

# Phát triển năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo cho học sinh Trung học cơ sở thông qua dạy học vẽ thêm trong Hình học phẳng

Nguyễn Thị Hà Phương\*, Trần Văn Tâm\*\*, Châu Vinh Khánh\*\*

\* GV Trường ĐHSP, Đại học Đà Nẵng

\*\* SV Trường ĐHSP, Đại học Đà Nẵng

Received: 29/4/2024; Accepted: 2/5/2024; Published: 5/5/2024

**Abstract:** The organization of teaching plane geometry with an emphasis on additional sketching plays a crucial role in developing qualities and capabilities for students. In this article, we construct the manifestations of problem-solving and creative abilities in the topic of additional sketching in plane geometry based on the manifestations of problem-solving and creative abilities in the mathematics curriculum of the Ministry of Education and Training (2018). Additionally, the process of implementing the steps of solving sketching problems in plane geometry is proposed for application in exercises. Furthermore, we analyze the steps of solving various types of sketching problems in plane geometry to clearly see the manifestations of problem-solving and creative abilities developed for students. Our research helps teachers enhance the method of teaching sketching in plane geometry.

**Keywords:** Problem-solving and creative abilities, teaching additional sketching in plane geometry, secondary school students.

## 1. Đặt vấn đề

Chương trình Giáo dục phổ thông (GDPT) 2018 đã nhấn mạnh đến phát triển năng lực (NL) cho người học. Vì vậy, với quan điểm chỉ đạo lí luận phải gắn với thực tiễn, NL GQVĐ&ST là một trong những NL quan trọng rất cần được chú trọng để phát triển cho HS.

Trên thế giới, có nhiều nghiên cứu quan tâm đến NL sáng tạo trong dạy học Toán. Nghiên cứu của Balka, D. S. (1974) đã đưa ra nhiều tiêu chí khác nhau để mô tả tính sáng tạo trong Toán học (TH). Nghiên cứu của Kattou, M. và cộng sự (2013) đã chỉ ra mối quan hệ giữa khả năng TH và khả năng sáng tạo TH.

Ở VN cũng đã có một số tác giả nghiên cứu về NL sáng tạo của HS. Nghiên cứu của Dang, H. T. T., Thi Bui, D., & Nhan, T. T. (2023) đã trình bày một dự án được thực hiện ở 3 trường THCS nhằm phát triển NL sáng tạo cho HS. Nghiên cứu cho thấy việc giảng dạy TH giàu tính sáng tạo, dựa trên các nguyên tắc của giáo dục TH thực tế nhằm thúc đẩy khả năng học tập của HS và phát triển NL sáng tạo trong TH. Đặng, T. T. H (2018) cũng nghiên cứu về việc phát triển NL sáng tạo cho HS cấp THCS thông qua hoạt động trải nghiệm dạy học tính chất đường trung bình của tam giác.

Tuy nhiên, các nghiên cứu nêu trên chỉ đưa ra khung lí thuyết hoặc thực nghiệm trên một số bài học cụ thể. Việc phát triển NL GQVĐ&ST vẫn còn ít,

chủ yếu là các nghiên cứu về cách thức phát triển NL GQVĐ&ST ở cấp Tiểu học. Trong bài báo này, nhóm tác giả lựa chọn chủ đề dạy học thông qua vẽ thêm trong Hình học phẳng nhằm góp phần phát triển NL GQVĐ&ST cho HS cấp THCS.

## 2. Nội dung nghiên cứu

### 2.1. Cơ sở lý thuyết

#### 2.1.1. Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo

Theo TT Huế, ND Dũng (2018), NL GQVĐ&ST của HS là khả năng cá nhân sử dụng hiệu quả các quá trình nhận thức, hành động và thái độ, động cơ, cảm xúc để phân tích, đề xuất các biện pháp, lựa chọn giải pháp và thực hiện giải quyết những tình huống, những vấn đề học tập và thực tiễn mà ở đó không có sẵn quy trình, thủ tục, giải pháp thông thường, đồng thời đánh giá giải pháp giải quyết vấn đề để điều chỉnh và vận dụng linh hoạt trong hoàn cảnh, nhiệm vụ mới. Báo, Đ. Q., & Hòa, P. T. M. (2020) cũng cho rằng sự sáng tạo trong quá trình GQVĐ được biểu hiện trong một bước nào đó, có thể là một cách hiểu mới về vấn đề, hoặc một hướng giải quyết mới cho vấn đề, hoặc một sự cải tiến mới trong cách thực hiện GQVĐ, hoặc một cách nhìn nhận đánh giá mới. Trong bài viết này, chúng tôi đồng nhất với quan điểm của Bộ GD-ĐT (2018): NL GQVĐ&ST của HS là khả năng giải quyết vấn đề học tập để tìm ra cái mới ở mức độ nào đó. Để có NL GQVĐ&ST, HS phải ở trong tình huống có

