

Phát triển năng lực nhận thức toán học cho học sinh thông qua dạy học Chủ đề Phương trình mặt phẳng hình học lớp 12

Nguyễn Dương Hoàng*; Đỗ Hoài Phương**

*PGS. TS. Trường ĐH Đồng Tháp

**Trường THPT Hồ Thị Kỳ, TP Cà Mau, T. Cà Mau

Received: 15/9/2023; Accepted: 22/9/2023; Published: 6/10/2023

Abstract: The 2018 Mathematics General Education program's objective is to increase mathematical proficiency and help kids to build their general skills and abilities. We define the term "mathematical cognitive competence" throughout the essay. In addition, suggest strategies for enhancing students' mathematical cognition through the study of planar equations in grade 12 geometry.

Keywords: Mathematical cognitive ability; Planar equations; grade 12 geometry.

1. Mở đầu

Một trong những mục tiêu của Chương trình GDPT môn Toán năm 2018 là: "Hình thành và phát triển các năng lực toán học bao gồm các thành tố cốt lõi sau: năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hóa toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực giao tiếp toán học, năng lực sử dụng công cụ, phương tiện toán học". Để đáp ứng những mục tiêu trên trong dạy học không chỉ trang bị kiến thức mà còn phải phát triển cho HS năng lực nhận thức, là cơ sở cho việc phát triển các năng lực toán học.

Chủ đề phương trình mặt phẳng là một trong nội dung có tiềm năng rèn luyện trí tuệ cho HS về tư duy không gian, tư duy trừu tượng, giúp HS tập suy luận một cách chính xác, tránh những sai lầm do trực giác gây ra, tạo điều kiện tiếp cận và phát triển nhận thức về kiến thức hình học không gian. Tuy nhiên, đây cũng là chủ đề khó, có nhiều mối liên hệ giữa phương pháp hình học giải tích, hình học không gian. Vì vậy, vấn đề phát triển nhận thức của HS trong dạy học chủ đề này vẫn còn gặp những khó khăn hạn chế nhất định. Bài báo trình bày khái niệm năng lực nhận thức toán học (NLNTTH) và đề xuất một số biện pháp phát triển (NLNTTH) cho HS Lớp 12 trong dạy học chủ đề Phương trình mặt phẳng

2. Nội dung và kết quả nghiên cứu

2.1. Một số khái niệm

2.1.1. Năng lực nhận thức

Theo Phạm Văn Sinh và Phạm Quang Phan (2018): "Nhận thức là một quá trình phản ánh tích cực, tự giác và sáng tạo thế giới quan vào bộ óc con người trên cơ sở thực tiễn, nhằm sáng tạo ra những tri thức về thế giới khách quan."

Chương trình GDPT tổng thể (2018) cho rằng: "Năng lực là thuộc tính cá nhân được hình thành, phát triển nhờ tố chất sẵn có và quá trình học tập, rèn luyện, cho phép con người huy động tổng hợp các kiến thức, kỹ năng và các thuộc tính cá nhân khác như hứng thú, niềm tin, ý chí, ... thực hiện thành công một loại hoạt động nhất định, đạt kết quả mong muốn trong những điều kiện cụ thể".

Từ quan niệm về nhận thức và năng lực nói trên có thể khẳng định năng lực nhận thức là tổ hợp thuộc tính tâm lý cá nhân; giúp cá nhân có thể hiểu và nắm bắt tri thức khoa học một cách tự giác, tích cực, chủ động, sáng tạo, vận dụng vào cuộc sống.

2.1.2. Năng lực nhận thức toán học: Trong quá trình dạy học Toán theo hướng tiếp cận năng lực, HS đóng vai trò trung tâm, là người chủ động tìm kiếm và lĩnh hội tri thức dưới sự hướng dẫn và tổ chức của GV. Từ quan niệm về NL, NL nhận thức, theo chúng tôi, NLNTTH là NL thu nhận các tri thức toán học, NL giải quyết các vấn đề toán học thể hiện ở sự vận dụng thành thạo các thao tác tư duy, các phương pháp toán học trong giải quyết các vấn đề toán học, NL diễn đạt và trình bày các vấn đề toán và vận dụng được kiến thức toán học đã biết vào các nội dung mới hoặc vào các tình huống thực tiễn.

2.2. Một số biện pháp phát triển NLNTTH cho HS THPT trong dạy học hình học không gian

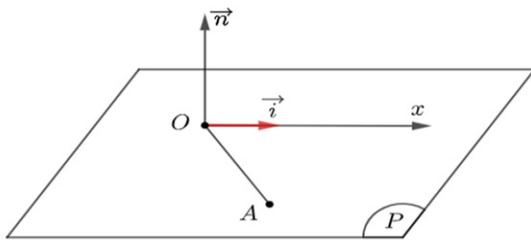
2.2.1. Rèn luyện cho HS thực hiện linh hoạt các thao tác tư duy, đặc biệt là khai thác mở rộng bài toán

* Mục tiêu của biện pháp: Biện pháp này nhằm rèn luyện cho HS khả năng phân tích, trí tưởng tượng không gian, từ đó có thể khai thác giả thiết để vận dụng kiến thức đã học vào giải quyết các vấn đề toán học có trong chủ đề Phương trình mặt phẳng.

