêu “kép” vừa làm cho học sinh (HS) hiểu sâu sắc nội dung kiến thức, vừa phải phát triển cho HS một số thành phần của NL toán học. Trong 5 thành phần của NL toán học thì NL tư duy và lập luận toán học có nhiều cơ hội để phát triển cho học sinh trong dạy học môn Toán. Bài viết đề xuất một số biện pháp phát triển NL tư duy và lập luận toán học trong chương góc với đường tròn - Hình học 9.

## 2. Nội dung nghiên cứu

### 2.1. Phân tích một số biểu hiện của NL tư duy và lập luận toán học chủ đề hệ thức lượng trong tam giác vuông-Hình học 9

Theo chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018 thì NL TD & LLTH đối với HS cấp THCS được biểu hiện cụ thể như sau: *Thực hiện được các thao tác tư duy, đặc biệt biết quan sát, giải thích được sự tương đồng và khác biệt trong nhiều tình huống và thể hiện được kết quả của việc quan sát; Thực hiện được việc lập luận hợp lý khi giải quyết vấn đề; Nêu và trả lời câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề. Chứng minh được mệnh đề toán học không quá phức tạp.*

Trên cơ sở nội dung chương góc với đường tròn và các biểu hiện của NL tư duy và lập luận ở cấp THCS, chúng tôi đề xuất một số biểu hiện của NL này trong chủ đề này như sau: HS phân tích để tìm ra dấu hiệu đặc trưng của khái niệm góc ở tâm, góc nội tiếp, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung, góc có đỉnh ở trong đường tròn, góc có đỉnh ở ngoài đường tròn; HS phân tích để tìm hiểu bài toán, sử dụng được

sơ đồ phân tích đi lên để tìm đường lối giải bài toán; HS biết quan sát để so sánh được sự giống nhau, khác nhau giữa các tính chất góc ở tâm, góc nội tiếp, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung, góc có đỉnh ở trong đường tròn, góc có đỉnh ngoài đường tròn, các dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp. Biểu hiện về lập luận: HS biết lập luận hợp lý để tìm ra lời giải bài toán, biết lập luận theo nhiều hướng khác nhau để tìm nhiều lời giải khác nhau; HS trả lời được các câu hỏi khi lập luận, từ đó trình bày lời giải kèm theo căn cứ suy luận trong quá trình giải các bài tập hay quá trình chứng minh định lý chương góc với đường tròn.

### 2.2. Biện pháp phát triển NL tư duy và lập luận toán học cho học sinh thông qua dạy học chương góc với đường tròn

2.2.1. Biện pháp 1: Tập cho HS thực hiện các thao tác tư duy phân tích, tổng hợp trong quá trình học tập khái niệm, chứng minh định lý hay giải bài tập chương góc với đường tròn

- Mục đích của biện pháp

+ Giúp HS có kỹ năng phân tích các tính chất đặc trưng của khái niệm để hiểu đúng khái niệm, phân tích để tìm hiểu nội dung bài toán giữa điều kiện đã cho (giả thiết) với điều kiện phải tìm (kết luận); sử dụng sơ đồ phân tích đi lên để tìm đường lối giải bài toán hoặc tìm đường lối chứng minh định lý.

+ Giúp HS có kỹ năng tổng hợp dữ kiện, sắp xếp lời giải một cách hợp lý, rõ ràng, chặt chẽ.

- Cách thức thực hiện

+ GV lựa chọn hệ thống bài tập hoặc định lý trong chương góc với đường tròn có cơ hội rèn luyện cho HS các thao tác tư duy (phân tích, tổng hợp)

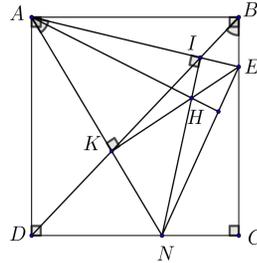
+ GV hướng dẫn HS tìm lời giải bài toán hoặc

chứng minh định lý thông qua hệ thống câu hỏi hoặc theo nhóm để HS thực hiện

**Ví dụ 1:** Cho bài toán sau: Trên các cạnh  $BC, DC$  của hình vuông  $ABCD$  lấy lần lượt hai điểm  $E$  và  $N$  sao cho  $\widehat{EAN} = 45^\circ$ . Đường chéo  $BD$  cắt  $AE$  và  $AN$  lần lượt ở  $I$  và  $K$ . Gọi  $H$  là giao điểm của  $NI$  và  $EK$ . Chứng minh  $AH \perp NE$ .

