

Đánh giá năng lực mô hình hóa toán học của học sinh trong dạy học chủ đề “Hệ phương trình” ở lớp 10

Hồ Thị Minh Phương*, Đỗ Phương Oanh**

*TS. Trường Đại học Quy Nhơn

**SV. Trường Đại học Quy Nhơn

Received: 29/3/2024; Accepted: 8/4/2024; Published: 16/4/2024

Abstract: In the trend of realistic mathematics education, mathematical modelling competency becomes one of the important competencies that is necessary to form and develop for students. However, teachers face many challenges in assessing this competency for students. The aim of this paper is to study the theoretical framework of mathematical modelling competence, to propose a mathematical modelling process and a rubric scale on the topic “Systems of equations” to evaluate the mathematical modelling competence of 10th grade students.

Keywords: Mathematical modeling, modeling capacity, modeling process, rubric, system of equations.

1. Đặt vấn đề

Trong chương trình giáo dục phổ thông (CTGDPT) môn Toán 2018 đã và đang thực hiện định hướng trong dạy học “lý luận phải gắn liền với thực tiễn”. Thể hiện rõ ở khâu tăng số lượng các bài toán thực tế trong mỗi bài học, tổ chức các khóa tập huấn theo định kì để bồi dưỡng cho giáo viên (GV) phổ thông đổi mới phương pháp dạy học và kiểm tra đánh giá. Tuy nhiên, các GV ở phổ thông hiện nay vẫn còn gặp nhiều khó khăn trong việc làm thế nào để đánh giá năng lực toán học của học sinh (HS), trong đó có năng lực mô hình hóa (NLMHH) toán học. Do đó, việc thiết kế thang đánh giá NLMHH với các tiêu chí cụ thể không những là công cụ đánh giá NLMHH toán học, mà còn định hướng giúp GV có ý tưởng đánh giá các thành tố khác của năng lực toán học.

Trong bài báo này, chúng tôi tóm tắt khung lý thuyết về NLMHH toán học, đề xuất quy trình MHH và thang đo Rubric về chủ đề “Hệ phương trình”, minh họa việc sử dụng quy trình và thang đo được thiết kế để đánh giá năng lực MHH của HS lớp 10 trong giải quyết một bài toán thực tế.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Năng lực mô hình hóa toán học

Có nhiều định nghĩa khác nhau của các nhà nghiên cứu bàn về năng lực mô hình hóa toán học, chẳng hạn: Blum và cộng sự (2007, tr.12), Blomhøj & Jensen (2003), ... Thông qua quá trình nghiên cứu, trong bài báo này chúng tôi hiểu rằng “mô hình hóa toán học là quá trình tạo ra các mô hình giúp HS liên kết các tình huống nảy sinh từ thực tế với toán học thuần túy, thông qua các công cụ và ngôn ngữ

toán học phổ biến (kí hiệu, đồ thị, sơ đồ, công thức, phương trình (PT), hệ phương trình,...). Quá trình này đòi hỏi HS cần có các kĩ năng và thao tác tư duy toán học như phân tích, tổng hợp, so sánh, khái quát hóa và trừu tượng hóa. Theo đó, “năng lực mô hình hóa toán học là khả năng thực hiện đầy đủ tất cả các bước của quy trình mô hình hóa toán học trong một tình huống nhất định, nhằm giải quyết các vấn đề toán học được đặt ra”.

2.2. Quy trình mô hình hóa toán học trong dạy học chủ đề “Hệ phương trình” ở lớp 10

Để đánh giá NLMHH toán học, các công cụ thường được sử dụng để thu thập dữ liệu đánh giá là thang đo, bảng kiểm, phiếu đánh giá theo tiêu chí rubric. Nghiên cứu của các tác giả Blum và Kaiser (1997), Blomhøj & Jensen (2003), Kaiser (2007) đã đưa ra các sơ đồ minh họa cho quy trình MHH và nghiên cứu của Nam (2015), Phương và cộng sự (2024) đã sử dụng quy trình MHH như là một công cụ đánh giá NLMHH của HS.