* *Cách thực hiện biện pháp:* Tổ chức các hoạt động làm giàu trí tưởng tượng không gian cho HS thông qua các hình vẽ trên mặt phẳng. Giúp HS phân tích dữ kiện bài toán để từ đó tìm được đường lối giải quyết vấn đề.

Ví dụ 1 Xét bài toán sau: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa trục hoành và đi qua điểm A .

Để giải bài toán trên thì HS phải tìm được một VTPT và một điểm thuộc mặt phẳng. GV hướng dẫn HS vẽ hình biểu diễn của bài toán với các dữ kiện đã cho. Khi đó HS sẽ nhận ra được VTPT cần tìm.



Hình 2.1

Sau khi đã nhận ra được VTPT, HS có thể tìm ra lời giải cho bài toán như sau:

Ta có: trục hoành đi qua $O(0;0;0)$ và có VTCP $\vec{i} = (1;0;0)$. Khi đó $\vec{OA} = (-2;3;1)$.

Với (P) là mặt phẳng cần tìm, \vec{n} là VTPT của (P) và $\vec{OA} = (-2;3;1)$, $\vec{i} = (1;0;0)$ không cùng phương có giá nằm trên mặt phẳng (P) .

Ta có: $\vec{n} = [\vec{i}; \vec{OA}] = (0; -1; 3)$

Mà (P) đi qua $O(0;0;0)$ nên phương trình của mặt phẳng (P) là: $(P): -y + 3z = 0$.

Các bài toán về chủ đề PTMP trong không gian có những dạng cơ bản và nâng cao. Đối với các dạng bài tập tổng hợp, HS đôi khi khó phát hiện các yếu tố cần tìm nhưng khi được nhìn bằng hình vẽ trên mặt phẳng thì HS sẽ dễ phát hiện các yếu tố hơn và dựa vào các kiến thức cũ để giải quyết vấn đề bài toán một cách nhanh chóng.

2.2.2. Tập luyện cho HS lập luận, sử dụng ngôn ngữ kí hiệu toán học phù hợp với chủ đề Phương trình mặt phẳng

* *Mục tiêu của biện pháp:* Hiện nay, trong các kỳ thi đang sử dụng phương pháp thi trắc nghiệm nhiều lựa chọn. HS không cần chú trọng đến việc trình bày lời giải mà chỉ cần quan tâm đến kết quả. Tuy nhiên, việc trình bày một lời giải của bài toán mới làm cho HS phát huy được khả năng tư duy, sáng tạo và phát

triển NLNTTH. Vì vậy, mục đích của biện pháp này nhằm rèn luyện cho HS phải biết lập luận có căn cứ trong từng lời giải, sử dụng các ký hiệu, các công thức để trình bày những hiểu biết của mình một cách chính xác và khoa học.

* *Cách thực hiện biện pháp:* Giúp cho HS viết đúng và sử dụng hợp lí các kí hiệu, công thức, thuật ngữ. Lựa chọn BT phù hợp với nội dung biện pháp. Hướng dẫn HS giải các BT đó bằng cách chỉ rõ các căn cứ trong từng bước giải, hướng dẫn HS sử dụng các công thức, ký hiệu, lập luận lời giải một cách chính xác.

Ví dụ 2 Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-4)$ và $B(-1;2;2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB .

Ở bài toán này, để viết phương trình mặt phẳng (α) , thứ nhất: HS cần biết khái niệm mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng. Thứ 2: phải nhớ công thức viết PTMP khi biết một điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và một VTPT $\vec{n} = (A; B; C)$ của mặt phẳng đó. Thứ 3: từ tọa độ hai điểm $A(1;3;-4)$ và $B(-1;2;2)$ cần tìm được tọa độ trung điểm của đoạn AB , xác định VTPT của mặt phẳng (α) chính là vector \vec{AB} .

Bước giải	Căn cứ
Bước 1: Tìm trung điểm đoạn AB	Công thức tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB $\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases}$
Bước 2: Tìm VTPT của (α)	Định nghĩa VTPT của mặt phẳng, công thức tìm tọa độ vector \vec{AB}
Bước 3: Viết PTMP khi biết mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ nhận VTPT và một điểm thuộc mặt phẳng đó	Công thức viết PTMP khi biết mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ nhận $\vec{n} = (A; B; C)$ khác vector $\vec{0}$ làm vector pháp tuyến $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$

Trình bày lời giải

Gọi I là trung điểm đoạn AB, khi đó I có tọa độ là $I\left(0; \frac{5}{2}; -1\right)$

Ta có: $\vec{AB} = (-2; -1; 6)$ là VTPT của mặt phẳng (α) (do AB vuông góc với (α)).

