

# Phát triển các năng lực toán học cho học sinh thông qua Geogebra: khám phá khái niệm giới hạn hàm số

Huỳnh Tân Huy, Nguyễn Thị Ngọc Dư, Bùi Quang Thịnh\*

\*Trường Đại học Tiền Giang

Received: 16/02/2024; Accepted: 26/02/2024; Published: 20/3/2024

**Abstract:** This study focuses on evaluating and improving the teaching methods of the concept of limits in functions by integrating GeoGebra into secondary education. Through an analysis of current teaching methods surveyed, the author proposes (1) applying GeoGebra to visualize this area of knowledge, (2) developing experiential learning activities for students, and (3) using GeoGebra as a tool allowing students to self-assess their knowledge and skills. The research emphasizes enhancing mathematical proficiency and stimulating critical thinking in students.

**Keywords:** Mathematical competencies, active learning, GeoGebra, function limits.

## 1. Đặt vấn đề

Trong giáo dục hiện đại, việc trang bị kỹ năng và kiến thức về giới hạn hàm số (GHHS) là hết sức thiết yếu cho học sinh (HS). GHHS là nền tảng cho những khái niệm toán học cao cấp như tích phân và đạo hàm, nhưng nó không hề dễ dàng đối với HS phổ thông do tính chất trừu tượng và phức tạp. Điều này đòi hỏi một nền tảng kiến thức vững chắc và khả năng tư duy lý luận cao [8].

Thực tế đã cho thấy rằng thách thức lớn nhất mà giáo viên (GV) và học sinh phải đối mặt là làm sao để hiểu và áp dụng các khái niệm trừu tượng này vào việc giải quyết các vấn đề thực tế, trong đó có GHHS. Để đáp ứng nhu cầu này, việc tích hợp công nghệ vào quá trình giáo dục, cụ thể là việc sử dụng phần mềm GeoGebra, đã mở ra một hướng đi mới. Phần mềm này giúp HS có thể trực quan hóa các khái niệm toán học một cách sinh động và hấp dẫn, qua đó giúp HS dễ dàng tiếp cận và tương tác với kiến thức, từ đó nâng cao khả năng hiểu biết và ứng dụng toán học vào thực tiễn.

Việc áp dụng công nghệ vào giáo dục không chỉ giúp HS hiểu và áp dụng GHHS một cách hiệu quả mà còn phát triển các năng lực toán học khác, quan trọng cho tương lai học vấn và nghề nghiệp của họ. Trong bài viết này, chúng tôi tập trung nghiên cứu việc sử dụng phần mềm GeoGebra để dạy và học GHHS ở Tiền Giang, giới thiệu các phương pháp và ví dụ minh họa nhằm cải thiện kỹ năng toán học, hiệu quả giảng dạy.

Bài viết được chia thành ba phần chính: phần đầu tiên giới thiệu về GeoGebra và vai trò của nó trong việc nâng cao năng lực toán học; phần thứ hai khám

phá lý thuyết và ứng dụng của GeoGebra trong việc giảng dạy GHHS, bao gồm cả các giải pháp và minh họa cụ thể; và phần cuối cùng là kết luận về những phát hiện và đóng góp của nghiên cứu.

## 2. Nội dung nghiên cứu

### 2.1. Thực trạng sử dụng phần mềm GeoGebra tại trường phổ thông

Sau khi khảo sát ý kiến từ 40 GV tại mười một trường THPT ở Tiền Giang chúng tôi đã thu thập thông tin về việc sử dụng GeoGebra trong dạy học GHHS thông qua năm câu hỏi sâu rộng. Đầu tiên chúng tôi tìm hiểu về mức độ thông thạo của GV về GeoGebra và việc họ áp dụng phần mềm này trong bài giảng của mình thế nào (thể hiện trong Bảng 1). Dựa trên phản hồi từ những GV đã sử dụng GeoGebra, chúng tôi tiếp tục khảo sát thái độ của họ với việc đưa phần mềm vào bài giảng về GHHS, và đã nhận được sự ủng hộ nồng nhiệt (thể hiện trong Bảng 2). Bên cạnh đó, chúng tôi cũng điều tra về các lợi ích mà GeoGebra đem lại khi được áp dụng trong dạy học (thể hiện trong Bảng 3) và các thách thức mà GV gặp phải khi sử dụng phần mềm này (thể hiện trong Bảng 4). Cuối cùng, chúng tôi khảo sát về khả năng GV vượt qua khó khăn khi dùng GeoGebra trong bài giảng (thể hiện trong Bảng 5). Qua quá trình phân tích, chúng tôi nhận ra đa số GV đều có cái nhìn tích cực việc tích hợp GeoGebra vào chương trình dạy học và đánh giá cao những lợi ích mà nó mang lại. Dù có một số thách thức trong quá trình ứng dụng, hầu hết GV đều đánh giá cao các giải pháp khắc phục được đề xuất. Từ những thông tin trên chúng tôi nhận thấy sự ủng hộ mạnh mẽ từ phía GV với việc sử dụng GeoGebra trong giảng dạy, điều này góp phần nâng

