

Bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh lớp 10 thông qua dạy học chủ đề Các phép toán trên tập hợp

Phạm Thị Thanh Tú*, Vũ Mạnh Tuấn**

*TS. Trường Đại học Sài Gòn

**GV Trường THPT Nguyễn Thị Minh Khai, tỉnh Bình Dương

Received: 8/8/2023; Accepted: 16/8/2023; Published: 25/8/2023

Abstract: With the high abstraction of mathematics, practical problems are always difficult problems for students. To solve those difficulties, it is necessary to develop measures to foster and develop mathematical modeling competence for students. In teaching mathematics in high school, the topic of Mathematical set operations in the 10th grade Math is a content with many practical applications, which can be exploited to foster modeling competence for students.

Keywords: Training, Mathematical modeling competence, Set Operations

1. Mở đầu

Chương trình Giáo dục phổ thông mới 2018 xác định năng lực mô hình hóa (MHH) toán học là một trong năm năng lực cốt lõi cần phát triển cho học sinh (HS). Bồi dưỡng và phát triển được năng lực MHH toán học không chỉ làm rõ mối liên hệ giữa toán học và thực tiễn mà còn đóng vai trò quan trọng trong việc gọi động cơ và hình thành tri thức toán học.

Trong việc dạy học toán nói chung và chủ đề Các phép toán trên tập hợp nói riêng nhận thấy được khó khăn nhất của người giáo viên (GV) đó là việc xây dựng và lựa chọn những tình huống (bài toán) thực tiễn để đưa người học đến tri thức cần giảng dạy là không hề dễ dàng, điều này đòi hỏi GV phải có những phát kiến và phương pháp phù hợp. Để phần nào giải quyết khó khăn đó, thông qua các biểu hiện của năng lực MHH toán học, chúng tôi xây dựng một số biện pháp bồi dưỡng năng lực MHH toán học cho HS thông qua dạy học chủ đề Các phép toán trên tập hợp trong chương trình Toán lớp 10.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Năng lực mô hình hóa toán học

2.1.1. Khái niệm về năng lực

Có nhiều quan niệm về năng lực khác nhau, trong bài viết này chúng tôi đồng ý với quan niệm trong Chương trình phổ thông 2018: năng lực là thuộc tính cá nhân được hình thành, phát triển nhờ tố chất sẵn có và quá trình học tập, rèn luyện, cho phép con người huy động, tổng hợp các kiến thức, kỹ năng và các thuộc tính cá nhân khác như hứng thú, niềm tin, ý chí,... thực hiện thành công một loại hoạt động nhất định, đạt kết quả mong muốn trong những điều kiện cụ thể.

2.1.2. Năng lực mô hình hóa toán học

Theo Chương trình 2018 năng lực MHH toán học thể hiện qua việc thực hiện các thao tác sau: 1/ Thiết lập được mô hình toán học (MHTH) (gồm công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu, đồ thị...) để mô tả tình huống đặt ra trong một số bài toán thực tiễn; 2/ Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập; 3/ Lí giải được tính đúng đắn của lời giải (những kết luận thu được từ các tính toán là có ý nghĩa, phù hợp với thực tiễn hay không). Đặc biệt, nhận biết được cách đơn giản hóa, cách điều chỉnh những yếu tố thực tiễn (xấp xỉ, bổ sung theo giả thiết, tổng quát hóa,...) để đưa đến những bài toán giải được (Chương trình Giáo dục môn Toán; 2018; tr. 117).

2.2. Bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học

Theo Vũ Thị Bình “Bồi dưỡng toán học cho HS là quá trình tổ chức cho HS vận dụng các kiến thức, kỹ năng toán học để thực hiện các hoạt động học tập tương thích với các thành tố và biểu hiện đặc trưng của từng năng lực. Qua đó, năng lực HS được phát triển hơn” [3, tr. 16].

Xuất phát từ nhiều quan điểm về bồi dưỡng năng lực MHH toán học, như vậy theo chúng tôi bồi dưỡng năng lực MHH toán học là quá trình giúp HS hiểu bài toán thực tiễn, hiểu được sự gắn kết giữa thực tiễn và toán học thông qua MHTH. Từ đó có thể giải thích, lựa chọn, thiết lập MHTH (công thức, sơ đồ, bảng biểu, hình vẽ, phương trình, hình biểu diễn...) phù hợp với bài toán thực tiễn được đưa ra, giải quyết được vấn đề toán học từ mô hình vừa thiết lập và từ kết quả đó phản ánh được vấn đề thực tiễn ban đầu.