GV tập cho HS phân tích để tìm hiểu nội dung bài toán thông qua các câu hỏi: Bài toán cho biết gì? Cần chứng minh gì?

GV: Em hãy vẽ hình và ghi giả thiết, kết luận của bài toán.



GV: Sử dụng sơ đồ phân tích đi lên để tìm đường lối giải qua hệ thống câu hỏi như sau:

GV: Để  $AH \perp NE$  thì cần phải chứng minh gì?

HS: Chứng minh  $H$  là trực tâm của  $\Delta AEN$

GV: Muốn  $H$  là trực tâm của  $\Delta AEN$  ta phải chứng minh gì?

HS: Cần chứng minh  $EK \perp AN$  và  $NI \perp AE$

GV: Muốn có  $EK \perp AN$  và  $NI \perp AE$  ta cần chứng minh các tứ giác nào nội tiếp?

HS: Kết quả mong đợi trả lời được ta cần chứng minh  $ABEK, ABNI$  nội tiếp

GV: Vậy em hãy chứng minh theo kết quả gợi ý.

Kết quả mong đợi HS sẽ trình bày được chứng minh như sau:  $ABCD$  là hình vuông có đường chéo  $BD \Rightarrow \widehat{BDC} = \widehat{CBD} = 45^\circ$  hay  $\widehat{NDI} = 45^\circ$  và  $\widehat{KBE} = 45^\circ$ . Xét tứ giác  $IADN$  có  $\widehat{IAN} = 45^\circ$  (gt) và  $\widehat{IDN} = 45^\circ$  (chứng minh trên)  $\Rightarrow \widehat{IAN} = \widehat{IDN}$ , mà hai góc này có hai đỉnh liên tiếp là  $A$  và  $D$  cùng nhìn cạnh  $IN \Rightarrow IADN$  nội tiếp được  $\Rightarrow \widehat{ADN} + \widehat{AIN} = 180^\circ$  (tổng hai góc đối của tứ giác nội tiếp), mà  $\widehat{ADN} = 90^\circ$  (gt)  $\Rightarrow \widehat{AIN} = 90^\circ$  hay  $NI \perp AE$  (1).

Tương tự  $EK \perp AN$  (2).

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow H$  là trực tâm của  $\Delta AEN$

$\Rightarrow AH \perp NE$ .

Qua bài toán này, HS có cơ hội thực hiện thao tác phân tích, tổng hợp góp phần hình thành NL tư duy và lập luận toán học.

**2.2.2. Biện pháp 2: Rèn luyện cho học sinh các thao tác so sánh, tương tự, khái quát hóa, đặc biệt hóa trong quá trình giải bài tập chương góc với đường tròn**

- Mục đích của biện pháp

+ Giúp HS biết quan sát, giải thích được sự tương đồng, khác biệt trong nhiều tình huống và thể hiện

được kết quả của việc quan sát.

+ Giúp HS kiến tạo tri thức, nắm vững các khái niệm, định lý, tính chất, hệ quả, đảo sâu kiến thức, mở rộng bài toán về góc với đường tròn

+ Giúp HS khả năng đề xuất bài toán tổng quát, góp phần rèn luyện thao tác tư duy khái quát hóa, đặc biệt hóa.

- Cách thức thực hiện

GV lựa chọn bài toán gốc, hướng dẫn HS sử dụng các thao tác tư duy như: đặc biệt hóa, tương tự hóa, khái quát hóa để đi đến bài toán đặc biệt, bài toán tương tự, bài toán đảo, bài toán tổng quát; Xét sự thay đổi giả thiết từ đó dẫn đến sự thay đổi tương ứng của kết luận, để xây dựng, đề xuất bài toán mới.

