

# Ứng dụng phần mềm hình học động trong dạy học Hình học không gian ở trường phổ thông

Kiều Mạnh Hùng\*

Tô Đặng Nguyễn Anh\*\*, Nguyễn Thị Bích Hương\*\*, Phạm Thị Ly Ly\*\*

\*TS. Khoa Giáo dục Tiểu học, Trường ĐH Sư phạm - ĐH Đà Nẵng

\*\*SV. Khoa Toán, Trường ĐH Sư phạm - ĐH Đà Nẵng

Received: 29/3/2024; Accepted: 9/4/2024; Published: 19/4/2024

**Abstract:** In teaching spatial geometry content, traditional geometry teaching methods are not very effective, students have difficulty accessing spatial geometry problems that require abstract thinking. Leading to laziness in thinking, passive absorption of knowledge, and reluctance to communicate. In a context where students have a high need for learning, they like to learn and discover new knowledge. In this article, we propose a method of using dynamic geometry software to solve some spatial geometry problems, helping students conveniently solve spatial geometry problems; Helps teachers create lively and attractive lessons, contributing to improving the effectiveness of teaching spatial geometry in particular - teaching Mathematics in general.

**Keywords:** Dynamic geometry, teaching, spatial geometry, Mathematics.

## 1. Đặt vấn đề

Soạn kế hoạch bài dạy, triển khai thành công các hoạt động trong tiết dạy nội dung hình học không gian là điều mà hầu hết giáo viên (GV) mong muốn. Tuy nhiên, với đặc trưng là môn học trừu tượng; khó phân tích, kết nối dữ kiện nên GV thường lúng túng trong việc dẫn dắt HS tìm cách giải bài toán. Tuy nhiên, nếu HS được tiếp cận bài toán theo hướng trực quan thì các em sẽ phát huy tính tích cực, chủ động và tư duy trong quá trình học, giải quyết bài toán một cách dễ dàng.

Phần mềm hình học động có những tính năng vượt trội, do đã thiết kế sẵn các mô hình cụ thể và làm cho các đối tượng chuyển động nên chúng ta có thể dựng mô hình không gian trực quan so với hình vẽ thông thường. Chúng ta có thể xoay chuyển mô hình, dựng được theo nhiều góc độ, GV minh họa bài toán sinh động, hấp dẫn hơn, giúp HS dễ dàng tiếp thu kiến thức, nhờ đó GV có điều kiện để đi sâu vào các vấn đề bản chất của bài giảng.

## 2. Nội dung nghiên cứu

### 2.1. Vài nét về nội dung hình học không gian trong Chương trình Giáo dục phổ thông năm 2018

Nội dung hình học không gian trong Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán năm 2018 giúp HS nhận biết, mô tả được hình dạng và đặc điểm các hình chóp, hình lăng trụ, hình nón, hình cầu, hình trụ, các đường conic; thiết lập được các phương trình tổng quát trong không gian hai chiều hoặc ba chiều,

hiểu được góc giữa hai đường thẳng và góc giữa hai mặt phẳng; biết sử dụng khả năng tư duy logic, lí luận về hình học không gian, sử dụng mô hình hình học để giải quyết các vấn đề từ đó là công cụ giúp giải quyết các bài toán thực tiễn và vận dụng để giải quyết các lĩnh vực trong chủ đề khoa học.

Chương trình mới đáp ứng học phải gắn liền với thực tiễn, đây là lần đầu tiên HS được tiếp xúc với lĩnh vực khá trừu tượng và cần trí tưởng tượng phong phú của toán học, lần đầu HS được tiếp xúc và tìm hiểu thế nào là vectơ, thế nào là một phép biến hình và các khái niệm rất mới như đường conic, góc nhị diện, góc phẳng nhị diện,...