2.3. Các biện pháp sư phạm bồi dưỡng năng lực mô

hình hóa toán học cho học sinh lớp 10 thông qua chủ đề Các phép toán trên tập hợp

2.3.1. Xây dựng, lựa chọn các tình huống thực tiễn tương thích với các phép toán trên tập hợp, giúp HS thuận lợi trong việc chuyển đổi từ tình huống thực tiễn sang MHTH tương ứng

Xây dựng và lựa chọn các tình huống thực tiễn phù hợp với các phép toán tập hợp tương ứng. Biện pháp này giúp GV chủ động trong tiến trình hướng dẫn HS làm quen dần với phương pháp, ngôn ngữ toán học, cách thức chuyển đổi từ bài toán thực tiễn sang MHTH.

Để làm quen với các phép toán trên tập hợp, GV hướng dẫn HS thực hiện các yêu cầu của bài toán sau:

Ví dụ 1. Người ta khảo sát một vùng ở miền Đông Nam Bộ thấy rằng có 2 loại cây chính được trồng ở đây gồm: Cây lấy quả, cây lấy gỗ. Gọi tập A là tập hợp các loại cây lấy quả và B là tập hợp các loại cây lấy gỗ. Hãy điền những kí hiệu \cap, \cup, \setminus sao cho phù hợp.

- A.....B = {các cây vừa lấy quả và gỗ};
- A.....B = {các cây lấy quả hoặc lấy gỗ};
- A.....B = {các cây chỉ lấy quả};
- A.....B = {các cây chỉ lấy gỗ}.

Tiếp theo để làm quen với các MHTH biểu diễn các phép toán trên tập hợp GV hướng dẫn HS thực hiện các yêu cầu của bài toán sau:

Ví dụ 2. Trong vườn nhà An có trồng các loại cây sau: Tràm, mít, chuối, bạch đàn, cà chua, bí đỏ, ổi. Gọi P = {các loại cây lấy quả trong vườn nhà An} và Q = {các loại cây lấy gỗ trong vườn nhà An}. Hãy điền loại cây phù hợp vào bảng 2.1 và vẽ sơ đồ Ven thể hiện phép toán của 2 tập hợp P và Q:

Bảng 2.1. Biểu diễn tập P và Q

Tập hợp	Phần tử	Sơ đồ Ven
$P \cup Q$	
$P \cap Q$	
$P \setminus Q$	
$P \setminus Q$	

Để giúp HS luyện tập trong việc vận dụng tốt kiến thức về tập hợp để giải quyết bài toán thực tiễn đặc biệt là những bài toán liên quan đến thống kê số lượng và không thể liệt kê phần tử, GV tiếp tục đưa ra bài toán sau:

Ví dụ 3. Một công ty phân bón đến khảo sát tại một địa phương về số hộ trồng cây lấy quả và lấy gỗ. Tổng số hộ khảo sát là 220 hộ trong đó có 150 hộ trồng cây lấy quả, 120 hộ trồng cây lấy gỗ. Công ty muốn tặng cho mỗi hộ dân một bao phân bón để dùng thử, biết rằng công ty có 3 loại phân: loại 1

phân dành cho cây chỉ lấy quả, loại 2 phân dành cho cây chỉ lấy gỗ và loại 3 phân dành cho cây lấy cả quả và gỗ. Hỏi công ty đã tặng mỗi loại bao nhiêu bao?

Để giải bài toán thực tiễn trên, HS cần gắn kết được kiến thức toán học bằng những hoạt động biểu diễn và biến đổi toán học nhằm thiết lập MHTH và giải quyết vấn đề toán học từ mô hình vừa thiết lập từ đó giải quyết bài toán thực tiễn. Từ yêu cầu đó chúng tôi xây dựng biện pháp 2.

2.3.2. Gắn kết kiến thức toán đã học bằng các hoạt động biểu diễn, biến đổi toán học nhằm thiết lập MHTH và giải quyết vấn đề từ mô hình đó

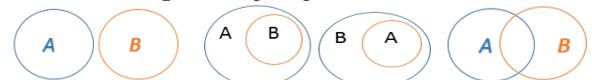
Việc tổ chức cho HS hoạt động như nhận biết, hiểu và mô tả mối quan hệ của các đối tượng được biểu diễn và từ đó tiến hành quá trình biểu diễn và biến đổi toán học từ mô hình một cách phù hợp và sử dụng hiệu quả chúng để phân tích, hiểu rõ các nội dung toán học. Ở biện pháp này, chúng tôi hướng dẫn HS giải quyết bài toán 3 ở biện pháp 1. Bài toán này GV hướng dẫn HS như sau:

a. GV hướng dẫn HS phân tích đề bài:

- **Câu hỏi 1:** Tại sao tổng số hộ dân trồng cây lấy quả và lấy gỗ lại lớn hơn tổng số hộ khảo sát?