Kết hợp yêu cầu cần đạt về chủ đề hệ phương trình trong chương trình 2018, tham khảo nghiên cứu các thành tố của NLMHH, cũng như quy trình MHH của Blum và Kaiser (1997), các định nghĩa về NLMHH đã được trình bày ở trên, chúng tôi đề xuất quy trình MHH trong dạy học chủ đề “Hệ phương trình” gồm bốn bước như sau:

Bước 1. Hiểu vấn đề thực tế cần giải quyết và thiết lập mô hình thực tế. Nhiệm vụ quan trọng là đọc, hiểu và thu thập thông tin (xác định yếu tố đã biết, cần phải tìm, mối quan hệ giữa các yếu tố,...); cắt gọt và đơn giản hóa vấn đề.

Bước 2. Chuyển từ mô hình thực tế sang mô hình

toán học. Trong hầu hết các bài toán thực tế gắn với chủ đề này, HS dựa vào kiến thức ngữ cảnh của tình huống thực tế, kết hợp với quá trình đọc hiểu vấn đề từ bước 1, để xác định được biến số chính và đặt tên, cũng như xác định quan hệ giữa các biến. Từ đó, chuyển các dữ liệu thực tế về ít nhất hai PT, tiếp tục rà soát để đảm bảo rằng đã sử dụng hết tất cả các dữ kiện của tình huống, từ đó có quyết định hệ PT đã được xác lập.

Bước 3. Giải quyết vấn đề bài toán trong mô hình toán học. HS cần nắm được các dạng hệ PT thường gặp, một số phương pháp giải hệ PT (phương pháp biến đổi đại số: phương pháp cộng đại số, phép thế,...) và dấu hiệu để lựa chọn phương pháp giải quyết bài toán.

Bước 4. Đối chiếu kết quả của lời giải với mô hình thực tiễn, đưa ra đánh giá - kết luận. Kiểm tra và đánh giá lại lời giải, đối chiếu kết quả của mô hình toán với mô hình thực tiễn. Từ đó, đưa ra kết luận về MHHTH cho bài toán thực tiễn ban đầu.

Quy trình MHHTH có thể sử dụng như là một

công cụ đánh giá NLMHH toán học, nhưng để xem xét chi tiết từng biểu hiện của các thành tố cho năng lực này. Chúng tôi tiếp tục xây dựng thang đo Rubric.

2.3. Thang tiêu chí đánh giá NLMHH về chủ đề “Hệ phương trình”

Theo tác giả Nga và cộng sự (2022), “Rubric là một bảng mô tả chi tiết, rõ ràng có hệ thống các tiêu chuẩn, tiêu chí hay các mức độ mà HS cần phải thực hiện để đạt được mục đích cuối cùng của nhiệm vụ học tập như thuyết trình, làm việc nhóm, bài tập, bài kiểm tra... để có thể nhận được một điểm số hoặc đánh giá tương ứng.”

Tham khảo thang đánh giá NLMHH theo 4 mức độ của tác giả Nga và cộng sự (2022), dựa vào đặc trưng của các bài toán thực tế gắn với chủ đề “Hệ phương trình”, quá trình MHHTH và biểu hiện các thành tố của NLMHH được xác định bởi Blum và Kaiser (1997). Chúng tôi xây dựng thang tiêu chí đánh giá chi tiết NLMHH gắn với chủ đề “Hệ phương trình” ở lớp 10 như sau.

Bảng 2.1. Thang tiêu chí đánh giá năng lực mô hình hóa và các mức độ biểu hiện của mỗi tiêu chí gắn với chủ đề “Hệ phương trình” ở lớp 10