cao hiệu quả dạy học và mở ra hướng tiếp cận mới cho việc giáo dục, qua đó chúng tôi có thể đề xuất các biện pháp hỗ trợ tốt hơn cho GV trong áp dụng công nghệ này vào thực tiễn giảng dạy.

**Bảng 2.1. Số lượng quý thầy cô biết và sử dụng phần mềm GeoGebra.**

Đã biết và đã sử dụng	28		Tiến hành phân tích thực trạng dựa trên ý kiến của 28 GV biết, sử dụng GeoGebra.
Đã biết nhưng chưa từng sử dụng	9		
Chưa từng nghe đến	3		

**Bảng 2.2. Ý kiến quý thầy cô về mang GeoGebra vào dạy học giới hạn hàm số.**

Hoàn toàn đồng ý	15	53,57%	Đa số GV đồng ý mang GeoGebra vào dạy dạy học GHHS trên lớp.
Đồng ý	8	28,57%	
Phân vân	5	17,86%	

**Bảng 2.3. Lợi ích khi sử dụng phần mềm GeoGebra.**

Trực quan kiến thức về GHHS	16/28	57,14%	Đa số GV đồng ý với những lợi ích GeoGebra mang lại khi dạy học GHHS là cung cấp ví dụ minh họa giúp HS trực quan khái niệm, HS có cơ hội thực hành vận dụng vào bài tập thực tế, góp phần phát triển năng lực toán học của HS.
Tạo sự tương tác tích cực của HS	13/28	46,43%	
Tăng cường khả năng thực hành, vận dụng kiến thức vào thực tế	12/28	42,86%	
Phát triển các năng lực toán học cho HS	11/28	39,29%	
Cung cấp một số ví dụ minh họa	21/28	75%	
HS thấy mối liên hệ giữa khái niệm và hình ảnh	19/28	67,86%	
Tạo ra môi trường tương tác để thử nghiệm và khám phá khái niệm	17/28	60,71%	
Hỗ trợ HS xây dựng mô hình, phân tích	11/28	39,29%	

**Bảng 2.4. Khó khăn gặp phải khi sử dụng phần mềm GeoGebra.**

Cơ sở vật chất còn hạn chế	12/28	42,85%	Phần lớn GV gặp khó khăn trong việc tích hợp GeoGebra vào giảng dạy, giải quyết sự cố khi sử dụng GeoGebra, HS không tham gia tích cực trong giờ học, lạm dụng GeoGebra tìm ra kết quả .
Gia tăng khối lượng công việc của GV	19/28	67,86%	
Tích hợp GeoGebra vào giảng dạy	22/28	78,57%	
Yêu cầu sự chuẩn bị, sáng tạo	16/28	57,14%	
Khó khăn trong việc giải quyết vấn đề kỹ thuật và sự cố khi sử dụng GeoGebra	20/28	71,43%	
HS mất thời gian để làm quen	17/28	60,71%	
HS không tham gia, không thích nghi	15/28	53,57%	
HS dễ y lại vào ứng dụng tìm ra kết quả	19/28	67,86%	