Câu trả lời mong muốn: Vì trong số đó có cả các hộ trồng loại cây lấy cả hai thứ là quả và gỗ

- **Câu hỏi 2:** Gọi tập A là tập hợp các hộ dân trồng cây lấy quả và B là tập hợp các hộ dân trồng cây lấy gỗ. Theo em trong các hình sau đây hình nào biểu diễn đúng về 2 tập hợp A và B

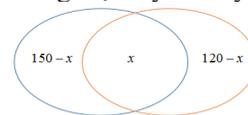


Hình 2.1 Hình 2.2 Hình 2.3 Hình 2.4

b. GV hướng dẫn HS giải quyết như sau:

- **Câu hỏi 3:** Nếu gọi x là số hộ dân trồng loại cây lấy được cả 2 loại quả và gỗ thì số lượng hộ dân trồng loại cây lấy đúng 1 loại là bao nhiêu?

HS trả lời: Số hộ trồng loại cây chỉ lấy quả là: $150 - x$; Số hộ trồng loại cây chỉ lấy gỗ là: $120 - x$



Hình 2.5. Sơ đồ Ven ví dụ 3

- **Câu hỏi 4:** Tổng số hộ được khảo sát là bao nhiêu? Nhìn trên sơ đồ Ven tổng số hộ được khảo sát bằng gì? Câu trả lời mong muốn: 220 hộ dân. Tổng số lượng hộ dân bằng tổng 3 phần trên biểu đồ.

- **Câu hỏi 5:** Vận dụng phép tính gì để giải ra x? Trả lời: $150 - x + x + 120 - x = 220 \Leftrightarrow x = 50$

Vậy có 50 hộ dân trồng loại cây cả hai loại là quả và gỗ. Vậy công ty đã cho tổng cộng 100 bao phân loại 1, 70 bao phân loại 2 và 50 bao phân loại 3.

2.3.3. Từ những tình huống có vấn đề, tập luyện cho HS đánh giá lời giải của bài toán và thể hiện được lời giải phù hợp với ngữ cảnh thực tiễn

Ở biện pháp này, chúng tôi đưa ra những tình huống có vấn đề, nhằm tập luyện cho HS đánh giá lời giải và thể hiện được lời giải phù hợp với thực tế. Biện pháp được thể hiện qua 3 bước gồm: Dự đoán nguyên nhân sai lầm; Hoạt động phát hiện sai lầm và hoạt động sửa chữa sai lầm.

Ví dụ 4. Tình huống 1: Sau khi học xong bài Các phép toán trên tập hợp GV yêu cầu lớp của An giải bài toán sau: “Một nhà máy may mặc người ta kiểm tra một lô áo sơ mi bị lỗi trả về. Người ta thống kê được rằng có 31 áo bị lỗi họa tiết, 42 áo bị lỗi màu, 24 áo bị lỗi đường may, 14 áo lỗi cả họa tiết và màu, 8 áo lỗi màu và đường may, 11 áo lỗi họa tiết và đường may và 3 áo có cả 3 lỗi trên. Hỏi số áo lỗi bị trả về là bao nhiêu?”

An giải bài toán như sau:

+ Số áo chỉ lỗi họa tiết: $31 - 14 - 11 - 3 = 3$ cái

+ Số áo chỉ lỗi màu: $42 - 14 - 8 - 3 = 17$ cái

+ Số áo chỉ lỗi đường may: $24 - 8 - 11 - 3 = 2$ cái

Vậy tổng số cái áo bị lỗi là: $3 + 17 + 2 + 14 + 8 + 11 + 3 = 58$

Theo em lời giải của An đúng hay sai? Giải thích?

- **Vấn đề cần phát hiện và giải quyết:** Bài toán giải sai số áo chỉ bị một lỗi, dẫn đến tính tổng số áo bị lỗi sai.