### 2.2. Những khó khăn trong dạy và học hình học không gian ở phổ thông

Một số bài tập về hình học không gian cần HS phải: xác định được điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng; xác định được hình chiếu vuông góc của một điểm, một đường thẳng, một tam giác; xác định được điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc; sử dụng kiến thức về khoảng cách trong không gian mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn; xác định tính được số đo góc nhị diện, góc phản nhị diện; xác định được giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng hay xác định giao tuyến của 2 mặt phẳng;... Trong hình học không gian, HS thường gặp khó khăn khi vẽ hình biểu diễn, phân biệt mặt nhìn thấy - mặt khuất. Biểu diễn hình không gian, hình dung thiết diện của hình đa diện cũng là những khó khăn không nhỏ đối với HS.

## 2.3. Một số phần mềm thiết kế hình học động

### 2.3.1. Phần mềm GeoGebra 5.0

GeoGebra là một phần mềm hình học động, đại số, thống kê và vi tích phân dành cho việc hỗ trợ giáo dục toán học và khoa học trong trường học. Là một phần mềm miễn phí, mã nguồn mở, đa ngôn ngữ, giao diện đơn giản, dễ sử dụng, các công cụ trực quan giúp người dùng có thể dễ dàng thao tác bằng cách di chuột vào các công cụ.

a. *Điểm chuyển động trên đường thẳng*: Cách 1: Không cần dùng thanh trượt.

- Bước 1: Tạo một đoạn thẳng để giới hạn điểm chuyển động (điểm sẽ chuyển động trên đoạn thẳng này). Bước 2: Tạo một điểm thuộc đoạn thẳng.

- Nhấn vào nút trên vùng hiển thị của điểm chuyển động. Điểm chuyển động sẽ di chuyển trên đoạn thẳng. Nếu muốn chuyển động trên đường thẳng thì chỉ cần dựng đường thẳng trùng với đoạn thẳng vừa tạo.

Cách 2: Dùng thanh trượt.

- Tạo thanh trượt (a).

- Sau đó tạo đoạn thẳng (AB) với độ dài cố định. Nhập chiều dài của đoạn thẳng bằng tên của thanh trượt (a).

- Tạo đường thẳng trùng với đường thẳng vừa tạo. Lúc này di chuyển thanh trượt thì điểm (B) sẽ di chuyển.

b. *Điểm chuyển động trên đường tròn*

- Tạo một đường tròn.

- Chọn điểm thuộc đường tròn vừa tạo.

- Nhấn nút điểm thuộc đường tròn sẽ chuyển động trên đường tròn.

c. *Điểm chuyển động trên elip*

- Tạo một đường elip.

- Chọn điểm thuộc đường elip vừa tạo.

- Nhấn nút điểm thuộc đường elip vừa tạo sẽ chuyển động trên đường tròn.

d. *Tịnh tiến điểm theo vector*

- Tạo một điểm C cần tịnh tiến và tạo vector u.

- Tạo một thanh trượt (thanh trượt a có cực tiểu bằng 0, và cực đại bằng 1, hiệu ứng lặp tăng 1 lần).

- Nhập lệnh , nhấn Enter. Nhấn nút điểm C' sẽ bắt đầu tịnh tiến theo vector u.

e. *Tịnh tiến hình theo vector u*

- Tạo một tam giác t1= ABC cần tịnh tiến và tạo vector u.

- Tạo một thanh trượt (thanh trượt d có cực tiểu bằng 0, và cực đại bằng 1, hiệu ứng lặp tăng 1 lần).

- Nhập lệnh , nhấn Enter. Nhấn nút tam giác t1' sẽ bắt đầu tịnh tiến theo vector u.

f. *Phép quay trong GeoGebra*

\* *Tạo điểm chuyển động (thiết kế trái hình hộp)*

- Tạo một điểm chuyển động, tạo một điểm làm tâm quay.

- Tạo một thanh trượt.

- Chọn quay đối tượng quanh một điểm theo một góc cho trước. Chọn đối tượng sau đó chọn tâm quay và nhập góc (nhập tên thanh trượt).

