

Phân tích cách giải một số bài toán tìm trung vị, tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Lê Văn Khanh*

* Trường THPT Dưỡng Điền, tỉnh Tiền Giang.

Received: 29/01/2024; Accepted: 06/02/2024; Published: 07/02/2024

Abstract: The problem of finding the median and quartiles appeared in the 2018 high school education program, particularly in determining the median and quartiles of grouped data. Although there are formulas available for this purpose, many students encounter difficulties in identifying the group containing the median or groups containing the quartiles. Therefore, I chose the topic "ANALYSIS OF SOLVING PROBLEMS TO FIND THE MEDIAN AND QUARTILES OF GROUPED DATA" to assist students in solving these problems and to share insights with colleagues to contribute to the teaching profession.

Keywords: Median, quartiles, grouped data.

1. Đặt vấn đề

Bài toán tìm trung vị, tứ phân vị xuất hiện trong chương trình giáo dục phổ thông 2018. Đặc biệt là tìm trung vị, tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm, mặc dù có công thức để xác định. Nhưng nhiều học sinh lại gặp nhiều khó khăn trong việc xác định nhóm chứa trung vị hay các nhóm chứa các tứ phân vị. Chính vì vậy tôi chọn đề tài "phân tích cách giải một số bài toán tìm trung vị, tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm" để giúp đỡ học sinh giải quyết các bài toán này đồng thời chia sẻ với đồng nghiệp để phục vụ trong công tác giảng dạy.

2- Nội dung nghiên cứu

2.1. Cơ sở lý luận

2.1.1. Công thức xác định vị của mẫu số liệu ghép nhóm

- * Gọi n là cỡ mẫu
- * Giả sử nhóm $[n_m; u_{m+1})$ chứa trung vị
- * n_m là tần số của nhóm chứa trung vị
- * $C = n_1 + n_2 + \dots + n_{m-1}$
- * n_{m-1} là tần số của nhóm kề trái của nhóm chứa trung vị (nếu không có nhóm kề trái của nhóm chứa trung vị thì $n_{m-1} = 0$ thì $C = 0$)

$$\text{Khi đó trung vị } M_e = u_m + \frac{\frac{n}{2} - C}{n_m} \cdot (u_{m+1} - u_m)$$

2.1.2. Công thức xác định tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu Q_2 , cũng chính là trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm.

Để tìm tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu Q_1 , ta thực hiện như sau:

- * Giả sử nhóm $[u_k; u_{k+1})$ chứa tứ phân vị thứ nhất

* n_k là tần số của nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất

$$* C = n_1 + n_2 + \dots + n_{k-1}$$

$$\text{Khi đó } Q_1 = u_k + \frac{C}{n_k} \cdot (u_{k+1} - u_k)$$

Để tìm tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu Q_3 , ta thực hiện như sau:

* Giả sử nhóm $[u_j; u_{j+1})$ chứa tứ phân vị thứ nhất

* n_j là tần số của nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất

$$* C' = n_1 + n_2 + \dots + n_{j-1}$$

$$\text{Khi đó } Q_3 = u_j + \frac{3n - C'}{n_j} \cdot (u_{j+1} - u_j)$$

Chú ý: Nếu tứ phân vị thứ k là $\frac{1}{2}(x_m + x_{m+1})$,

trong đó $x_m \in [u_{j-1}; u_j)$; $x_{m+1} \in [u_j; u_{j+1})$ thì $Q_k = u_j$

2.2. Một số bài toán

Dạng 1: Cỡ mẫu n lẻ

Bài toán 1. Mức tiêu thụ điện (kw/h) của 55 hộ gia đình ở một vùng quê được ghi lại ở bảng sau:

Mức tiêu thụ điện	[1;50)	[51;100)	[101;150)	[151;200)	[201;250)
Số hộ gia đình	5	10	15	12	13

a/ Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên

b/ Hãy ước lượng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên

Lời giải

a/ Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{55}$ lần lượt là mức tiêu thụ điện năng (kw/h) của 55 hộ gia đình theo thứ tự không giảm.

$$\text{Do } x_1; x_2; \dots; x_5 \in [1;50). x_6; x_7; \dots; x_{15} \in [51;100).$$

$$x_{16}; x_{17}; \dots; x_{30} \in [101; 150). x_{31}; x_{32}; \dots; x_{42} \in [151; 200).$$

$x_{43}; x_{44}; \dots; x_{55} \in [201; 250)$ nên trung vị của mẫu số liệu là $x_{28} \in [101; 150)$

Ta xác định được $n = 55; n_m = 15; C = 5 + 10 = 15; u_m = 101; u_{m+1} = 150$

Vậy trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_e = u_m + \frac{\frac{n}{2} - C}{n_m} \cdot (u_{m+1} - u_m) \approx 141,8$$

b/ * Tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = M_e \approx 141,8$

* Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{55}$ là $x_{14} \in [51; 100)$. Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 51 + \frac{\frac{55}{4} - 5}{10} \cdot (100 - 51) \approx 93,9$$

* Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{55}$ là $x_{42} \in [151; 200)$. Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 151 + \frac{\frac{3 \cdot 55}{4} - 30}{12} \cdot (200 - 151) \approx 196,9$$

Bài toán 2: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây sầu riêng giống như sau:

Chiều cao (cm)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)
Số cây	4	6	7	5	3

Tìm tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm này

Lời giải

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{55}$ lần lượt là chiều cao (cm) của 25 cây sầu riêng theo thứ tự không giảm.

