

Phát triển tư duy hàm cho sinh viên sư phạm toán qua các bài toán dựng hình bằng phép biến hình

Phạm Văn Bản*

*Khoa Sư phạm, Trường Đại học An Giang,
Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh

Received: 28/7/2023; Accepted: 02/8/2023; Published: 15/8/2023

Abstract: Functional thinking (TDH) is a type of thinking characterized by perceiving processes and the specific and general correspondences between mathematical objects or between their properties. The development of TDH in teaching Mathematics helps learners have a more complete view of Mathematical objects and the relationship between them. This article proposes some construction problems using transformations, with the support of geometry software such as Geometer's Sketchpad, GeoGebra, etc. to develop TDH for students of Mathematics Teacher Education.

Keywords: Functional thinking, construction, transformation, math teaching.

1. Đặt vấn đề

Khi bàn về việc phát triển TDH cho học sinh, tác giả Nguyễn Thị Phong (2016) cho rằng “Tư duy hàm là hoạt động trí tuệ liên quan đến sự nghiên cứu các quy luật của sự vật, trong sự biến đổi sinh động và trong sự phụ thuộc lẫn nhau”. Theo tác giả Chu Cẩm Thơ (2013), một người được cho là có năng lực TDH nếu họ dễ dàng nhận ra được sự tương ứng giữa các đối tượng và lợi dụng sự tương ứng đó để giải quyết vấn đề của mình. Từ đó, bà cho rằng trong xã hội hiện đại, người ta ngày càng coi trọng loại hình tư duy này, nó thể hiện phẩm chất linh hoạt, biện chứng của con người.

Theo Nguyễn Văn Lộc (2008), các khái niệm của phép biến hình không những có đầy đủ các đặc điểm của khái niệm Toán học mà chúng còn là mô hình Toán học của các “đối tượng Vật lý” tồn tại ở trạng thái “động”. Trạng thái “động” này giúp người học dễ dàng quan sát được sự tương ứng giữa các đối tượng Toán học.

Trong bài viết này, chúng tôi đề xuất một số bài toán dựng hình với yêu cầu sử dụng phép biến hình, qua đó giúp SV rèn luyện và phát triển năng lực TDH.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1 Tư duy hàm và phép biến hình

Theo Nguyễn Bá Kim (2011), TDH trong Toán học thể hiện ở sự nhận thức được tiến trình những tương ứng riêng và chung giữa các đối tượng Toán học hay những tính chất của chúng (kể cả kỹ năng vận dụng chúng), thể hiện rõ nét tư tưởng lớn trong Toán học ở trường phổ thông là coi hàm số có vai trò trọng tâm.

Theo Ngô Thị Phương Thảo (2021), TDH là loại tư duy mà việc giải quyết nhiệm vụ được dựa trên việc sử dụng sự tương ứng giữa các khái niệm, các kết cấu logic, được tồn tại và vận hành nhờ ngôn ngữ nên TDH là loại tư duy logic hay còn gọi là tư duy trừu tượng. TDH gồm các thành tố sau: (1) Phát hiện sự tương ứng, (2) Thiết lập sự tương ứng, (3) Nghiên cứu những sự tương ứng và (4) Vận dụng sự tương ứng.

Theo Nguyễn Đăng Phát (2005), phép biến hình trong mặt phẳng (P) là một song ánh $f: (P) \rightarrow (P)$ từ tập hợp các điểm trên mặt phẳng (P) lên chính nó. Như vậy, phép biến hình trong mặt phẳng (P) là một quy tắc f tương ứng điểm $M \in (P)$ với duy nhất một điểm $M' \in (P)$ (ta viết $M' = f(M)$) thỏa hai điều kiện sau:

(i) Nếu $M, N \in (P)$ sao cho $M \neq N$ thì $f(M) \neq f(N)$.

(ii) Với mọi $M' \in (P)$, luôn tồn tại duy nhất điểm $M \in (P)$ sao cho $M' = f(M)$.