**Bảng 2.5. Mức độ khắc phục khó khăn gặp phải khi sử dụng phần mềm GeoGebra.**

Tăng cường đổi mới cơ sở vật chất	9/28	32,14%	Phần lớn GV đồng ý với ý kiến đưa ra khắc phục khó khăn khi dùng GeoGebra dạy học GHHS đặc biệt là ý tưởng thiết kế hoạt động dạy học, tích hợp vào các kế hoạch bài dạy tương ứng.
Tham gia hội nhóm về GeoGebra	19/28	67,86%	
Xây dựng kế hoạch bài dạy có tích hợp sẵn phần mềm GeoGebra	22/28	78,57%	
Xây dựng hệ mô hình có tính khoa học	17/28	60,71%	
Chuẩn bị các câu hỏi dẫn dắt gợi mở	14/28	50%	
Khai thác “Vấn đề” một cách triệt để	17/28	60,71%	
Xếp thời gian hợp lý cho các hoạt động	12/28	42,86%	
Tạo điều kiện cho HS hoạt động	11/28	39,39%	

**2.2. Giải pháp phát triển các NLTH cho HS sử dụng phần mềm GeoGebra**

**Giải pháp 1. Hình học như cầu nối để hiểu giới hạn:** Sử dụng GeoGebra, GV có thể sinh động hóa khái niệm GHHS qua các hình ảnh và đồ thị, giúp HS không chỉ “nhìn” mà còn “cảm nhận” được bản chất của giới hạn. Cách tiếp cận này giúp HS dễ dàng nắm bắt và sâu sắc hiểu được về GHHS qua việc quan sát trực tiếp và tương tác.

**Giải pháp 2. Tạo dựng trải nghiệm thực tế:** Mở ra cánh cửa cho HS áp dụng kiến thức vào thực tiễn thông qua các hoạt động thực hành trên GeoGebra. Khi chính HS là người tạo ra và khám phá các đồ thị, họ tự mình khám phá và đúc kết kiến thức về GHHS, từ đó nâng cao khả năng tư duy độc lập và giải quyết vấn đề.

**Giải pháp 3. Môi trường tương tác để tự kiểm tra và tự đánh giá:** GeoGebra là nền tảng để HS tự kiểm tra, đánh giá bản thân. HS sử dụng GeoGebra tự kiểm tra, đánh giá kết quả, qua đó phát triển kỹ năng tự học, tự phản tỉnh. Môi trường này khuyến khích tương tác, hợp tác làm nền tảng cho quá trình học tập hiệu quả, chất lượng.

**2.3. Minh họa tình huống dạy học khái niệm GHHS**

\*Theo ngôn ngữ dãy số

\* **Hoạt động 1:** GV yêu cầu HS cho dãy số bất kì có giới hạn 0. Tình huống giả định: dãy số  $\frac{1}{10^n}$  có giới hạn 0 khi  $n \rightarrow \infty$

GV dùng hình học giúp HS hiểu về giới hạn, khơi

gợi kiến thức cũ làm nền tảng, nâng cao năng lực tư duy, lập luận, giao tiếp toán học trong trình bày, giải quyết vấn đề.  $n \rightarrow \infty$

\* *Hoạt động 2:* GV gọi HS biểu diễn dãy số trên GeoGebra cho HS nhận xét. HS thực hiện yêu cầu. (Hình 1). Kết quả mong đợi: Khi  $n \rightarrow \infty$  thì dãy số  $\frac{1}{10^n}$  tiến đến giá trị 0.

GV dùng hình học giúp HS hiểu về giới hạn, tổ chức hoạt động giúp HS biểu diễn, nhận xét về GH dãy số khi  $n \rightarrow \infty$ , từ đó hiểu rõ GH dãy số và mở rộng sang GHHS.

\* *Hoạt động 3:* GV yêu cầu HS cho một hàm số và một điểm  $x_0$  bất kì.

Tình huống giả định:  $f(x) = x^2 + x, x_0 = 1$ . Sử dụng lệnh dãy số của giới hạn.

GV dùng hình học để giúp hiểu GH, hướng dẫn HS tìm GHHS qua GH dãy số, qua đó phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học, rút ra kiến thức sau hoạt động học.

\* *Hoạt động 4:* GV cho HS quan sát trên GeoGebra, nhận xét về giá trị của giới hạn  $f(x)$  khi  $x$  tiến gần đến giá trị  $x_0 = 1$ . HS thực hiện yêu cầu.

Kết quả mong đợi: Khi  $x$  tiến gần đến giá trị  $x_0 = 1$  thì giá trị của  $f(x)$  tiến đến 2.