Do $x_1; x_2; \dots; x_4 \in [0; 10); x_5; x_6; \dots; x_{10} \in [10; 20)$.

$x_{11}; x_{12}; \dots; x_{17} \in [20; 30); x_{18}; x_{19}; \dots; x_{22} \in [30; 40)$.

$x_{23}; x_{24}; x_{25} \in [40; 50)$ nên Tứ phân vị thứ nhất là

$$\frac{x_6 + x_7}{2} \in [10; 20). \text{ Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là } Q_1 = 10 + \frac{\frac{25}{4} - 4}{6} \cdot 10 = 13,75.$$

Dạng 2: Cỡ mẫu n chẵn

Bài toán 3. Khảo sát ngẫu nhiên 100 học sinh của 1 trường tiểu học về thời gian (giờ) sử dụng mạng xã hội của một ngày, thu được bảng số liệu sau:

Thời gian	[1; 2]	[3; 4]	[5; 6]	[7; 8]	[9; 10]
Số lượng học	16	28	30	10	16

a/ Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên

b/ Hãy ước lượng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên

Lời giải

Do thời gian sử dụng điện thoại là số nguyên nên ta hiệu chỉnh lại như sau:

Thời gian	[0,5; 2,5)	[2,5; 4,5)	[4,5; 6,5)	[6,5; 8,5)	[8,5; 10,5)
Số lượng học sinh	16	28	30	10	16

a/ Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ lần lượt là thời gian sử dụng điện thoại của 100 học sinh theo thứ tự không giảm.

Do $x_1; x_2; \dots; x_{16} \in [0,5; 2,5); x_{17}; x_{18}; \dots; x_{44} \in [2,5; 4,5)$.

$x_{45}; x_{46}; \dots; x_{74} \in [4,5; 6,5); x_{75}; x_{76}; \dots; x_{84} \in [6,5; 8,5)$.

$x_{85}; x_{86}; \dots; x_{100} \in [8,5; 10,5)$ nên trung vị của mẫu số

liệu là $\frac{1}{2}(x_{50} + x_{51}) \in [4,5; 6,5)$

Ta xác định được $n = 100; n_m = 30; C = 16 + 28 = 44; u_m = 4,5; u_{m+1} = 6,5$

Vậy trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_e = u_m + \frac{\frac{n}{2} - C}{n_m} \cdot (u_{m+1} - u_m) = 4,9$$

b/ * Tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = M_e = 4,9$

* Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là $\frac{1}{2}(x_{25} + x_{26}) \in [2,5; 4,5)$. Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 2,5 + \frac{\frac{100}{4} - 16}{28} \cdot (4,5 - 2,5) \approx 3,1$$

* Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là $\frac{1}{2}(x_{75} + x_{76}) \in [6,5; 8,5)$. Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 6,5 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{4} - 74}{10} \cdot (8,5 - 6,5) = 6,7$$

Phân tích:

Muốn xác định được trung vị, các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm ngoài việc nắm vững được công thức, học sinh cần xác định được nhóm chứa trung vị, các nhóm chứa các tứ phân vị

TH1: Cỡ mẫu n lẻ thì trung vị của mẫu số liệu là $x_{\frac{n+1}{2}}$. Khi đó tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là $x_{\frac{n+1}{2}}$

tứ phân vị thứ hai sẽ chia mẫu số liệu đã cho thành hai mẫu số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{\frac{n+1}{2}-1}$ và $x_{\frac{n+1}{2}}; x_{\frac{n+1}{2}+1}; \dots; x_n$

* Nếu $\frac{n+1}{2} - 1$ lẻ thì tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu đã cho là $x_{\frac{n+1}{4}}$; tứ phân vị thứ ba của mẫu số

liệu đã cho là $x_{3\left(\frac{n+1}{4}\right)}$

* Nếu $\frac{n+1}{2} - 1$ chẵn thì tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu đã cho là $\frac{1}{2}\left(x_{\frac{n-1}{4}} + x_{\frac{n-1}{4}+1}\right)$; tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu đã cho là $\frac{1}{2}\left(x_{3\left(\frac{n-1}{4}\right)+1} + x_{3\left(\frac{n-1}{4}\right)+2}\right)$