Khi chạy thanh trượt, đối tượng sẽ quay theo thiết lập. Có thể tạo thêm vết chuyển động để phép quay trực quan, sinh động hơn bằng cách vẽ thêm quỹ đạo chuyển động.

Muốn vẽ thêm quỹ đạo chuyển động ta tạo cung tròn khi biết tâm và 2 điểm trên cung tròn. Sau đó chọn quỹ đạo rồi thiết lập màu và kiểu.

\* *Tạo hình nón tròn xoay*

- chọn hiển thị dạng 3D

- Tạo một điểm B và một đường tròn (c), tạo một điểm C thuộc đường tròn (c). Tạo đoạn thẳng g (BC).

- Tạo thanh trượt a. (nhấn vào vùng làm việc để tạo thanh trượt)

- Nhập lệnh [ b = BeMat(g,a,TrucZ)]. Nhấn Enter.

Ví dụ: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại B.  $AB=2a$ ,  $BC=a$ . Khi quay tam giác ABC quanh trục AB ta tạo được khối hình gì? Tính thể tích khối hình đó?

Phân tích: B1: Vẽ tam giác ABC ( nên vẽ AB trên trục tọa độ).

- Tạo thanh trượt h.

- Nhập lệnh  $d=BeMat(t1,h,TrucZ)$ . Nhấn Enter.

Khi cho thanh trượt chạy tam giác ABC bắt đầu quay tạo hình nón.

Khi quay tam giác ABC quanh trục AB ta tạo được khối nón có chiều cao  $2a$ , bán kính đáy a.

### 2.3.2. Phần mềm The Geometer's Sketchpad (GSP)

The Geometer's Sketchpad là phần mềm thương mại với mục đích khám phá hình học Euclid, Đại số, Giải tích và các ngành khác của Toán học.

a. *Điểm chuyển động trên đường thẳng*

- Dựng một đoạn thẳng

- Lấy một điểm bất kì trên đoạn thẳng đó

- Chọn vào điểm vừa lấy và thực hiện lệnh Animate Point trong thực đơn Display

b. *Điểm chuyển động trên đường tròn hay đường elip*

- Dựng một đường tròn

- Lấy một điểm bất kì trên đường tròn đó

- Chọn vào điểm vừa lấy và thực hiện lệnh **Animate Point** trong thực đơn **Display**

c. *Đoạn thẳng có một đầu mút di chuyển quanh một đường tròn.*

- Dựng một đường tròn.
- Dựng một đoạn thẳng có một đầu mút nằm trên đường tròn đã dựng.
- Chọn đường tròn và đầu mút của đường thẳng nằm trên đường tròn.
- Thực hiện lệnh **Action Button** trong thực đơn **Edit**. Sau đó chọn **Animation**.

Xuất hiện một hộp hội thoại: - Kích chọn nút **Animate**. Trên màn hình xuất hiện một nút lệnh



- Nhấn đúp chuột vào nút lệnh và nhấn OK. Điểm nằm trên đường tròn sẽ chuyển động theo đường tròn, vì điểm đó là một đầu mút của đoạn thẳng nên đoạn thẳng cũng sẽ chuyển động theo.

- Để dừng ảnh động thì cần nháy chuột thêm một lần nữa.