Năng lực thành phần	Biểu hiện của HS/ tiêu chí	Các mức độ biểu hiện			
		Mức 1	Mức 2	Mức 3	Mức 4
		Yếu	Trung bình	Khá	Giỏi
Hiểu vấn đề thực tế cần giải quyết và thiết lập mô hình mô tả vấn đề thực tế (1)	Chuyển đổi ngôn ngữ từ bài toán thực tế sang ngôn ngữ đại số.	- Không thực hiện chuyển đổi.	- Có thực hiện chuyển đổi nhưng chưa đúng.	- Chuyển đổi được hầu hết.	- Chuyển đổi được chính xác toàn bộ.
	Hiểu được thông tin có sẵn, phân biệt được thông tin cần thiết và thông tin nhiễu nhằm đơn giản hóa vấn đề.	- Không hiểu được thông tin có sẵn hoặc có hiểu nhưng sai. - Không phân biệt được thông tin nào cần thiết và thông tin nào nhiễu. - Không đơn giản hóa được vấn đề.	- Hiểu đúng được một phần nhỏ thông tin có sẵn. - Phân biệt một lượng nhỏ thông tin cần thiết và thông tin nhiễu. - Có đơn giản hóa vấn đề nhưng chưa hoàn chỉnh.	- Hiểu đúng hầu hết lượng thông tin có sẵn. - Phân biệt được hầu hết thông tin cần thiết và thông tin nhiễu. - Đơn giản hóa được vấn đề nhưng còn sai sót.	- Hiểu được toàn bộ lượng thông tin có sẵn. - Phân biệt chính xác những thông tin cần thiết và thông tin nhiễu. - Đơn giản hóa được vấn đề.
Xây dựng mô hình toán học từ mô hình mô tả thực tế (2)	Đặt tên và xác định các biến số chính, cũng như đặt điều kiện của biến số chính.	- Xác định đúng biến số chính nhưng đặt tên sai. - Không xác định điều kiện của biến số chính.	- Xác định đúng biến số chính nhưng đặt tên sai. - Có xác định điều kiện của biến số chính nhưng chưa đúng.	- Đặt tên và xác định biến số chính phù hợp. - Có xác định điều kiện của từng biến số chính nhưng chưa đúng.	- Đặt tên và xác định các biến số chính phù hợp. - Xác định đúng điều kiện của biến số chính.
	Nhận thấy được mối liên hệ giữa các đại lượng.	- Không xây dựng mối quan hệ giữa các biến số chính.	- Có xây dựng mối quan hệ giữa các biến số chính nhưng chưa đúng.	- Xây dựng đúng mối quan hệ giữa các biến số chính nhưng không lập luận gì hay lập luận sơ sài.	- Xây dựng chính xác mối quan hệ giữa các biến số chính và lập luận chi tiết.
	Biểu diễn lại các vấn đề thông qua các kí hiệu, ngôn ngữ toán học. Từ đó thiết lập được PT ứng với mỗi vấn đề.	- Có biểu diễn lại vấn đề qua kí hiệu, ngôn ngữ toán học nhưng chưa thiết lập được PT.	- Có biểu diễn lại vấn đề qua kí hiệu, ngôn ngữ toán học và thiết lập được PT nhưng chưa đúng.	- Biểu diễn lại được vấn đề qua kí hiệu, ngôn ngữ toán học và thiết lập đúng ít nhất một PT.	- Biểu diễn lại vấn đề qua kí hiệu, ngôn ngữ toán học và thiết lập đúng toàn bộ PT.
	Thiết lập được hệ PT toán học tương ứng. Phát biểu lại bài toán thực tế dưới dạng ngôn ngữ đại số.	- Không thiết lập được hệ PT. - Không phát biểu lại bài toán thực tế dưới dạng ngôn ngữ đại số.	- Thiết lập được hệ PT nhưng các PT trong hệ chưa đúng. - Có phát biểu lại bài toán thực tế dưới dạng ngôn ngữ đại số nhưng chưa đúng.	- Thiết lập được hệ PT nhưng chỉ có đúng ít nhất một PT trong hệ đúng. - Có phát biểu lại bài toán thực tế dưới dạng ngôn ngữ đại số nhưng còn sai sót.	- Thiết lập chính xác hệ PT - Phát biểu đúng bài toán thực tế dưới dạng ngôn ngữ đại số.