vấn đề, tìm cách giải quyết mâu thuẫn nhận thức hoặc hành động và đưa ra được phương án giải quyết vấn đề có tính mới.

2.1.2. *Vẽ thêm trong Hình học phẳng (HHP)*

Trong nội dung HHP của cấp THCS, việc vẽ thêm các yếu tố phụ là một trong các cách giúp việc kết nối từ giả thiết đến kết luận của bài toán được dễ dàng, thuận lợi hơn. Tuy nhiên, thực tế cho thấy không có PP chung cho việc vẽ thêm khi giải các bài toán hình học. Do đó, PP này đòi hỏi ở người học khả năng giải quyết vấn đề và biết cách sáng tạo trong thao tác vẽ thêm nhằm đưa ra lời giải hợp lí. Thông qua việc vẽ thêm, HS có nhiều cơ hội phát triển NL GQVĐ&ST. HS được rèn luyện KN giải quyết vấn đề; giải quyết được những bài toán nâng cao. HS có khả năng sáng tạo, xây dựng nhiều bài toán mới thông qua việc vẽ thêm.

2.2. *Biểu hiện của năng lực GQVĐ và sáng tạo trong giải bài toán vẽ thêm trong HHP*

Căn cứ vào CTGDPT 2018, chúng tôi xây dựng các biểu hiện của NL GQVĐ&ST trong giải bài toán thông qua cách vẽ hình thêm trong HHP như sau:

NL GQVĐ&ST theo CT GDPT	Biểu hiện NL GQVĐ&ST trong giải bài toán vẽ thêm trong hình học phẳng
A. Nhận ra ý tưởng mới	A1: Xác định giả thiết, kết luận của bài toán; đưa các giả thiết bằng lời thành các kí hiệu, quan hệ TH để dễ dàng nắm được thông tin.
B. Phát hiện và làm rõ vấn đề	B1: HS phân tích giả thiết nhằm xác định được những kiến thức cần sử dụng để giải bài toán.
C. Hình thành và triển khai ý tưởng mới	C1: HS xác định được các cách có thể giải quyết bài toán. C2: HS đề xuất được các PP vẽ thêm hình phù hợp, thuận lợi cho việc quan sát và giải quyết bài toán.
D. Đề xuất, lựa chọn giải pháp	D1: Đảm bảo được sự phù hợp của đối tượng cần vẽ thêm và lời giải của bài toán. D2: HS phác họa tóm tắt được cách giải bài toán.
E. Thiết kế và tổ chức hoạt động	E1: Hoàn thiện lời giải ngắn gọn và chặt chẽ.
F. Tư duy độc lập	F1: HS nhìn nhận bài toán dưới nhiều góc độ khác nhau, có thể vẽ hình thêm theo một cách khác để giải quyết bài toán. F2: HS đưa ra được nhiều nhận xét hoặc giải được các câu hỏi mở của GV về bài toán đang xét.

Dựa vào các biểu hiện của NL GQVĐ&ST trong bài toán vẽ thêm trong HHP trong bảng trên, chúng tôi phân tích cụ thể các bước giải của bài toán ở mục 3 và chỉ ra cơ hội các biểu hiện của NL GQVĐ&ST được hình thành trong từng bước giải.

2.3. *Vẽ thêm trong HHP góp phần phát triển năng lực GQVĐ và sáng tạo*

2.4.1. *Vẽ thêm điểm*

Dạng vẽ thêm các điểm đặc biệt như trung điểm của đoạn thẳng, trọng tâm của tam giác,... thường được sử dụng khi giả thiết có nhiều dữ kiện về trung điểm và việc vẽ thêm sẽ nhằm mục đích tạo ra các đường trung bình trong tam giác, trong hình thang, đường cao trong tam giác cân, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông, tỉ lệ một phần

hai, hai phần ba, ...

