Journal of educational equipment: Applied research, Volume 2, Issue 305 (January 2024)
ISSN 1859 - 0810

Ứng dụng công nghệ thông tin trong dạy học môn Đại số tuyến tính

Trần Quang Hà

ThS. Trường Đại học Trà Vinh

Received: 12/1/2024; Accepted: 15/1/2024; Published: 19/1/2024

Abstract: *In this paper, the author will introduce a method for applying information technology in the subject Linear Algebra. By building the application using C++ programming language and Maple software, which is then applied to the algorithm for the subject. The two types of math are: solving linear systems of equations using Gauss method and considering diagonalization of linear operators and square matrices are constructed and simulated by the author. From there, applying on teaching aims to help students understand and understand the lesson content better.*

Keywords: *Applying information, solving linear system.*

1. Đặt vấn đề

Cùng với sự phát triển của xã hội hiện nay, đặc biệt là quá trình toàn cầu hóa đang diễn ra mạnh mẽ, yêu cầu cao về chất lượng nguồn nhân lực, đòi hỏi giáo dục và đào tạo (GDĐT) phải thay đổi căn bản và toàn diện nhằm phát triển cho người học hệ thống năng lực cần thiết để có thể tham gia tốt vào thị trường lao động trong và ngoài nước. Dạy học theo định hướng ứng dụng (ĐHƯD) là vấn đề được nói đến trong nhiều chuyên môn.

Tổ chức dạy học các môn học không chỉ là trang bị một số kiến thức mở đầu, chuẩn bị cho các cấp học trên, mà còn là kết thúc, chuẩn bị cho đời sống trưởng thành. ĐHƯD phải chỉ ra cách thức chuyển từ nghiên cứu sang ứng dụng, kết hợp học với hành. Vấn đề ở đây không chỉ là tìm tòi, phát hiện tri thức mới, đi từ cái đơn giản nhất đến cái chung, mà còn là nhận định, lựa chọn giải pháp, tìm ra cách thức giải quyết vấn đề cụ thể. Trong khuôn khổ bài báo này, tác giả lựa chọn nội dung "*Dạy học môn Đại số tuyến tính theo định hướng ứng dụng tin học*" để tìm hiểu và chia sẻ thêm về việc dạy học theo ĐHƯD, đồng thời có thể vận dụng và giúp sinh viên (SV) học tập đạt hiệu quả cao hơn trong học tập và nghiên cứu.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Ứng dụng Tin học trong môn Đại số tuyến tính

Như đã biết, Toán học và Tin học là hai ngành khoa học gắn liền và có mối liên hệ chặt chẽ với nhau. Vì vậy, tác giả liên kết, phối hợp hai ngành này để cho người học thấy rằng việc học toán là một môn học thật sự cần thiết và có nhiều ứng dụng trong thực tế cũng như trong khoa học.

Ngoài ra, khi ứng dụng Tin học vào Toán học cũng giúp cho tư duy của người học phát triển tốt hơn và tránh được sự nhàm chán khi học toán theo cách tính toán thuần túy. Ngày nay việc ứng dụng CNTT trong nhiều vấn đề của khoa học và xã hội thì việc ứng dụng trong giảng dạy, nhất là dạy SV của các trường đại học là hết sức cần thiết.

2.2. Các bài ứng dụng cụ thể

Ứng dụng ngôn ngữ lập trình C++ để giải hệ phương trình tuyến tính

Thuật toán Gauss giải hệ phương trình tuyến tính $AX = B$:

Bước 1: Ma trận hoá hệ phương trình dưới dạng

$$\tilde{A} = (A \mid B)$$

Đặt $i:= 1$ và $j:= 1$ rồi chuyển sang bước 2

Bước 2: nếu $j > n$ hoặc $i > m$ thì thuật toán kết thúc, ngược lại ta chuyển sang bước 3

Bước 3: nếu $a_{ij} = 0$ thì ta chuyển sang bước 4. Ngược lại thì ta thực hiện lần lượt các phép biến đổi

$$d_k - \frac{a_{kj}}{a_{ij}} d_i, k = \overline{i+1, m}$$

ta chuyển sang bước 5

Bước 4: Nếu tồn tại $k > i$ sao cho $a_{kj} \neq 0$ thì ta thực hiện biến đổi $d_k \leftrightarrow d_i$ rồi quay lại bước 3. Ngược lại thì ta thay j bởi $j + 1$ rồi quay lạ bước 2

Bước 5: Thay i bởi $i + 1$ và j bởi $j + 1$ rồi quay lại bước 2.