- **Dự đoán nguyên nhân sai lầm:** Do HS chưa phân tích kỹ đề, chưa hiểu được phần số lượng áo bị 3 lỗi, đã thống kê trong số lượng áo bị 2 lỗi và số lượng áo bị 1 trong ba lỗi, đã thống kê cả số lượng áo bị 2 lỗi và 3 lỗi. HS chưa vẽ sơ đồ Ven để mô tả rõ các dữ kiện liên quan nên dễ bị nhầm lẫn.

- **Hoạt động phát hiện sai lầm:**

+ **Yêu cầu 1:** Số áo bị 2 lỗi với số áo chỉ bị 2 khác hay giống nhau? Vậy số áo bị 2 lỗi đề bài cho có bao gồm số áo bị 3 lỗi không?

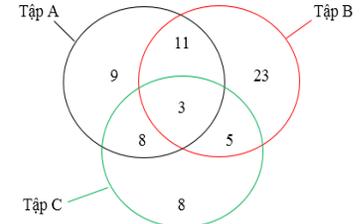
+ **Yêu cầu 2:** Tương tự câu hỏi 1, số áo bị lỗi có khác số áo chỉ bị một lỗi không? Vậy số áo bị lỗi màu, đường may, họa tiết có bao gồm số áo bị cả 2 lỗi và 3 lỗi không?

- **Hoạt động sửa chữa sai lầm** và thể hiện lời giải phù hợp với thực tiễn:

GV gợi ý cho HS thiết lập MHTH bằng biểu đồ Ven để mô tả dữ kiện bài toán.

+ **Yêu cầu 3:** Hãy vẽ sơ đồ Ven mô tả dữ kiện của bài toán trên.

+ Sử dụng sơ đồ Ven A (màu đen) để mô tả số áo bị lỗi họa tiết; Sử dụng sơ đồ Ven B (màu đỏ) để mô tả số áo bị lỗi màu. Sử dụng sơ đồ Ven C (màu xanh) để mô tả số áo bị lỗi đường may.



Hình 2.6. Biểu đồ Ven ví dụ 2.4

Từ sơ đồ Ven đã thiết lập GV hướng dẫn HS giải quyết vấn đề toán học từ đó giải quyết bài toán:

+ Số lượng áo chỉ lỗi họa tiết và màu là: $14 - 3 = 11$ cái; Số lượng áo chỉ lỗi họa tiết và đường may là: $11 - 3 = 8$ cái; Số lượng áo chỉ lỗi màu và đường may là: $8 - 3 = 5$ cái; Số áo chỉ lỗi họa tiết là: $31 - 11 - 3 - 8 = 9$ cái; Số áo chỉ lỗi màu: $42 - 11 - 3 - 5 = 23$ cái; Số áo chỉ lỗi đường may: $24 - 8 - 3 - 5 = 8$ cái; Hợp của 3 tập A, B, C là tổng số áo bị lỗi bằng: $9 + 11 + 23 + 8 + 3 + 5 + 8 = 67$ cái.

+ **Yêu cầu 4:** Đánh giá lời giải có phù hợp với bài toán thực tế hay không?

Ta có $67 - 23 - 5 - 8 = 31$ áo bị lỗi họa tiết; $67 - 9 - 11 - 23 = 24$ áo bị lỗi đường may; $67 - 9 - 8 - 8 = 42$ áo bị lỗi màu. Đúng với dữ kiện đề bài. Vậy tổng cộng có 67 cái áo sơ mi bị lỗi. Lời giải này là phù hợp với thực tế.

3. Kết luận

MHH toán học có vai trò to lớn không chỉ trong việc giải quyết vấn đề toán học mà nó còn là cầu nối giữa toán học với thực tiễn. Vì vậy, bồi dưỡng và phát triển được năng lực MHH toán học không chỉ làm rõ mối liên hệ giữa toán học và thực tiễn mà còn đóng vai trò quan trọng trong việc gọi động cơ và hình thành tri thức toán học cho HS. Các phép toán trên tập hợp là một nội dung khó và khá trừu tượng với HS đặc biệt là trong những bài toán thực tiễn liên quan.

Tài liệu tham khảo

[1]. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018), *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán*, Hà Nội .

[2]. Phạm Thị Thanh Tú (2019), Một số biện pháp bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh tiểu học thông qua dạy học phân số. *Tạp chí Khoa học Giáo dục Việt Nam*, số 15 tháng 3/2019.

[3]. Vũ Thị Bình (2016), *Bồi dưỡng năng lực biểu diễn toán học và năng lực giao tiếp toán học cho học sinh trong dạy học môn Toán lớp 6, lớp 7*. Luận án Tiến sĩ Khoa học Giáo dục, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam, Hà Nội.