*Ví dụ minh họa:* Cho hình thang vuông  $ABCD$  có  $\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$ . Lấy  $E$  là trung điểm cạnh  $BC$ . Chứng minh (CM) rằng tam giác  $AED$  cân.

Phân tích	Biểu hiện của NL QVĐ&ST				
<p><b>Bước 1:</b></p> <table border="1"> <tr> <td>Giả thiết</td> <td><math>ABCD</math> là hình thang vuông có <math>\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ</math>, <math>E</math> là trung điểm cạnh <math>BC</math></td> </tr> <tr> <td>Kết luận</td> <td>CM <math>\Delta AED</math> cân.</td> </tr> </table>	Giả thiết	$ABCD$ là hình thang vuông có $\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$ , $E$ là trung điểm cạnh $BC$	Kết luận	CM $\Delta AED$ cân.	- HS xác định được giả thiết để cho và kết luận cần CM tam giác $\Delta AED$ cân (biểu hiện A1).
Giả thiết	$ABCD$ là hình thang vuông có $\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$ , $E$ là trung điểm cạnh $BC$				
Kết luận	CM $\Delta AED$ cân.				
<p><b>Bước 2:</b> Căn cứ vào giả thiết, ta thấy dữ kiện hình thang vuông có <math>\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ</math> suy ra <math>AB</math> và <math>CD</math> song song. <math>E</math> là trung điểm cạnh <math>BC</math> cho ta <math>EB = EC</math>. Trung điểm của cạnh hình thang gợi ý tưởng về tính chất đường trung bình của hình thang.</p>	- HS phân tích được giả thiết và rút ra được kiến thức cần sử dụng liên quan đến tính chất đường trung bình của hình thang. (biểu hiện B1)				
<p><b>Bước 3:</b> - Để CM tam giác cân, ta CM tam giác có hai cạnh bằng nhau hoặc hai góc bằng nhau hoặc hai trọng bốn đường (đường cao, đường trung tuyến, đường trung trực, đường phân giác) xuất phát từ một đỉnh trùng nhau. - Từ hình vẽ ta thấy tam giác <math>AED</math> cân tại <math>E</math>. Việc CM hai cạnh bằng nhau thường gợi đến xét hai tam giác bằng nhau, CM hai góc bằng nhau thường gợi đến CM chúng bằng với một góc khác, hoặc dùng các góc so le trong, đồng vị, đối đỉnh. Tuy nhiên, hai cách này có vẻ không khả thi. Do đó, ta cần CM tam giác có hai trong bốn đường đặc biệt xuất phát từ một đỉnh trùng nhau. Cụ thể ở đây, từ đỉnh <math>E</math>, ta gọi <math>M</math> là trung điểm của đoạn thẳng <math>AD</math>. - Ý tưởng: <math>ME</math> là đường trung bình của hình thang nên CM được <math>ME</math> vuông góc với <math>AD</math>. Mặt khác, <math>ME</math> lại là đường trung tuyến trong tam giác <math>AED</math> nên suy ra điều phải CM.</p>	- HS xác định có 3 cách để CM tam giác cân (biểu hiện C1). - HS đề xuất được cách vẽ thêm một trong bốn đường đặc biệt từ đỉnh $E$ . (biểu hiện C2) - HS đảm bảo được cách vẽ thêm trung điểm $M$ là hoàn toàn phù hợp, kết nối được giả thiết $E$ là trung điểm $BC$ và hình thang vuông $ABCD$ cùng với điều phải CM (biểu hiện D1). - HS phác họa tóm tắt được cách giải bài toán (biểu hiện D2).				
<p><b>Bước 4:</b> Gọi <math>M</math> là trung điểm của đoạn thẳng <math>AD</math>. Hình thang <math>ABCD</math> có <math>E, M</math> lần lượt là trung điểm của đoạn <math>BC, AD</math> nên <math>EM</math> là đường trung bình của hình thang <math>ABCD</math>. Do đó, <math>EM</math> song song với <math>AB</math>. Mặt khác, <math>AB</math> vuông góc với <math>AD</math> nên <math>EM</math> vuông góc với <math>AD</math>. Vậy trong tam giác <math>AED</math>, <math>EM</math> vừa là đường cao vừa là đường trung tuyến nên tam giác <math>AED</math> cân tại <math>E</math>.</p>					
	- HS hoàn thiện lời giải ngắn gọn và chặt chẽ. (biểu hiện E1)				
<p><b>Bước 5:</b> - Ta cũng có thể dựng đường cao <math>EM</math> thay vì lấy <math>M</math> là trung điểm của đoạn thẳng <math>AD</math> để giải bài toán. - Hoặc hay hơn là ta có thể giải một cách khác như nối <math>AE</math> và <math>DC</math> sau đó sử dụng định lí Thales và tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền để CM. - GV có thể đề xuất câu hỏi nâng cao: CM đường tròn ngoại tiếp tam giác <math>ABE</math> và tam giác <math>DCE</math> có chung bán kính.</p>	- HS đề xuất được cách vẽ thêm khác để giải quyết bài toán. (biểu hiện F1) - HS giải quyết được câu hỏi mở mà GV đặt ra. (biểu hiện F2)				