**Ví dụ 2 (minh**

**họa đề xuất bài**

**toán tương tự):** Xét

bài toán 1. Cho hai

đường tròn  $(O)$  và

$(O')$  cắt nhau tại  $A$

và  $B$ . Tiếp tuyến tại

$A$  của đường tròn

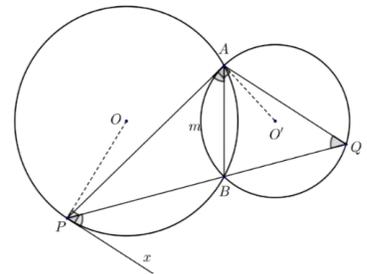
$(O')$  cắt đường tròn

$(O)$  tại điểm thứ hai  $P$ .

Tia  $PB$  cắt đường tròn

$(O')$  tại điểm thứ hai  $Q$ .

Chứng minh đường thẳng  $AQ$  song song với tiếp tuyến tại  $A$  của đường tròn  $(O)$ .



GV hướng dẫn HS tìm hướng giải bài toán thông qua hệ thống câu hỏi:

Để chứng minh  $Px \parallel AQ$  ta chứng minh hai góc nào bằng nhau? ( $\widehat{XPQ} = \widehat{PQA}$ ).

Góc  $\widehat{XPQ} = \widehat{ABP}$  vì sao? (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cùng chắn cung  $\widehat{PB}$  của đường tròn  $(O)$ ).

Góc  $\widehat{AQP} = \widehat{BAP}$  vì sao? (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cùng chắn cung  $\widehat{AmB}$  của đường tròn  $(O')$ ).

Dựa trên kết quả phân tích HS trình bày lời giải

Ta có:  $\widehat{QPX} = \widehat{PAB}$  (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cùng chắn cung  $\widehat{PB}$  của đường tròn  $(O)$ ,

$\widehat{AQP} = \widehat{BAP}$  (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cùng chắn cung  $\widehat{AmB}$  của đường tròn  $(O')$ )

$\Rightarrow \widehat{BPX} = \widehat{AQP}$ , mà hai góc ở vị trí so le trong

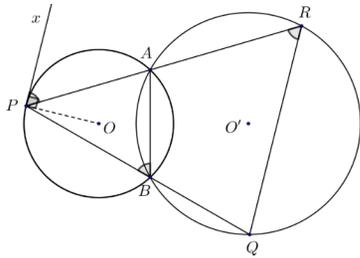
$\Rightarrow Px \parallel AQ$ .

Từ **Bài toán 1** GV đặt vấn đề nếu ta thay tiếp tuyến  $PA$  của đường tròn  $(O')$  bởi cát tuyến  $PAR$  của đường tròn  $(O')$  thì ta được bài toán nào?

**Kết quả mong đợi có bài toán tương tự: Bài toán**

**1.1.** Cho hai đường tròn  $(O)$  và  $(O')$  cắt nhau tại  $A$  và  $B$ . Gọi  $P$  là một điểm thuộc đường tròn  $(O)$ . Các

đường thẳng  $PA$ ,  $PB$  lần lượt cắt đường tròn ( $O'$ ) tại  $R$  và  $Q$ . Chứng minh đường thẳng  $RQ$  song song với tiếp tuyến tại  $P$  của đường tròn ( $O$ ).



2.2.3. **Biện pháp 3: Hướng dẫn HS phân tích, lập luận dưới nhiều góc độ khác nhau để tìm nhiều lời giải khác nhau trong khi giải bài tập chương góc với đường tròn.**

**Mục đích của biện pháp:** Giúp HS có cách suy diễn và lập luận khác nhau khi giải quyết cùng một bài toán, qua đó tìm được nhiều phương án giải quyết khác nhau.

**Cách thức thực hiện:** GV lựa chọn hệ thống bài tập có nhiều cách giải, hướng dẫn cho HS suy luận theo các hướng khác nhau để tìm ra các cách giải khác nhau.

**Ví dụ 3.** Cho  $\Delta ABC$  nhọn nội tiếp đường tròn ( $O$ ) có hai đường cao  $BE$  và  $CF$ . Chứng minh rằng  $OA \perp EF$ .

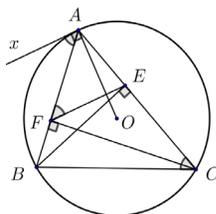
GV định hướng HS phân tích giả thiết, kết luận, tìm tòi lời giải đưa ra được nhiều lời giải khác nhau. GV: Bài toán yêu cầu chứng minh  $OA \perp EF$ . Ta có thể chứng minh hai đường thẳng vuông góc theo các phương pháp nào?

