

# Phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trong dạy học bài toán thực tiễn hình học lớp 9 với hỗ trợ của phần mềm GeoGebra

Lê Ngọc Quỳnh\*

\*TS. Bộ môn Toán - Khoa Sư phạm - Trường Đại học An Giang.  
Received: 10/5/2024; Accepted: 16/5/2024; Published: 27/5/2024

**Abstract:** *Geogebra is a special mathematical software used freely in the world and has the interface in Vietnamese. It combines the dynamic environment geometry, dynamic algebra and dynamic calculations; therefore, it actively supports teachers and students in teaching and learning, especially helps students develop mathematical competencies including mathematical modeling competence. With visual images given by Geogebra software, students' mathematical modeling competence will be enhanced, especially for practical geometric problems.*

**Keywords:** *Practical problem, mathematical modeling competence, GeoGebra software.*

## 1. Đặt vấn đề

Bài toán thực tiễn (BTTT) là một dạng bài tập vận dụng trong chương trình môn Toán ở phổ thông. Các BTTT có nội dung thích hợp với việc người học tìm hiểu vấn đề, thiết lập mô hình toán học, lập kế hoạch và thực hiện giải pháp, cũng như nghiên cứu sâu và đánh giá vấn đề. Thông qua giải BTTT, học sinh (HS) có nhiều cơ hội phát triển năng lực, đặc biệt là năng lực MHHTH. Sự xuất hiện các bài toán thực tế (BTTT) hiện nay đang là một xu thế đáng quan tâm cho cả người dạy và người học.

## 2. Nội dung nghiên cứu

### 2.1. Cơ sở lý luận

#### 2.1.1. Mô hình hóa toán học

Có thể hiểu, MHHTH là quá trình chuyển một vấn đề có trong thực tiễn thành một bài toán, sử dụng những kiến thức, công cụ để giải quyết vấn đề trong nội bộ môn Toán; từ đó có những phân tích, đánh giá, điều chỉnh thích hợp để lời giải trong toán học trở nên phù hợp hơn trong tình huống thực tiễn.

#### 2.1.2. Năng lực mô hình hóa toán học

Đỗ Đức Thái và cộng sự (2018) cho rằng, năng lực là thuộc tính cá nhân, được hình thành, phát triển nhờ tố chất sẵn có và quá trình học tập, rèn luyện, cho phép con người huy động tổng hợp các kiến thức, kỹ năng và các thuộc tính cá nhân khác như hứng thú, niềm tin, ý chí,... thực hiện thành công một loại hoạt động nhất định, đạt kết quả mong muốn trong những điều kiện cụ thể.

Theo Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018, năng lực MHHTH của HS THCS gồm các thành tố tương ứng với các biểu hiện sau: (1) Sử dụng được các mô hình toán học (gồm công thức toán học, sơ đồ,

bảng biểu, hình vẽ, phương trình, hình biểu diễn,...) để mô tả tình huống xuất hiện trong một số bài toán thực tiễn không quá phức tạp; (2) Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập; (3) Thể hiện được lời giải toán học vào ngữ cảnh thực tiễn và làm quen với việc kiểm chứng tính đúng đắn của lời giải.

#### 2.1.3. Vai trò của bài toán thực tiễn và phần mềm Geogebra trong dạy học phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh

Những ứng dụng thực tiễn của toán học rất phổ biến trong toán học từ cấp hai đến cấp ba, ở chương trình lớp 9 phần hình học, các bài toán thực tiễn thường xuất hiện dưới hình thức như: tính thể tích vật thể, tính chiều cao diện tích vật thể, bài toán về chuyển động. Giải bài toán thực tiễn là hoạt động nối giữa lý thuyết và thực tiễn, giúp người học hiểu rõ hơn những ứng dụng của toán học trong thực tiễn cuộc sống, từ đó các em sẽ khắc sâu và ghi nhớ được kiến thức. Như vậy có thể thấy, giải bài toán thực tiễn là một trong những hoạt động giúp HS bồi dưỡng và phát triển được năng lực MHHTH. Việc sử dụng bài toán thực tiễn trong dạy học môn Toán là phù hợp trong bối cảnh dạy học theo định hướng phát triển phẩm chất, năng lực cho người học hiện nay.