#### d. Tịnh tiến điểm theo vector

- Vẽ vector AB và điểm C
- Chọn điểm thứ nhất (đuôi) của vector là A
- Chọn điểm thứ hai (đầu) của vector là B
- Từ thực đơn **Transform** chọn lệnh **Mark Vector** khi đó ta thấy có một xác nhận vector chạy từ A đến B.
- Chọn điểm C sau đó chọn **Translate**

Xuất hiện cửa sổ. Xác nhận bằng cách nhấn **Translate** ở góc cuối hộp thoại ta được ảnh C' của C qua phép tịnh tiến theo vector AB

#### e. Tịnh tiến hình theo vector

- Vẽ vector AB và hình vẽ cần tịnh tiến
- Chọn điểm thứ nhất (đuôi) của vector là A
- Chọn điểm thứ hai (đầu) của vector là B
- Từ thực đơn **Transform** chọn lệnh **Mark Vector** khi đó ta thấy có một xác nhận vector chạy từ A đến B
- Nhấn chọn vào hình vẽ cần tịnh tiến sau đó chọn **Translate**

Xuất hiện cửa sổ. Xác nhận bằng cách nhấn **Translate** ở góc cuối hộp thoại ta được ảnh của hình vẽ qua phép tịnh tiến theo vector AB

#### f. Phép quay

Muốn thực hiện phép quay phải xác định tâm quay và góc quay

\*Chọn góc quay AOB cho trước

- Vẽ góc AOB và chọn theo thứ tự A, O, B
- Trên thực đơn chọn **Transform** và chọn **Mark Angle**

- Vẽ đoạn thẳng IM, thực hiện phép quay tâm I,

góc quay AOB biến điểm M thành M'

- Chọn I, vào **Transform** chọn **Mark Center**
- Chọn M, vào **Transform** chọn **Rotate**, sau đó sẽ xuất hiện cửa sổ

\*Góc quay bằng : Làm tương tự các bước như trên (Nhưng không vẽ góc AOB), ở bước cuối xuất hiện cửa sổ: Nhập độ (degrees – radian) từ bàn phím sau đó nhấn nút **Rotate**

*Chú ý:* - Góc quay là góc định hướng

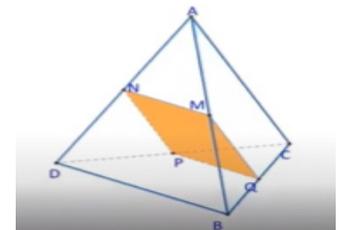
- Khi quay một hình thì làm tương tự như các bước trên nhưng phải chọn hình trước khi thực hiện bước quay

#### 2.3.3. Phần mềm Cabri

Cabri 3D là phần mềm hình học động có tính năng tương tác cao, giúp HS dễ dàng thực hiện các phép dựng hình, dịch chuyển các hình vẽ và các thao tác với công cụ của phần mềm đều có sự phản hồi lại của môi trường.

Qua đó, HS điều chỉnh hành động của mình để tiến dần đến mục đích dạy học (kiến thức mới) mà GV nhắm tới. GV cũng dựa vào các phản hồi của môi trường để điều khiển, dẫn dắt HS khám phá kiến thức. Như vậy, Cabri 3D là một môi trường lí tưởng để GV khai thác xây dựng các tình huống dạy học khám phá.

*Ví dụ 1:* Cho tứ diện ABCD, trên cạnh AB lấy điểm M. Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua M, song song với AC và BD. Xác định thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng  $(\alpha)$ . Thiết diện là hình gì?



Hình 2.1. Thiết diện

Phân tích: Vì  $(\alpha) \parallel AC \Rightarrow$  Giao tuyến của  $(\alpha)$  và  $(ABC)$  là đường thẳng song song với AC. Mà  $M \in (ABC) \cap (\alpha) \Rightarrow (ABC) \cap (\alpha) = MN$  là đường thẳng qua M, song song với AC ( $N \in BC$ ).

+ Tương tự  $(\alpha) \cap (ABD) = MQ$  là đường thẳng qua M song song với BD ( $Q \in AD$ ).

+  $(\alpha) \cap (BCD) = NP$  là đường thẳng qua N song song với BD ( $P \in CD$ ).

+  $(\alpha) \cap (ACD) = QP$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (MNPQ) \cap (ACD) = PQ \\ AC \parallel (MNPQ) \\ AC \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow PQ \parallel AC.$$

(Xem tiếp trang 124)