2.4.2. *Vẽ thêm đường thẳng*

Có nhiều kiểu vẽ thêm đường thẳng nhằm các mục đích khác nhau như:

+ Vẽ thêm đường vuông góc: nhằm làm xuất hiện tam giác vuông, tam giác vuông cân, hai tam giác bằng nhau, hai tam giác đồng dạng, ...

+ Vẽ thêm đường song song: nhằm làm xuất hiện hai góc bằng nhau, hai góc bù nhau, tứ giác đặc biệt, tam giác có đường thẳng song song với một cạnh để áp dụng định lý Thales hoặc hệ quả của định lý Thales, ...

+ Vẽ thêm tia phân giác của một góc: nhằm tạo được các mối quan hệ về góc (các góc bằng nhau), cạnh (các điểm nằm trên tia phân giác cách đều hai cạnh).

+ Vẽ thêm đường kính của đường tròn: nhằm làm xuất hiện thêm góc vuông (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) hoặc các đoạn thẳng có độ dài bằng hai lần bán kính.

+ Vẽ thêm tiếp tuyến của đường tròn: nhằm làm xuất hiện góc vuông, góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung.

*Vi dụ minh họa:* Cho tam giác  $ABC$  nội tiếp  $(O;R)$ . Vẽ  $AH$  là đường cao của tam giác  $ABC$ . CM rằng  $\widehat{BAH} = \widehat{OAC}$ .

Phân tích		Biểu hiện của NLGVĐ&ST
<b>Bước 1:</b>		- HS xác định được giả thiết đề cho và kết luận cần CM $\widehat{BAH} = \widehat{OAC}$ . (biểu hiện A1)
Giả thiết	$\Delta ABC$ nội tiếp $(O;R)$ , $AH \perp BC$	
Kết luận	$CM \widehat{BAH} = \widehat{OAC}$	
<b>Bước 2:</b> - Theo giả thiết tam giác $ABC$ nội tiếp $(O;R)$ gọi cho ta sử dụng kiến thức về góc nội tiếp. $AH$ là đường cao của tam giác $ABC$ cho ta một góc vuông, ý này thường sử dụng để CM tam giác đồng dạng hoặc liên quan đến tứ giác nội tiếp.		- HS phân tích được giả thiết và rút ra được kiến thức cần sử dụng liên quan đến góc nội tiếp và tam giác đồng dạng. (biểu hiện B1)
<b>Bước 3:</b> - Từ kết luận, ta thấy cần $CM \widehat{BAH} = \widehat{OAC}$ . Để CM hai góc bằng nhau, có thể CM hai góc đó cùng phụ hoặc cùng bù với một góc khác. CM hai tam giác đồng dạng, hai tam giác bằng nhau, CM "bắc cầu" thông qua một góc khác.		- HS xác định được một số cách để CM hai góc bằng nhau. (biểu hiện C1) - HS đề xuất được cách vẽ thêm đường kính $AE$ của $(O)$ . (biểu hiện C2) - HS đảm bảo được cách vẽ thêm đường kính $AE$ của $(O)$ là hoàn toàn phù hợp, kết nối được giả thiết $AH$ là đường cao của tam giác nhằm tạo ra cặp tam giác đồng dạng đi đến điều phải CM. (biểu hiện D1) - HS phác họa tóm tắt được cách giải bài toán (biểu hiện D2)
- Từ giả thiết $AH$ là đường cao của tam giác $ABC$ , ta đã có một góc vuông. Điều này gợi ý đến việc cần phải tạo ra một tam giác vuông khác đồng dạng với $\Delta BAH$ và chứa cạnh $OA, AC$ . Mặt khác, ta thấy rằng $OA$ là bán kính của đường tròn $(O)$ . Do đó, để tận dụng được các phát hiện trên, ta nên dựng thêm đường kính $AE$ của $(O)$ . - Ý tưởng: Dựng đường kính $AE$ của $(O)$ giúp tạo được 2 tam giác vuông $BAH$ và $ACE$ đồng dạng theo trường hợp góc-góc. Từ đó ta thu được điều phải CM.		