Ngày nay, với sự hỗ trợ của các công cụ, phương tiện dạy học đặc biệt là phần mềm Geogebra với các công cụ tích hợp sẵn thuộc nhiều yếu tố về Hình học giúp học sinh có cái nhìn trực quan nhất về hình vẽ từ đó thúc đẩy phát triển năng lực tìm tòi, mô phỏng, chuyển các vấn đề thực tiễn sang mô hình hóa toán học một cách hiệu quả.

#### 2.2. Quy trình dạy học giải bài toán thực tiễn hình

### **học 9 nhằm phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trung học cơ sở với hỗ trợ của phần mềm Geogebra**

Dựa vào quá trình xây dựng MHHTH của Nguyễn Phú Lộc thì chúng tôi đề xuất quy trình dạy học phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trong giải các toán thực tiễn hình học 9 với hỗ trợ của phần mềm Geogebra gồm 4 bước như sau:

#### **Bước 1. Lựa chọn bài toán thực tiễn.**

GV có thể lựa chọn các bài toán thực tiễn hình học phù hợp với nội dung, mức độ nhận thức của HS lớp 9 theo yêu cầu cần đạt của CTGDPT 2018. Bài toán thực tiễn không nên quá khó cũng không nên quá dễ và phải có tính khả thi để mô hình hoá BTTT này bằng phần mềm Geogebra thông qua công cụ của Geogebra như Angle, Slider, Image,...

#### **Bước 2. Thiết lập mô hình toán học từ bài toán thực tiễn.**

GV yêu cầu HS xác định các yếu tố, thông tin toán học cơ bản của bài toán và HS sử dụng kí hiệu, hình vẽ, công thức toán học để thiết lập mô hình toán học tương ứng.

Trong quá trình này, GV cũng tiến hành vận dụng các công cụ của phần mềm GeoGebra như Angle, Slider, Image,... để minh họa BTTT. Việc minh họa BTTT với sự hỗ trợ của phần mềm Geogebra sẽ giúp GV có thể gợi mở vấn đề và HS dễ dàng quan sát trực quan. Từ đó các em có sự hình dung về mô hình toán học cần thiết lập cũng như các kiến thức toán học có liên quan cần vận dụng để đưa vào mô hình hóa toán học BTTT đã cho.

#### **Bước 3. Giải bài toán với mô hình toán học đã được thiết lập.**

Thông qua mô hình toán học được thiết lập, GV hướng dẫn cho HS sử dụng những kiến thức, kĩ năng đã học để đề xuất cách thức, giải pháp giải quyết vấn đề và lựa chọn được cách giải phù hợp.

Đối chiếu kết quả bài toán thực tiễn tìm được với kết quả khi sử dụng các tính năng GeoGebra.

#### **Bước 4. Lờ giải thực tiễn và nghiên cứu sâu.**

HS diễn giải kết quả toán học tìm được về lời giải thực tiễn cho BTTT đã cho. Ngoài ra, GV có thể yêu cầu HS đào sâu, tìm các cách giải khác đối với bài toán, khai thác và phát triển bài toán theo nhiều hướng khác nhau. Bên cạnh đó, GV cũng có thể đưa ra bài toán tương tự có cùng hướng giải nhưng nâng lên mức độ khó.

Có thể nói, thông qua quá trình giải BTTT hình học 9 với sự hỗ trợ của phần mềm Geogebra như trên sẽ giúp HS nâng cao khả năng quan sát và phát triển năng lực MHHTH, từ đó khắc sâu kiến thức và vận

dụng được vào các tình huống thực tiễn.

### **2.3. Minh họa dạy học giải bài toán thực tiễn hình học lớp 9 nhằm phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh với sự hỗ trợ của phần mềm Geogebra**

#### **Bước 1. Lựa chọn bài toán thực tiễn.**

Với chủ đề hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông thì dựa theo một trong số các yêu cầu cần đạt CTGDPT 2018 trong chủ đề này là “giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với tỉ số lượng giác của góc nhọn (Ví dụ: Tính độ dài đoạn thẳng, độ lớn góc và áp dụng giải tam giác vuông,...)”. Các vấn đề này đều có thể minh họa bằng phần mềm GeoGebra do đó GV có thể lựa chọn BTTT theo chủ đề này để dạy học phát triển năng lực MHHTH cho HS với sự hỗ trợ của phần mềm Geogebra.