Nếu (H) là một hình nào đó trong (P) thì ta có thể xác định tập hợp điểm $(H') = f(H) = \{f(M) | M \in (H)\}$ là một hình phẳng và gọi là ảnh của (H) qua phép biến hình f .

Các phép biến hình cơ bản gồm: (1) Phép tịnh tiến, (2) Phép quay, (3) Phép đối xứng tâm, (4) Phép đối xứng trục và (5) Phép vị tự.

2.2 Bài toán dựng hình

Theo Hứa Thuần Phóng (1973), bài toán dựng hình là dựa vào những điều kiện đã biết, dùng các phương pháp hình học hợp lý, chính xác để dựng một hình cần thiết. Khi trình bày về giải bài toán dựng hình, Nguyễn Phương Thảo và các cộng sự (2022)

cho rằng bài toán dựng hình gồm 6 bước:

(1) *Giả thiết*: Xác định giả thiết của bài toán, là những điều kiện đã cho.

(2) *Kết luận*: Xác định yêu cầu của bài toán, là hình cần dựng, thỏa các yêu cầu, điều kiện đã cho.

(3) *Phân tích*: Từ yêu cầu của bài toán, giả sử hình đã dựng được, phân tích các yếu tố, đối tượng và quan hệ phụ thuộc trong hình.

(4) *Dựng hình*: Căn cứ vào những phân tích, tiến hành dựng hình. Khi dựng cần chú ý việc vận dụng các phép dựng hình cơ bản để thực hiện.

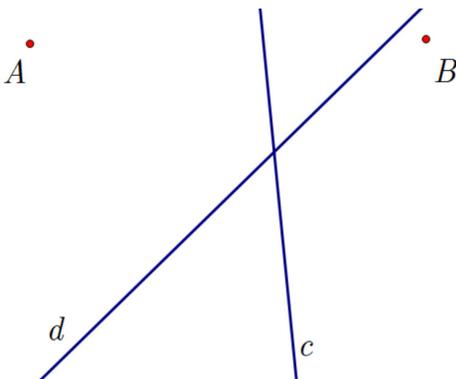
(5) *Chứng minh*: Dùng các kiến thức cơ bản và quy trình dựng hình để chứng minh hình đã dựng thỏa yêu cầu của bài toán.

(6) *Biện luận*: Phân tích quan hệ của các yếu tố để bài cho để xác định khi nào bài toán có một nghiệm hình, có nhiều nghiệm hình hay không có nghiệm hình.

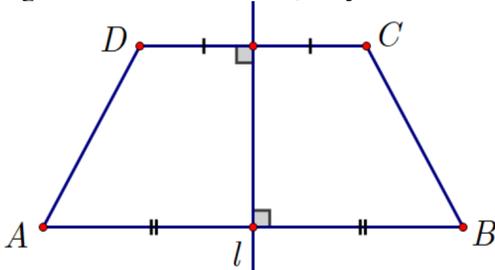
Trong các bước trên, bước 3 (phân tích) và 4 (dựng hình) là quan trọng nhất, các bài toán được đề xuất bên dưới sẽ tập trung vào hai bước này.

2.3 Một số bài toán dựng hình bằng phép biến hình

Bài toán 1: Cho hai đường thẳng c, d cắt nhau và hai điểm A, B không nằm trên hai đường thẳng này. Hãy tìm điểm $C \in c$ và $D \in d$ sao cho tứ giác $ABCD$ là một hình thang cân nhận AB là một cạnh đáy.



Phân tích: Giả sử ta đã dựng được một hình thang cân $ABCD$ có AB là một đáy:



(*Phát hiện sự tương ứng*) Gọi l là đường thẳng nối trung điểm của đoạn AB và đoạn CD . Khi đó, ta chứng minh được l là đường trung trực của cả AB và CD . Hay nói khác hơn, B là ảnh của A và C là ảnh của D qua phép đối xứng trục l .

(*Thiết lập sự tương ứng*) Gọi f là phép đối xứng trục l , khi đó ta có $B = f(A), C = f(D)$.