TH2: Cỡ mẫu n chẵn thì trung vị của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}\left(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}\right)$. Khi đó tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là $x_{\frac{n+1}{2}}$, tứ phân vị thứ hai sẽ chia mẫu số liệu đã

cho thành hai mẫu số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{\frac{n}{2}}$ và $x_{\frac{n}{2}+1}; x_{\frac{n}{2}+2}; \dots; x_n$

* Nếu $\frac{n}{2}$ lẻ thì tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu đã cho là $x_{\frac{n+2}{4}}$; tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu đã cho là $x_{\frac{3n+2}{4}}$

* Nếu $\frac{n}{2}$ chẵn thì tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

liệu đã cho là $\frac{1}{2}\left(x_{\frac{n}{4}} + x_{\frac{n}{4}+1}\right)$; tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu đã cho là $\frac{1}{2}\left(x_{\frac{3n}{4}} + x_{\frac{3n}{4}+1}\right)$

3. Kết luận

Đề tài “phân tích cách giải một số bà toán tìm trung vị, tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm” đã cung cấp cho học sinh cách xác định nhóm chứa trung vị, các nhóm chứa các tứ phân vị để giải quyết bài toán xác định trung vị, ước lượng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trong chương trình giáo dục phổ thông năm 2018 ở lớp 11.

Tài liệu tham khảo

1. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018), *Toán 11 Chân trời sáng tạo; Kết nối tri thức với cuộc sống*, NXB Giáo dục Việt Nam.
2. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018), *Toán 11, Cánh diều*, NXB Đại học sư phạm.
3. Phạm Văn Chững, Lê Thanh Hoa, Nguyễn Đình Ưông (2019), *Thống Kê Ứng Dụng*, NXB Đại Học Quốc Gia Tp Hồ Chí Minh.

Cải thiện kỹ năng nói tiếng Anh của sinh viên... (tiếp theo trang 23)

Ngoài ra, GV phải tìm cách thay đổi thói quen đọc kịch bản của SV, yêu cầu SV lắng nghe đối phương để hiểu rõ tình huống và phản hồi phù hợp, thay cho việc chỉ tập trung cao độ vào việc mình phải nói gì. Để làm được điều này, giảng viên phải từng bước tạo được sự tự tin ở SV bằng cách bắt đầu với các tình huống đơn giản, đảm bảo SV có thể làm được mà không cần nhìn kịch bản đã soạn sẵn. Khi SV đã tạo được kỹ năng đó, giảng viên sẽ tăng dần độ khó tiến tới việc thực hiện các tình huống giao tiếp tự do, giống đời sống thực mà không cần soạn kịch bản để đọc.

Để tối ưu hóa quá trình học, GV cũng cần điều chỉnh phương pháp tiếp cận hoạt động nói của SV. Thay vì chỉ tập trung vào nhiệm vụ nói của bản thân, SV nên được khuyến khích hướng sự chú ý vào đối tác để hiểu sâu về bối cảnh và phản hồi có ý nghĩa. Để thực hiện điều này, GV có thể khởi đầu từ các tình huống đơn giản, giúp SV xây dựng sự tự tin. Sau khi đạt được sự ổn định, GV có thể gia tăng độ khó, dần dần chuyển đến các tình huống giao tiếp tự do, giúp SV thích ứng với thách thức mà không gặp áp lực quá mức. Mục tiêu cuối cùng là phát triển khả năng giao tiếp tự nhiên và linh hoạt, tương đương với giao tiếp trong cuộc sống hàng ngày.

3. Kết luận

Tầm quan trọng của KNN trong quá trình học tiếng

Anh là không thể phủ nhận. Để tối đa hóa khả năng nói cho SV năm nhất, Đại học Đại Nam, việc tạo môi trường học tập hỗ trợ và khuyến khích là quan trọng. Tạo cơ hội cho SV tham gia vào các cuộc trò chuyện ý nghĩa, thảo luận và thuyết trình giúp họ áp dụng kỹ năng ngôn ngữ của mình trong các tình huống thực tế. Hơn nữa, việc tích hợp các hoạt động tương tác và giao tiếp vào kế hoạch giảng dạy, như đóng vai, tranh luận và thảo luận nhóm, có thể cải thiện đáng kể khả năng nói của SV. Bằng việc chú trọng phát triển KNN cho SV năm nhất, GV không chỉ đóng góp vào sự phát triển ngôn ngữ của SV trong các năm học tiếp theo mà còn hướng tới mục tiêu lớn hơn, đó là giúp SV giao tiếp hiệu quả trong bối cảnh toàn cầu.

Tài liệu tham khảo

1. Anderson, A. et al. (1984) *Teaching talk: strategies for production and assessment*. Cambridge: Cambridge University Press.
2. Bygate M. (1987), *Speaking*. Oxford University Press.
3. Harmer (2007), *The Practice of English Language Teaching*. Harlow: Longman.
4. Hughes, R. (2011) *Teaching and researching speaking*. 2nd edition. Harlow: Longman.
5. Thornbury, S. (2005) *How to Teach Speaking*. Harlow: Longman.