Giải quyết các vấn đề trong MHTH (3)	Sử dụng kiến thức, kĩ năng, các phương pháp giải hệ PT đã học để giải quyết MH toán học được xây dựng.	Không xác định được phương pháp nào để giải quyết MH do không thiết lập được hệ PT từ bài toán thực tế.	Biết áp dụng phương pháp biến đổi đại số để giải hệ nhưng chưa đúng (do các PT trong hệ chưa đúng, hoặc do tính toán sai,...).	Sử dụng được phương pháp biến đổi đại số để giải hệ nhưng còn sai sót.	Sử dụng thành thạo phương pháp biến đổi đại số để giải chính xác hệ PT được thiết lập từ bài toán thực tế.
	Trình bày lời giải rõ ràng, lập luận chặt chẽ, logic, chính xác.	Lập luận toán học không chặt chẽ, không có lời giải.	Lập luận toán học chưa chặt chẽ, có trình bày lời giải nhưng còn nhiều sai sót.	Lập luận toán học có chặt chẽ, lời giải còn ít sai sót.	Lập luận toán học chặt chẽ, chính xác, lời giải rõ ràng, chi tiết.
Phân tích và kiểm định lại các kết quả thu được (4)	Phiên dịch kết quả của MHTH sang MH mô tả vấn đề thực tế. Kiểm tra, đánh giá lại MH.	- Không trả lời được yêu cầu cần tìm trong bài toán thực tế ban đầu. - Không kiểm tra, đánh giá lại MH.	- Có trả lời yếu tố cần tìm trong bài toán thực tế ban đầu nhưng chưa đúng. - Không kiểm tra, đánh giá lại MH.	- Trả lời chính xác yếu tố cần tìm trong bài toán thực tế ban đầu. - Không kiểm tra, đánh giá lại mô hình, không cải tiến MH.	- Trả lời chính xác yếu tố cần tìm trong bài toán thực tế ban đầu. - Có kiểm tra, đánh giá tính hợp lý và đối chiếu thực tiễn, cải tiến MH.

2.4. Thực nghiệm sư phạm

2.4.1. Mục đích, đối tượng và phương pháp thực nghiệm

- **Mục đích thực nghiệm:** Kiểm nghiệm tính khả thi của quy trình MHTH, cũng như thang đánh giá năng lực mô hình hóa toán học về chủ đề “Hệ phương trình”.

- **Đối tượng thực nghiệm:** 35 HS lớp 10Ti Trường THPT Chuyên Lê Quý Đôn, Quy Nhơn, Bình Định. Đây là lớp học theo CTGDPT 2018, trình độ chung của lớp là giỏi - xuất sắc. Thời gian thực nghiệm là sau khi HS học xong chủ đề về “Hệ phương trình”.

- **Phương pháp thực nghiệm:** GV giao nhiệm vụ giải quyết bài toán thực tế bằng quy trình MHTH (GV đã hướng dẫn về quy trình), HS suy nghĩ và làm việc cá nhân trong thời gian 45 phút. Sau đó, chúng tôi sử dụng phương pháp định tính để phân tích bài làm của HS bằng quy trình MHTH và dữ liệu định lượng thu được từ việc mã hoá kết quả của HS thành dạng số thông qua thang đánh giá Rubric được thiết lập.

2.4.2. Giới thiệu bài toán thực nghiệm

Xuất phát từ ý tưởng trong đề tuyển sinh vào 10 (2023 - 2024) của Sở Giáo dục và Đào tạo thành phố Hồ Chí Minh, chúng tôi đề xuất một bài toán thực tế sau:

“Nhà bạn Khanh có hai thùng sữa bò nguyên chất, thùng sữa thứ nhất có thể chứa được 10 lít sữa bò, thùng sữa thứ hai có thể chứa được 8 lít sữa bò. Biết rằng cả hai thùng sữa hiện tại đều đang chứa một lượng sữa, và tổng lượng sữa ở hai thùng lớn hơn 10 lít. Mẹ bạn Khanh muốn bạn Khanh xác định được lượng sữa ở mỗi thùng nhưng không được sử dụng bất kì dụng cụ đo nào. Vấn đề đặt ra như sau: Đầu tiên, mẹ bạn Khanh đã đổ sữa từ thùng sữa thứ nhất sang thùng sữa thứ hai, đến khi thùng sữa thứ hai đầy thì dừng lại. Lúc này, lượng sữa trong thùng

1 chỉ còn lại $\frac{1}{2}$ lượng sữa so với lượng sữa ban đầu.