Mặt phẳng (α) đi qua điểm $I\left(0; \frac{5}{2}; -1\right)$ và nhận

$\overline{AB} = (-2; -1; 6)$ làm VTPT nên có PT là:

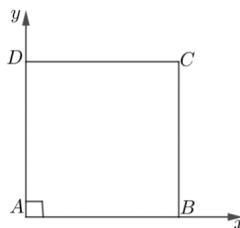
$$-2(x) - \left(y - \frac{5}{2}\right) + 6(z+1) = 0 \Leftrightarrow 4x + 2y - 12z - 17 = 0.$$

2.2.3. *Tổ chức cho HS vận dụng các kiến thức về chủ đề Phương trình mặt phẳng trong giải quyết các bài toán hình học không gian*

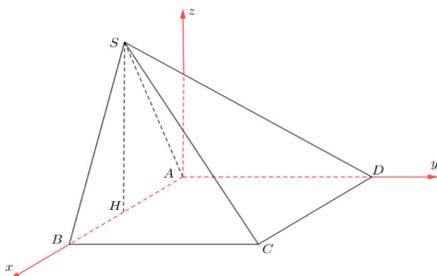
* *Mục tiêu của biện pháp:* Biện pháp này giúp HS sử dụng linh hoạt phương pháp tọa độ giải một số bài toán hình học không gian. Với nhiều BT hình học có chứa yếu tố “khoảng cách”, “vuông góc” nếu biết cách chọn hệ trục tọa độ thích hợp sẽ chuyển được về bài toán đại số, nhiều khả năng sẽ tìm được lời giải. Vì vậy mục đích của biện pháp này là giúp HS biết cách vận dụng các kiến thức của chủ đề PTMP để giải quyết một số bài toán hình học không gian.

* *Cách thực hiện biện pháp:* Chọn các bài tập hình học không gian có khả năng sử dụng các kiến thức về Phương trình mặt phẳng để hướng dẫn HS giải. Hướng dẫn HS chọn hệ trục tọa độ thích hợp để thuận tiện cho việc tìm tọa độ các điểm còn lại trong bài toán. Nếu trong bài toán hình học không gian đang xét có sẵn một góc tam diện vuông, hai mặt phẳng vuông góc, các quan hệ vuông góc khác thì hướng dẫn HS chọn hệ tọa độ dựa trên các quan hệ vuông góc đó. Hướng dẫn HS chuyển từ ngôn ngữ hình học sang ngôn ngữ tọa độ, sử dụng các kiến thức tọa độ để giải bài toán. Sau đó, chuyển kết quả từ ngôn ngữ tọa độ sang ngôn ngữ hình học.

Ví dụ 3 Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{3a}{2}$, hình chiếu vuông góc của S trên $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB . Tính theo a khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) .



Hình 2.2a



Hình 2.2b

Bước 1: Chọn hệ trục tọa độ

Do đề bài cho đáy là hình vuông nên ta chọn gốc tọa độ tại một trong các đỉnh của đáy $ABCD$. Ta có thể chọn gốc tọa độ tại điểm A , chọn Ax, Ay như hình 1a, sau đó gắn trục Az vào như hình 1b.

Bước 2: Tìm tọa độ các điểm đã cho theo giả thiết Cho $a = 1$

Tim được $A(0;0;0), B(1;0;0), D(0;1;0),$
 $H\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right), S\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right)$

Bước 3: Áp dụng công thức tính khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng

Để tính được khoảng cách ta cần viết được PTMP (SBD) .

Muốn viết PTMP đi qua 3 điểm ta cần tìm
 $\overline{SB} = \left(\frac{1}{2}; 0; -1\right), \overline{SD} = \left(-\frac{1}{2}; 1; -1\right)$

Suy ra: $\vec{n} = [\overline{SB}, \overline{SD}] = \left(1; 1; \frac{1}{2}\right)$

Mặt phẳng (SBD) đi qua $B(1;0;0)$ và nhận $\vec{n} = \left(1; 1; \frac{1}{2}\right)$ làm VTPT nên có phương trình:

$$(x-1) + y + \frac{1}{2}z = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + z - 2 = 0$$

Áp dụng công thức tính khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng ta được: $d\left(A, (SBD)\right) = \frac{|-2|}{\sqrt{4+4+1}} = \frac{2}{3}$

Bước 4: Vậy khoảng cách từ A đến (SBD) là $\frac{2a}{3}$.

3. Kết luận

Bài báo đã đề xuất được các biện pháp phát triển NLNTTH cho HS THPT trong dạy học chủ đề Phương trình mặt phẳng nhằm góp phần phát triển các NL chung và NL toán học đặc thù. Để phát triển NLNTTH cho HS trong dạy học Toán, GV cần thực hiện các biện pháp trên một cách thường xuyên và phối hợp khai thác hiệu quả các phương pháp dạy học tích cực như: giải quyết vấn đề; dạy học tích hợp; dạy học khám phá, ... từ đó giúp HS tự tin, tích cực và chủ động tiếp nhận tri thức.

Tài liệu tham khảo

1. Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông - Chương trình tổng thể* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018). Hà Nội

2. Đỗ Đức Thái (chủ biên, Đỗ Tiến Đạt, Nguyễn Hoài Anh, Phạm Xuân Chung, Nguyễn Sơn Hà, Phùng Hồ Hải, Phạm Sỹ Nam (2019). *Dạy học phát triển năng lực môn Toán THPT*. NXB ĐHSP. Hà Nội