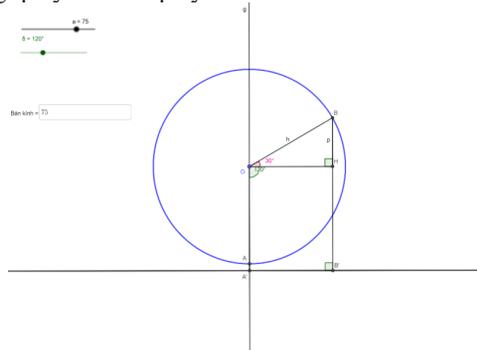
**Bài toán minh họa.** Một chiếc đu quay có bán kính  $75m$ , tâm của vòng quay ở độ cao  $80m$  so với mặt đất. Thời gian thực hiện mỗi vòng quay của đu quay là 30 phút. Nếu một người vào cabin ở vị trí thấp nhất của đu quay thì sau 10 phút người đó ở độ cao bao nhiêu mét so với mặt đất (giả sử đu quay quay đều)? (Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT Tỉnh An Giang năm học 2022 – 2023).

#### **Hướng dẫn giải**

#### **Bước 2: Thiết lập mô hình toán học từ bài toán thực tiễn**

GV hướng dẫn HS phân tích dữ liệu của BTTT đã cho và mô phỏng thành hình ảnh toán học. Chẳng hạn, HS cần xác định được các yếu tố sau để minh họa hình vẽ:

+ hình ảnh vòng quay của đu quay là đường tròn. Trong SGK Toán 9 Tập 1 có hoạt động thực hành và trải nghiệm là vẽ đường tròn bằng phần mềm Geogebra nên GV có thể vẽ minh họa bước này bằng phần mềm cho HS xem hoặc hướng dẫn HS có thể tự trải nghiệm hoạt động này. Đường tròn mô phỏng cho vòng quay của đu quay sẽ có tâm  $O$  và bán kính  $75m$ .



**Minh họa Bài toán thực tiễn bằng phần mềm Geogebra**

+ vị trí của tâm quay ở độ cao  $80m$  so với mặt đất (lớn hơn bán kính đường tròn) nên HS phải minh họa mặt đất là đường thẳng nằm ngang không cắt đường tròn và qua tâm  $O$ . Từ đó HS dựng đường vuông góc với đường thẳng mặt đất cắt đường thẳng mặt đất tại  $A'$  thì khoảng cách  $OA' = 80m$ .

+ Vị trí thấp nhất của đu quay chính là giao điểm  $A$  của đường tròn tâm  $O$  với đường thẳng  $OA'$  và  $OA = 75m$  (bán kính).

+ Vị trí  $B$  của người đó sau khi đu quay quay được 10 phút biết rằng thời gian mỗi vòng quay của đu quay là 30 phút. Như vậy đây là bài toán chuyển động, HS cần hiểu rõ mỗi vòng quay chính là chu vi đường tròn rồi từ đó liên hệ kiến thức tỉ lệ thuận giữa thời gian và quãng đường đi được cũng như kiến thức hình học 9 để xác định góc ở tâm  $\widehat{AOB} = 120^\circ$

+ Dựng hình chiếu  $B'$  của điểm  $B$  xuống mặt đất. Như vậy bài toán đưa về tính khoảng cách  $BB'$ .

Như vậy, với sự hỗ trợ của phần mềm Geogebra HS sẽ thấy hình ảnh mô phỏng của đu quay với các dữ liệu được cho một cách rõ ràng và mô hình toán học được xây dựng một cách tự nhiên theo từng bước gợi mở vấn đề từ đó góp phần phát triển năng lực MHHTH cho HS.

**Bước 3. Giải bài toán với mô hình toán học đã được thiết lập.**

GV: Quan sát hình  $OA'B'B$  thì các em có được các dữ kiện gì?

HS:  $OA' = 80m$ ,  $OB = 80m$  (bán kính),  $\widehat{AOB} = 120^\circ$ .

GV: Quan sát đoạn thẳng  $BB'$  cần tính các em có thấy liên quan gì đến đoạn thẳng đã biết độ dài hay không?