Sau đó, mẹ bạn Khanh lại tiếp tục đổ sữa từ thùng 2 sang thùng 1, đến khi thùng sữa thứ nhất đầy thì dừng lại. Lúc này, lượng sữa trong thùng 2 chỉ còn lại $\frac{1}{5}$ lượng sữa so với lượng sữa ban đầu.” Sử dụng

kiến thức đã học, em hãy giúp bạn Khanh xác định được lượng sữa của hai thùng ở thời điểm ban đầu. Hãy giải thích kết quả đó?

2.4.3. Kết quả thực nghiệm

Sau khi HS thực hiện bài kiểm tra với thời gian 45 phút, chúng tôi thu bài kiểm tra của HS, đọc kĩ từng bài làm, sử dụng quy trình MHTH và bảng Rubric đã xây dựng để phân tích lời giải của HS. Kết quả từ bài làm của 35 HS cho thấy, hầu hết lời giải của HS đều thể hiện đủ 4 bước của quy trình MHTH, hơn nữa thể hiện của từng bước có các mức độ khác nhau. Đa số HS hạn chế trong tiêu chí trình bày lời giải chưa rõ ràng (mức 1 chiếm 31,43%), quên đặt điều kiện cho biến số chính và không trình bày rõ mối liên hệ giữa các đại lượng để dẫn đến thiết lập các PT (tiêu chí này chiếm tỉ lệ thấp, mức 4 chiếm từ 5,7-5,71%). Hơn nữa, không có HS nào kiểm tra và đánh giá tính hợp lý của mô hình thực tế ban đầu, HS chỉ kết luận lời giải cho bài toán thực tế đặt ra (tiêu chí này mức 4 chiếm tỉ lệ 0%). Tuy nhiên, đối với tiêu chí sử dụng kiến thức, kĩ năng, các phương pháp để giải hệ phương trình trong mô hình toán học được xây dựng, HS thể hiện rất tốt, mức 4 đạt đến 91,43%. Các tiêu chí còn lại, hầu hết mức độ 3 chiếm tỉ lệ khá cao.

3. Kết luận

Bài viết này đã xây dựng được quy trình MHTH và thang đo Rubric chi tiết để đánh giá NLMHH về chủ đề “Hệ phương trình”, minh họa đánh giá năng lực MHTH của 35 HS lớp 10 thông qua giải quyết

một bài toán thực tế được xây dựng. Việc kết hợp quy trình MHHTH với thang đo Rubric có thể xem là hai công cụ hữu ích giúp GV đánh giá năng lực MHHTH của HS, HS có thể sử dụng thang đo để tự đánh giá và đánh giá bạn học, giúp GV tiết kiệm được thời gian, thu thập được nhiều thông tin từ các kênh khác nhau khi đánh giá.

Tài liệu tham khảo

[1] Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018), *Chương trình giáo dục phổ thông (chương trình tổng thể)*, Hà Nội.

[2] Blum, W., & Kaiser, G. (1997). *Comparative empirical studies at mathematical application skills of English and German learners*. Unpublished manuscript, German Research Foundation, Bonn, Germany.

[3] Sở Sở Giáo dục và Đào tạo thành phố Hồ Chí Minh (2024), Đề thi tuyển sinh lớp 10 môn Toán năm

2023 - 2024 <https://thcs.toanmath.com/2023/06/de-tuyen-sinh-lop-10-mon-toan-nam-2023-2024-so-gddt-tp-ho-chi-minh.html>.

[4] Jensen, T. (2007). *Assessing Mathematical Modelling Competency*. Mathematical Modelling (ICTMA12) Education, Engineering and Economics ISBN 978-1-904275-20-6 Chichester: Horwood (2007), 510pp.

[5] Nguyễn Thị Nga, Trần Ngọc Thanh Trúc (2022), *Đánh giá năng lực mô hình hóa toán học của HS: Trường hợp chủ đề hệ thức lượng trong tam giác ở lớp 10*, Tạp chí khoa học Trường ĐHSP TPHCM, tập 19 số 5 (2022): 817 – 831.