Sau đây chúng ta sẽ sử dụng C++ để viết ứng dụng giải hệ phương trình tuyến tính bằng thuật toán Gauss như sau:

```
#include<iostream>
using namespace std;
int main() {
```

ISSN 1859 - 0810

```
int i,j,k,n;
float a[10][10],b,x[10];
printf("\n Nhap so an cua he phuong trinh tuyen tinh: ");
scanf("%d",&n);
printf("\nNhap cac he so cua he phuong trinh (theo dong):\n");
for(i=1; i<=n; i++) {
  for(j=1; j<=(n+1); j++) {
    cout << "A[" << i << ", " << j << " ]=";
    cin >> a[i][j];
  }
}
for(j=1; j<=n; j++) {
  for(i=1; i<=n; i++) {
    if(i!=j) {
      b=a[i][j]/a[j][j];
      for(k=1; k<=n+1; k++) {
        a[i][k]=a[i][k]-b*a[j][k];
      }
    }
  }
}
cout<<"\nNghiem cua he phuong trinh tuyen tinh la:\n";
for(i=1; i<=n; i++) {
  x[i]=a[i][n+1]/a[i][i];
  cout<<"x"<<i << "="<<x[i]<<" ";
}
return(0);
}
```

Chúng ta xét ví dụ cụ thể như sau:

Tìm nghiệm hệ phương trình tuyến tính :

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 10 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 4 \end{cases}$$

Khi chạy đoạn chương trình trên sẽ trả về kết quả

```
Nhap so an cua he phuong trinh tuyen tinh: 3
Nhap cac he so cua he phuong trinh (theo dong)
A[1,1]=2
A[1,2]=1
A[1,3]=-2
A[1,4]=10
A[2,1]=3
A[2,2]=2
A[2,3]=2
A[2,4]=1
A[3,1]=5
A[3,2]=4
A[3,3]=3
A[3,4]=4
Nghiem cua he phuong trinh tuyen tinh la:
x1=1  x2=2  x3=-3
```

Ứng dụng phần mềm Maple để tìm dạng chéo hóa của toán tử tuyến tính và ma trận

Phương pháp thực hành để kiểm tra dạng chéo hóa [3]:

Ma trận $A \in M_n(K)$

Tìm $p_A(x) = \det(xI_n - A)$

Nếu $p_A(x)$ không tách được thì A không chéo hoá được.

Nếu $p_A(x) = (x - c_1)^{r_1} \cdots (x - c_m)^{r_m}$ (tách được trên K).

Tìm cơ sở a_j cho $E_{c_j} = \{X \in K^n / (A - c_j I_n)X^T = 0\}$

Nếu $\exists k \in \{1, 2, ..., m\}$ sao cho $\dim E_{c_k} < r_k$ thì A không chéo hoá được.

Nếu $\dim E_{c_j} = r_j, (1 \le j \le m)$ thì A chéo hoá được trên K

Lập $a = a_1 \cup a_2 \cup \ldots \cup a_m$ (giữ nguyên thứ tự các véctơ) thì a là một cơ sở của K^n.

Đặt $P = P_{(\beta_0 \to a)}$ (β_0 là cơ sở chính tắc của K^n)

$$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} c_1 & & & & O \\ & \ddots & & & \\ & & c_1 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & c_m \\ O & & & & \ddots \;\; c_m \end{pmatrix} \begin{array}{l} \} \; r_1 \text{ lần} \\ \\ \\ \\ \\ \} \; r_m \text{ lần} \end{array}$$

Sử dụng Maple viết hàm chéo hóa như sau để kiểm tra đầy đủ tính chéo hóa của ma trận (Đối với toán tử tuyến tính chúng ta chỉ cần đưa toán tử về dạng ma trận chính tắc, ta có thể xét tương tự) [4].

Cụ thể thuật toán trên máy tính như sau:

```
>with(linalg):
cheohoa:=proc (A :: matrix)
local f, VT, gt, P, D, i;
print('Cheo hoa ma tran A='evalm(A));
if coldim(A) ≠ rowdim(A) then
print('A khong la ma tran vuong nen khong cheo hoa duoc');
return;
end if;
f:= factor charpoly(A,x));
print('Da thuc dac trung la f(x) =f');
VT := [eigenvectors(A)];
for gt in VT do
if gt[2] ≠ nops(gt[3]) then
print('Ma tran A khong cheo hoa duoc vi: ');
print('Voi tri rieng x=', gt[1]);
print('So nghiem boi la', gt[2]);
print('Khong gian rieng co co so la`, [op(gt[3])]);
```

print('Co so chieu la`, nops(gt[3]));
return;
end if;
end do;
D := [];
P := [];
for** gt **in** VT **do
print(Khong gian rieng tương ung voi tri rieng x=gt[1]
print('Co co so la: '[op(gt[3])]);
P:= [op(P), op(gt[3])]:
for** i **to** gt[2] **do
D:= [op(D), gt[1]]:
end do;
end do;
P:=transpose(matrix(P));
print('Ket luan: A cheo hoa duoc va: ');
print('Dang cheo hoa cua A la D='diag(op(D)));
print(Ma tran kha nghich lam cheo A la P:=evalm(P));
end proc;