GV tổ chức hoạt động HS dùng GeoGebra đúc kết kiến thức về GHHS, HS quan sát, nhận xét GH qua dãy số, phát triển năng lực giao tiếp, tư duy toán học.

\* *Hoạt động 5:* GV cho HS hoạt động tìm giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x^3 + 3}$ .

HS thực hiện yêu cầu. Kết quả mong đợi  $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x^3 + 3} = 2$

Trong hoạt động này, GV sử dụng GeoGebra giúp HS tự học và đánh giá khi tìm GHHS, phát triển kỹ năng sử dụng công cụ và mô hình hóa toán học.

\* Theo ngôn ngữ epsilon

\* *Hoạt động 1:* Tình huống giả định: GV cho HS biểu diễn hàm số  $f(x) = x^2$ .

GV tạo hoạt động trải nghiệm trên GeoGebra để HS khám phá kiến thức về GHHS, thực hành vẽ đồ thị, qua đó nâng cao năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

\* *Hoạt động 2:* GV cho HS quan sát với  $x_0 = 2$ , tiến hành lấy dãy màu hồng có hình chiếu vuông góc trên trục hoành  $[2 - \delta; 2 + \delta] \setminus \{2\}$ , ảnh các điểm thuộc được hình  $[2 - \delta; 2 + \delta] \setminus \{2\}$  chiếu vuông góc dãy màu xanh lên trục tung.

GV dùng hình học để giúp HS hiểu giới hạn, qua quan sát sự thay đổi của epsilon, phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

\* *Hoạt động 3:* GV yêu cầu HS quan sát khi khoảng cách hai điểm  $A[2 - \delta; 0], [0; 2 + \delta]$ , với điểm  $x_0$  càng nhỏ,  $f(x)$  tiến đến giá trị nào. HS thực hành trên GeoGebra, đưa ra nhận xét. Kết quả mong đợi: Khi khoảng cách giữa hai điểm  $A[2 - \delta; 0], [0; 2 + \delta]$ ,

với điểm  $x_0 = 2$  càng nhỏ thì  $f(x)$  tiến đến 4.

\* *Hoạt động 4:* GV nhận xét câu trả lời của HS, giải thích sự thay đổi của giá trị.

GV dùng hình học giúp HS hiểu về giới hạn theo ngôn ngữ epsilon, nâng cao năng lực mô hình hóa toán học, xác định, đánh giá mô hình toán học trong môi trường thực tế.

\* *Hoạt động 5:* GV cho HS tìm giới hạn của hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x + 1}$  tại  $x_0 = 2$ . tại  $x_0 = 2$

HS hoạt động nhóm, nhận xét. Kết quả mong đợi:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2}{x + 1} = 4$ .

GV sử dụng GeoGebra để tạo môi trường tương tác, giúp HS tự kiểm tra, đánh giá và phát triển kỹ năng toán học khi học GHHS.

### 3. Kết luận

Bài viết này khám phá ứng dụng của GeoGebra trong giáo dục toán học, từ việc kích thích hứng thú đến việc thực hành trong lớp học, nhấn mạnh vào truyền đạt khái niệm GHHS. Được minh họa qua các giải pháp và ví dụ giảng dạy thực tế, bài viết chứng minh GeoGebra cải thiện phương pháp giáo dục và hỗ trợ phát triển kỹ năng toán học ở HS. Kết luận đề cập đến sự cần thiết của việc nghiên cứu và tích hợp công nghệ vào giáo dục toán để đổi mới và trang bị cho HS khả năng đối mặt với thách thức tương lai, từ đó khai thác tối đa tiềm năng toán học của mình.

### Tài liệu tham khảo

1. Trần Đức Huyền – Nguyễn Thành Anh (2023), SGK Toán Chân trời sáng tạo – Tập 1, NXB Giáo dục Việt Nam.

2. Đoàn Quỳnh (2009), Tài liệu chuyên toán Đại số và Giải tích 11, NXB Giáo dục Việt Nam.

3. Trần Phú Hòa (2010), Ứng dụng phần mềm GeoGebra vào dạy và học Toán, bài dự thi sáng tạo khoa học kỹ thuật lần thứ 10 (2008-2009).

4. Nguyễn Bá Kim & Vũ Dương Thụy (2005), Phương pháp dạy học môn toán, NXB Giáo dục, Hà Nội.