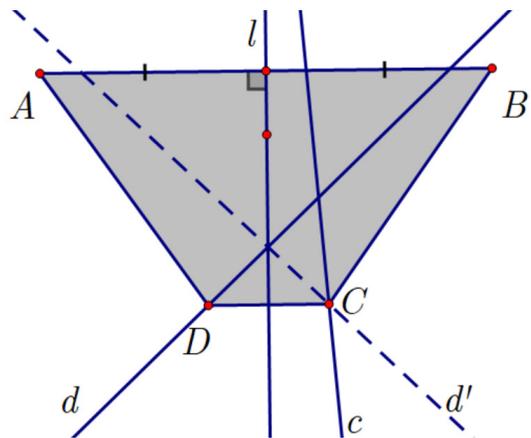
(*Nghiên cứu những sự tương ứng*) Theo giả thiết, $D \in d$ nên suy ra $C = f(D) \in f(d)$. Mặt khác, ta lại có $C \in c$ nên ta được $\{C\} = c \cap f(d)$. Do tính chất của phép đối xứng trục, ta cũng suy ra $D = f(C)$.

(*Vận dụng sự tương ứng*) Từ đó, ta có phép dựng hình như sau:

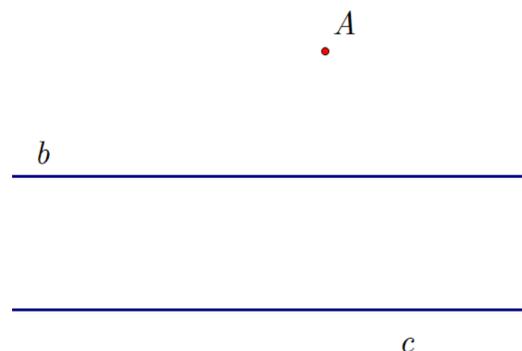
Dựng hình:

- Dựng l là đường trung trực của đoạn AB .
- Dựng d' là ảnh của d qua phép đối xứng trục l .
- Dựng điểm C là giao điểm của c và d' .
- Dựng điểm D là ảnh của điểm C qua phép đối xứng trục l .

Tứ giác $ABCD$ vừa dựng là hình cần tìm.



Bài toán 2: Cho hai đường thẳng b và c song song nhau và điểm A không nằm trên hai đường thẳng này. Hãy tìm các điểm $B \in b, C \in c$ sao cho tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A .



Phân tích: Giả sử ta đã dựng được tam giác ABC vuông cân tại A .

(*Phát hiện sự tương ứng*) Khi đó ta có $AB = AC$ và $\widehat{BAC} = 90^\circ$. Theo định nghĩa của phép quay, ta có thể xem C là ảnh của B qua phép quay tâm A góc 90° .

(*Thiết lập sự tương ứng*) Gọi f là phép quay tâm A góc 90° và g là phép quay tâm A góc -90° , ta có $C = f(B)$ và $B = g(C)$.

(*Nghiên cứu những sự tương ứng*) Theo giả thiết, $B \hat{=} b$ nên suy ra $C = f(B) \hat{=} f(b)$. Mặt khác, $C \hat{=} c$ nên ta được $\{C\} = f(b) \hat{=} c$.

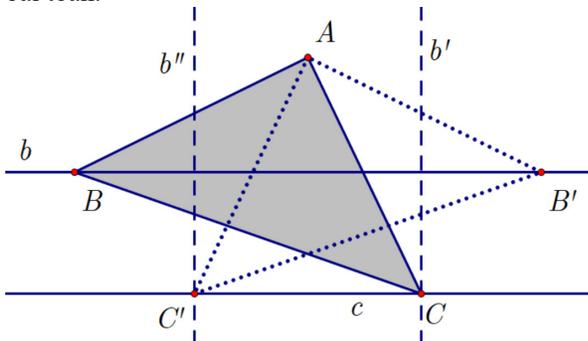
(*Vận dụng sự tương ứng*) Từ đó, ta có phép dựng hình như sau:

Dựng hình:

- Dựng b' là ảnh của b qua phép quay tâm A góc 90° .
- Dựng điểm C là giao điểm của b' và c .
- Dựng điểm B là ảnh của điểm C qua phép quay tâm A góc -90° .