	<b>Bước 4:</b> Vẽ đường kính $AE$ của $(O)$ . Ta có $\widehat{ACE} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn). Xét $\Delta HAB$ và $\Delta CAE$ có $\widehat{ABH} = \widehat{AEC}$ (cùng chắn cung $AE$ ); $\widehat{AHB} = \widehat{ACE} = 90^\circ$ nên $\Delta HAB$ và $\Delta CAE$ đồng dạng. Vậy $\widehat{BAH} = \widehat{OAC}$ .	- HS hoàn thiện lời giải ngắn gọn và chặt chẽ. (biểu hiện E1)
	<b>Bước 5:</b> - Ta cũng có thể giải bài toán trên theo một cách khác nếu biết bài toán quen thuộc: Cho đường tròn tâm $(O)$ và dây cung $BC$ không qua tâm. Gọi $D$ là điểm chính giữa của $BC$ thì $OD \perp BC$ . Việc vẽ thêm điểm chính giữa của cung $BC$ cũng giúp $AD$ trở thành tia phân giác của $\widehat{BAC}$ . Khi đó, ta có thể giải theo cách khác: Ta có $\widehat{BAD} = \widehat{DAC} \Rightarrow \widehat{BD} = \widehat{CD} \Rightarrow OD \perp BC$ . Mà $AH \perp BC$ (gt) nên $AH \parallel OD \Rightarrow \widehat{HAD} = \widehat{ADO}$ (1) Mặt khác $OA = OD = R$ nên $\widehat{ADO} = \widehat{DAO}$ Do đó, $\widehat{HAD} = \widehat{DAO}$ (2) Lấy (2) trừ (1) về theo về ta được $\widehat{BAH} = \widehat{OAC}$	- HS đưa ra được nhận xét về bài toán quen thuộc. (biểu hiện F2)  - HS đề xuất được cách vẽ thêm khác để giải quyết bài toán. (biểu hiện F1)

3. **Kết luận**

Bài toán vẽ thêm trong HHP là một chủ đề hấp dẫn và cũng khá phức tạp đối với HS THCS. Với việc đề xuất các biểu hiện của NL QGVĐ&ST cũng như quy trình thực hiện trong giải bài toán vẽ thêm trong HHP, chúng tôi đã phân tích cơ hội để phát triển các biểu hiện của NL QGVĐ&ST cho HS thông qua các bài toán minh họa. Đây cũng là một cách tiếp cận hỗ trợ giáo viên thực hiện việc giảng dạy nội dung này đạt hiệu quả hơn cũng như phát triển cho HS NL QGVĐ&ST. Sự sáng tạo, đa dạng, phong phú cách thức tổ chức của GV cũng đóng góp một phần rất lớn vào tích tích cực trong hoạt động học tập của HS, giúp HS tiếp thu nội dung một cách hiệu quả góp phần phát triển được các NL, phẩm chất, đáp ứng được yêu cầu của Chương trình GDPT.

**Tài liệu tham khảo**

[1] Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018), *Chương trình Giáo dục phổ thông tổng thể*. Hà Nội.  
 [2] Balka, D. S. (1974). *Using research in teaching: Creative ability in mathematics. The Arithmetic Teacher*.  
 [3] Kattou, M., Kontoyianni, K., Pitta-Pantazi, D., & Christou, C. (2013). *Connecting mathematical creativity to mathematical ability*. Zdm, 45, 167-181.  
 [4] Đặng, T. T. H. (2018). *Thiết kế và tổ chức các hoạt động trải nghiệm trong quá trình dạy học môn Toán trung học cơ sở nhằm phát triển năng lực sáng tạo cho học sinh*. Tạp chí Khoa học Giáo dục Việt Nam, Hà Nội.