HS: Đoạn thẳng  $BB'$  có độ dài lớn hơn đoạn thẳng  $OA'$  và bằng độ dài đoạn  $OA'$  ( $80m$ ) cộng thêm độ dài của một đoạn thẳng nữa.

GV: Làm sao chúng ta xác định được độ dài đoạn thẳng cần cộng thêm?

HS: Vẽ thêm đoạn vuông góc  $OH$  với  $BB'$  ( $H \in BB'$ ) và tính độ dài  $OH$ .

GV: Các em có thể dùng kiến thức gì để tính độ dài  $OH$  cần tìm?

HS: Áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc của tam giác vuông  $BOH$ .

HS tiến hành giải bài toán:

Vì  $OA'B'H$  là hình chữ nhật (tứ giác có 3 góc vuông) nên  $BH = OA' = 80m$ .

Ta có  $\widehat{AOH} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BOH} = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$ .

Xét tam giác vuông  $BOH$  có

$$BH = OB \cdot \sin 30^\circ = 75 \cdot \frac{1}{2} = 37,5 (m).$$

Suy ra  $BB' = BH + HB' = 37,5 + 80 = 117,5 (m)$ .

Các kết quả có thể được thể hiện trong phần mềm Geogebra nên sau khi HS tính được kết quả GV có thể thể hiện kết quả trong phần mềm để cho HS xem và so sánh kết quả giữa tính toán và kết quả mô phỏng.

**Bước 4. Lời giải thực tiễn và nghiên cứu sâu.**

Sau 10 phút, người đó ở độ cao  $117,5m$  so với mặt đất.

Hơn nữa từ mô hình minh họa trong phần mềm, GV có thể di chuyển vị trí điểm  $B$  và đặt ra thêm các câu hỏi lật ngược vấn đề chẳng hạn yêu cầu HS tìm thời gian để một người trong cabin từ vị trí thấp nhất di chuyển đến vị trí cách mặt đất một khoảng xác định. Việc đặt ra vấn đề mới cũng từ mô hình toán học này sẽ giúp HS khắc sâu thêm kiến thức toán học và nâng cao sự vận dụng mô hình toán học từ đó phát triển khả năng MHHTH cho HS lên một mức cao hơn.

### 3. Kết luận

Thực tiễn dạy học Toán ở Trường phổ thông đã cho thấy thông qua các BTTT thì HS có thể phát triển năng lực MHHTH. Việc dạy học các BTTT nhất là các BTTT hình học có sử dụng phần mềm GeoGebra minh họa thì sẽ thu hút HS chú ý học tập hơn từ đó góp phần giúp các em phát triển năng lực MHHTH để giải quyết vấn đề mà BTTT đặt ra. Tuy nhiên để khai thác hiệu quả của phần mềm GeoGebra trong việc minh họa và dạy học BTTT hình học 9 thì GV cần được tập huấn hướng dẫn sử dụng có hiệu quả phần mềm Geogebra trong dạy học Toán. Đồng thời GV cần nghiên cứu có hệ thống các BTTT hình học có thể mô hình hoá bằng GeoGebra để từ đó vận dụng hiệu quả các công cụ, tính năng của phần mềm vào hoạt động dạy và học.

### Tài liệu tham khảo

[1]. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (Ban hành kèm theo thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo).

[2]. Bùi Thị Thanh (2021). Quy trình mô hình hóa toán học cho học sinh trung học phổ thông trong dạy học hàm số bậc nhất. *Tạp chí giáo dục và xã hội*, tháng 6/2021, 50-56.

[3]. Cao Thị Hà, Nguyễn Xuân Dung (2023). Phát triển năng lực mô hình hóa cho học sinh trong dạy học hàm số ở lớp 10 trung học phổ thông. *Tạp chí Khoa học Giáo dục Việt Nam Tập 19, số 03 năm 2023*.

[4]. Đỗ Đức Thái (chủ biên), Lê Tuấn Anh, Đỗ Đức Bình, Phạm Xuân Chung, Nguyễn Sơn Hà, Phạm Sỹ Nam, Vũ Phương Thúy (2018). *Dạy học phát triển năng lực môn Toán trung học cơ sở*. NXB Đại học Sư phạm.