Tam giác ABC vừa dựng là hình cần tìm.

Ngoài ra, bằng việc thực hiện hai phép quay tâm A như trên lần lượt theo các góc -90° và 90° , ta thu được tam giác $AB'C'$ là một nghiệm hình khác của bài toán.



Một số bài tập đề nghị khác:

- a. Cho hai đường thẳng c, d cắt nhau và hai điểm A, B không nằm trên hai đường thẳng này. Hãy dựng các điểm $C \hat{=} c, D \hat{=} d$ sao cho tứ giác $ABCD$ là một hình bình hành.
- b. Cho hai đường thẳng c, d cắt nhau và hai điểm A, B không nằm trên hai đường thẳng này. Hãy dựng các điểm $C \hat{=} c, D \hat{=} d$ sao cho tứ giác $ABCD$ là một hình bình hành.
- c. Cho ba đường thẳng a, b, c song song nhau và điểm $A \hat{=} a$. Hãy dựng $B \hat{=} b, C \hat{=} c$ sao cho tam giác ABC là tam giác đều.
- d. Cho hai đường thẳng b và c song song nhau và điểm A không thuộc hai đường thẳng này. Hãy tìm

các điểm $B \hat{=} b, C \hat{=} c$ sao cho tam giác ABC là tam giác vuông cân tại B .

3. Kết luận

Theo Nguyễn Bá Kim (2011), trong việc dạy học môn Toán, cần chú ý những tri thức phương pháp, nhất là các phương pháp không có tính chất thuật giải như kỹ năng tư duy hàm. Với sự hỗ trợ của các phần mềm hình học động như Geometer's Sketchpad, GeoGebra,... các phép biến hình được thực hiện một cách nhanh chóng và chính xác, nhờ đó, người học càng dễ nhận ra sự tương ứng của các đối tượng Toán học. Việc vận dụng các phép biến hình để giải bài toán dựng hình giúp người học rèn luyện với các thao tác tư duy của năng lực tư duy hàm. Trong quá trình rèn luyện tư duy hàm cho người học, giáo viên không chỉ truyền đạt các kiến thức, mà còn là người hướng dẫn để SV có thể liên tưởng đến sự tương ứng giữa các đối tượng Toán học, giữa các tính chất Toán học, và giữa Toán học với thực tiễn.

Tài liệu tham khảo

1. Nguyễn Thị Phong (2016). *Phát triển tư duy hàm cho học sinh Trung học cơ sở thông qua dạy học giải phương trình*. Tạp chí Giáo dục, Số đặc biệt, 206-208.
2. Chu Cẩm Thơ (2013). *Một số ý kiến về dạy học sinh tư duy thông qua dạy học môn Toán*. Tạp chí khoa học Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, tập 58, số 4, 11-20.
3. Nguyễn Văn Lộc (2008). *Đổi mới phương pháp dạy học các khái niệm về phép biến hình với sự trợ giúp của phần mềm dạy học*. Tạp chí Giáo dục, Số 183, 36-39.
4. Nguyễn Bá Kim (2011). *Phương pháp dạy học môn Toán*. NXB Đại học Sư phạm Hà Nội.
5. Ngô Thị Phương Thảo (2021). *Một số biện pháp phát triển tư duy hàm thông qua dạy học nội dung phương trình, bất phương trình lớp 8*. Tạp chí khoa học Trường Đại học Hải Phòng, Số 47, 26-35.
6. Nguyễn Đăng Phát (2005). *Các phép biến hình trong mặt phẳng và ứng dụng giải toán hình học*. NXB Giáo dục Hà Nội.
7. Hứa Thuần Phóng (1973). *Dựng hình* (Người dịch: Phạm Hồng Tuất). NXB Giáo dục. Hà Nội
8. Nguyễn Phương Thảo, Phạm Văn Bản và Diệp Hoàng Ân (2022). *Giáo trình Tin học trong dạy và học Toán*. NXB Đại học Quốc gia TPHCM.