[6] Tạ Thị Minh Phương, Hồ Thị Minh Phương (2024), *Tích hợp nhiệm vụ dự án trong đánh giá năng lực mô hình hóa toán học của học sinh trung học phổ thông*. Tạp Chí giáo dục. Tập 24 (Số 1), 01/2024.

ĐỐI CHIẾU HỆ THỐNG ĐẠI TỪ NHÂN XUNG... (tiếp theo trang 93)

Tiếng Việt có một hệ thống nghi thức lời nói rất phong phú. Trước hết là sự phong phú trong hệ thống xưng hô bằng các từ xưng hô, so sánh với tiếng Anh phong phú hơn nhiều. Hệ thống các quy tắc xưng hô của tiếng Việt cũng như các ngôn ngữ phương Đông rất khác với các ngôn ngữ phương Tây. Người Trung Quốc cho rằng lịch sự là một hiện tượng chi phối mọi cá nhân trong xã hội, khái niệm “Lễ” của Khổng Tử là khởi nguồn của quan niệm “lịch sự, “khiêm với mình và tôn kính với người”, trong tiếng Việt cũng vậy, biểu thị lịch sự dựa vào các chiến lược quy định bởi các chuẩn mực xã hội, con người Việt Nam cụ thể phải gắn kết với cộng đồng, chịu sự tác động qua lại trong cộng đồng, coi mọi người trong cộng đồng như họ hàng trong gia đình lớn, người dưới phải xưng hô người trên như thế nào cho đúng mực. Ở tiếng Anh vốn không quy định các chuẩn mực này, thường đề cao yếu tố cá nhân độc lập nên khi biểu hiện lịch sự người ta dựa vào chiến lược lịch sự cá nhân.

3. Kết luận

Đại từ nhân xưng trong tiếng Việt và tiếng Anh thể hiện sự đa dạng trong cách sử dụng và chức năng. Trong tiếng Việt, có nhiều hình thức của các đại từ nhân xưng phản ánh sự tôn trọng và mối quan hệ xã hội. Trái lại, tiếng Anh có hệ thống đại từ nhân xưng phong phú, bao gồm các biến thể như “I”, “you”, “he/she/it”, và “we/they”. Sự đa dạng này phản ánh cả hai ngôn ngữ có cách tiếp cận và giao tiếp xã hội riêng biệt, đồng thời tạo ra những thách thức và cơ

hội cho việc học và sử dụng ngôn ngữ. Giữa đại từ nhân xưng tiếng Anh và tiếng Việt có nhiều nét tương đồng và khác biệt trong cách sử dụng và chức năng. Việc nắm bắt, hiểu rõ các phép đối chiếu của đại từ nhân xưng trong tiếng Việt và tiếng Anh không chỉ là một điều quan trọng trong việc dịch thuật chính xác và hiệu quả, mà còn là một phần không thể thiếu trong quá trình giao tiếp và giảng dạy, học tập ngoại ngữ. Bên cạnh đó, đối chiếu đại từ nhân xưng giữa tiếng Việt và tiếng Anh còn là một phần quan trọng của lĩnh vực ngôn ngữ học so sánh, mang lại những thông tin hữu ích và ứng dụng trong nhiều lĩnh vực khác nhau, góp phần vào sự hiểu biết và tương tác giữa các nền văn hóa và ngôn ngữ trên toàn cầu.

Tài liệu tham khảo

[1]. Chiến, N. V. (1992). *Ngôn ngữ học đối chiếu và đối chiếu các ngôn ngữ Đông Nam Á*, NXB Trường Đại học Sư phạm Ngoại ngữ, Hà Nội.

[2]. Châu, Đ. H. (1996). *Từ vựng ngữ nghĩa tiếng Việt*. NXB Giáo dục, Hà Nội.

[3]. Lê Quang, T. (1986). *Về vấn đề nghiên cứu đối chiếu các ngôn ngữ*. VNU Journal of Science: Social Sciences and Humanities.

[4]. Bùi Mạnh, H. (2008). *Ngôn ngữ học đối chiếu*. NXB Giáo dục. Hà Nội.

[5]. Trần, H. M. (2007). *Ngôn ngữ học đối chiếu cú pháp tiếng Anh-tiếng Việt*, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.