Kết quả mong đợi, có thể tìm được 3 hướng giải (hướng 1: Sử dụng tính chất một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại; hướng 2: góc đối diện với góc vuông trong tứ giác nội tiếp; hướng 3: đường kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì vuông góc với dây căng cung ấy). Kết quả mong đợi, HS sẽ thực hiện được theo 3 cách sau:

**Cách 1:** Vẽ tia tiếp tuyến của đường tròn ( $O$ ).

$$\Rightarrow OA \perp Ax \quad (1)$$

Ta có  $\widehat{xAB} = \widehat{ACB}$  (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây và góc nội tiếp cùng chắn cung  $\widehat{AB}$  của ( $O$ ))



Vì  $BFEC$  nội tiếp nên  $\widehat{AFE} = \widehat{ACB}$  (cùng bù với  $\widehat{EFB}$ )

$$\Rightarrow \widehat{AFE} = \widehat{xAB} \text{ (và hai góc này ở vị trí so le trong)}$$

$$\Rightarrow FE \parallel Ax \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow OA \perp EF.$$

**Cách 2:** Gọi  $N$  là giao điểm của  $AO$  với ( $O$ ). Tứ

giác  $BFEC$  nội tiếp nên  $\widehat{AFI} = \widehat{ACB}$  (cùng bù với  $\widehat{BFE}$ ), mà  $\widehat{ANB} = \widehat{ACB} \Rightarrow \widehat{AFI} = \widehat{ANB}$

Xét tứ giác  $FINB$  có

$$\widehat{BFI} + \widehat{BNI} = \widehat{BFI} + \widehat{IFA} = 180^\circ$$

$\Rightarrow$  tứ giác  $FINB$  nội tiếp được

$$\Rightarrow \widehat{NBF} + \widehat{NIF} = 180^\circ,$$

$$\Rightarrow \widehat{NIF} \text{ hay } OA \perp EF.$$

**Cách 3:** Đường thẳng  $EF$  cắt đường tròn ( $O$ ) tại  $P$  và  $Q$

Ta có

$$\widehat{AFE} = \frac{1}{2}(\text{sđ}\widehat{AQ} + \text{sđ}\widehat{PB})$$

$$\widehat{ACB} = \frac{1}{2}(\text{sđ}\widehat{AP} + \text{sđ}\widehat{PB})$$

Mà  $\widehat{AFE} = \widehat{ACB}$  (cùng bù với  $\widehat{BFE}$ )  $\Rightarrow \widehat{AQ} = \widehat{AP}$ .

$$\Rightarrow OA \perp PQ \text{ hay } OA \perp EF.$$

Như vậy việc GV định hướng để HS tìm nhiều hướng giải là rất cần thiết trong quá trình phát triển NL TD&LLTH cho HS. Việc phân tích tìm nhiều hướng giải giúp cho các em nhìn một bài toán dưới nhiều góc độ khác nhau và rèn luyện tư duy mềm dẻo cho HS.

### 3. Kết luận

Bài viết đã đề xuất một số biện pháp nhằm phát triển NL tư duy và lập luận toán học cho HS thông qua dạy học chương góc với đường tròn. Ở mỗi biện pháp đã nêu mục đích, cách thức thực hiện và các ví dụ minh họa được chọn lọc trong chương góc với đường tròn. Chúng tôi hi vọng bài viết này sẽ là tài liệu tham khảo hữu ích cho GV và HS THCS trong quá trình dạy và học chương góc với đường tròn.

### Tài liệu tham khảo

[1]. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông – Chương trình tổng thể (Ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo)*.

[2]. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán (Ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo)*.

[3]. Phan Đức Chính (Tổng Chủ biên), Tôn Thân (Chủ biên), Vũ Hữu Bình, Trần Phương Dung, Ngô Hữu Dũng, Lê Văn Hồng và Nguyễn Hữu Thảo. *Toán 9 tập hai*. NXB Giáo dục.

[4]. Đỗ Đức Thái (Chủ biên), Đỗ Tiến Đạt, Phạm Xuân Chung, Nguyễn Sơn Hà, Phạm Sỹ Nam (2019). *Hướng dẫn dạy học môn Toán THCS*. Hà Nội: NXB Đại học Sư phạm.