Ví dụ: Kiểm tra ma trận sau có chéo hóa được không? Giải thích? Trong trường hợp chéo hóa được hãy tìm dạng chéo hóa tương ứng.

$$A=\begin{pmatrix}19 & -9 & -6\\ 24 & -11 & -9\\ 17 & -9 & -4\end{pmatrix}$$

Kết quả sử dụng hàm *cheohoa()* ta đã lập như sau:

> A := matrix(3,3,[19,-9,-6,24,-11,-9,17,-9,-4]);

$$A:=\begin{bmatrix}19 & -9 & -6\\ 24 & -11 & -9\\ 17 & -9 & -4\end{bmatrix}$$

> cheohoa(A);

Cheo hoa ma tran $A=\begin{bmatrix}19 & -9 & -6\\ 24 & -11 & -9\\ 17 & -9 & -4\end{bmatrix}$

Da thuc dac trung la $f(x)=(x-2)(x+2)(x-4)$

Khong gian rieng tuong ung tri rieng $x=-2$

Co co so la: $\left[\left[1 \quad \frac{5}{3} \quad 1\right]\right]$

Khong gian rieng tuong ung tri rieng $x=2$

Co co so la: $\left[\left[1 \quad 3 \quad -\frac{5}{3}\right]\right]$

Khong gian rieng tuong ung tri rieng $x=4$

Co co so la: $[[1 \quad 1 \quad 1]]$

Ket luan: A cheo hoa duoc va:

Dang cheo hoa cua A la $D=\begin{bmatrix}-2 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 4\end{bmatrix}$

Ma tran kha nghich lam cheo A la $P:=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ \frac{5}{3} & 3 & 1\\ 1 & -\frac{5}{3} & 1\end{bmatrix}$

2.3. Kết quả

Sau khi áp dụng PP ứng dụng này trong thực tế của lớp đại học CNTT, Công nghệ kỹ thuật điện - điện tử tác giả nhận thấy một số kết quả đạt được như sau:

- SV cảm thấy hứng thú hơn với môn học so với việc học toán một cách thuần túy thông thường. Phản hồi tích cực từ SV bởi tính thực tiễn của môn học, SV có thể vận dụng kiến thức của môn học khác để áp dụng cho môn Đại số tuyến tính. Bên cạnh đó cũng có một số khó khăn với các chuyên ngành không phải CNTT vì người học thiếu kiến thức nền về lập trình. GV phải mất nhiều thời gian hơn để hướng dẫn SV lập trình và sử dụng phần mềm Maple.

3. Kết luận

Dạy học theo ĐHƯD là một chủ đề rất đa dạng với các áp dụng khác nhau. Bài báo chỉ đưa ra một khía cạnh nhỏ, nhưng đã thành công trong việc ứng dụng Tin học trong Toán học là sử dụng hai công cụ C++ và Maple để ứng dụng cho bài toán cụ thể, ở môn Đại số Tuyến tính. Điều này giúp SV vượt qua sự khô khan, nhàm chán khi học toán, vốn là môn học luôn gây khó cho người học lâu nay. Vì vậy, nghiên cứu này có thể mở rộng cho nhiều chuyên ngành toán học khác để tạo tính ứng dụng và hứng thú cho người học và có thể mở rộng áp dụng giảng dạy trong các môn học khác.

Tài liệu tham khảo

1. Lê Thị Hoài Châu (2017). *Dạy học toán ở tiểu học theo hướng tiếp cận phẩm chất và năng lực*. Tài liệu bồi dưỡng giáo viên tiểu học.

2. Phạm Huy Điển (2002). *Tính Toán, Lập Trình Và Giảng Dạy Toán Học Trên MAPLE*. NXB Khoa học và kỹ thuật. Hà Nội

3. Bùi Xuân Hải (2000). *Đại số tuyến tính*. NXB ĐH Khoa học Tự nhiên. Hà Nội

4. Bùi Xuân Hải, Trần Ngọc Hội, Trịnh Thanh Đèo, Lê Văn Luyện (2010). *Đại số tuyến tính và ứng dụng*. NXB ĐH Quốc gia TP Hồ Chí Minh.