

# Biện pháp khắc phục và sửa chữa sai lầm khi học Toán xác suất cho sinh viên Trường Đại học Dược Hà Nội

Phạm Thị Hồng Cẩm\*

\*ThS. Trường Đại học Dược Hà Nội

Received: 19/5/2024; Accepted: 24/5/2024; Published: 29/5/2024

**Abstract:** Along with statistics, probability is one of the mathematical concepts with numerous applications in the field of medicine. For example, when studying the effectiveness of a medicine, it must be tested on a sufficiently large group of individuals, followed by analysis using probability and statistical knowledge. However, mastering the concept of probability and applying it in practice often presents various difficulties. Consequently, students are prone to making mistakes when applying probability theory in solving course exercises. This article identifies the difficulties and analyzes the common errors made by students, thereby proposing several solutions for improvement.

**Keywords:** Probability, difficulties, mistakes, students.

## 1. Đặt vấn đề

Xác suất là một lĩnh vực trong toán học có lý luận chặt chẽ và phạm vi ứng dụng rộng rãi, xâm nhập vào hầu hết các ngành: sức khỏe, khoa học tự nhiên, xã hội, vào các ngành quản lý kinh tế và các ngành kỹ thuật,... Đặc biệt, trong lĩnh vực y học, xác suất được sử dụng để xác định nguy cơ mắc bệnh, dự đoán về hiệu quả điều trị bệnh của một loại thuốc,... Trong thực tế, xác suất là một công cụ mạnh mẽ để hiểu và dự đoán về các vấn đề xung quanh chúng ta. Xác suất giúp ta đo lường, đánh giá khả năng xảy ra của các sự kiện.

Với vai trò là ngành khoa học điển hình của sự xâm nhập lẫn nhau và tác động lẫn nhau giữa các vấn đề ứng dụng và lý thuyết, Xác suất đã được giảng dạy ở hầu hết các trường cao đẳng và đại học. Xác suất là một nội dung trong học phần “Thống kê dược” được giảng dạy cho ngành Dược học. Việc dạy nội dung Xác suất cho sinh viên ngành Dược không chỉ cung cấp kiến thức nền tảng về Xác suất mà còn giúp sinh viên bước đầu tư duy liên hệ vào ngành nghề. Tuy nhiên, một thực tế là sinh viên Dược có tư duy Toán học tốt (thể hiện ở điểm tuyển vào trường luôn ổn định ở mức cao), nhưng sinh viên vẫn gặp phải những khó khăn nhất định trong việc hiểu ý nghĩa, bản chất của khái niệm, định lý về xác suất, dẫn đến tình trạng sinh viên gặp nhiều khó khăn trong tiếp thu lý thuyết và mắc sai lầm khi giải bài tập, ngay cả những bài tập đơn giản trong mỗi chương của học phần, từ đó việc tư duy liên hệ vào ngành cũng bị hạn chế. Bài viết nêu lên một số khó khăn, sai lầm thường gặp của sinh viên khi học nội dung lý thuyết

xác suất, từ đó đưa ra giải pháp giúp sinh viên tránh được những sai lầm thường gặp từ đó nắm vững kiến thức, nâng cao khả năng tư duy về xác suất.

## 2. Nội dung nghiên cứu

### 2.1. Quan điểm về khó khăn, sai lầm khi học Xác suất

Theo Girard J –C.(1997), những chương ngại, khó khăn mà việc dạy học xác suất phải đương đầu khá đa dạng và có nhiều nguồn gốc khác nhau.

Theo Lê Thị Hoài Châu (2012), những chương ngại khoa học luận gắn liền với xác suất liên quan đến các khái niệm ngẫu nhiên và xác suất.

Việc tiếp thu kiến thức sẽ hiệu quả hơn nếu người học nhận biết được những khó khăn của bản thân, từ đó nỗ lực tìm hiểu để vượt qua những khó khăn đó để dễ dàng tiếp nhận được kiến thức.

Do những khó khăn gặp phải dẫn đến người học xác suất dễ mắc phải những sai lầm. Để khắc phục được những sai lầm người học phải phát hiện chỗ sai trong lời giải, tìm nguyên nhân và đề xuất cách giải đúng. Theo G.Polya, con người phải biết học ở những sai lầm và những thiếu sót của mình. Theo A.A.Stoliar, không nên tiếc thời gian để phân tích trên giờ học các sai lầm của người học. Như vậy, việc học hỏi qua sai lầm giúp người học hiểu sâu, tránh được những sai lầm có thể mắc phải khi giải quyết vấn đề.

### 2.2. Phương pháp nghiên cứu

- Phương pháp nghiên cứu lý luận: Tìm hiểu, nghiên cứu tài liệu về các vấn đề liên quan đến đề tài.

- Phương pháp điều tra – quan sát: Quan sát, thăm dò thực trạng và điều tra theo các hình thức: Trực

tiếp giảng dạy, dự giờ, phỏng vấn và các phương pháp khác.

- Phương pháp thống kê toán học: Xử lý số liệu thu được sau quá trình giảng dạy. Làm sáng tỏ một số khó khăn và sai lầm thường gặp ở sinh viên để đề ra biện pháp khắc phục.

### 3. Kết quả nghiên cứu

Nội dung lý thuyết xác suất trong học phần Thống kê Dược, gồm hai chương:

- Chương 1. Lý thuyết xác suất.
- Chương 2. Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên.

Với nội dung hai chương xác suất này cung cấp cho sinh viên những kiến thức cơ bản, có hệ thống của lý thuyết xác suất, từ đó làm căn cứ khoa học để đưa ra các dự đoán trong nghề nghiệp, ví dụ tỷ lệ chữa bệnh thành công của một loại thuốc đối với một bệnh nào đó. Tuy nhiên do đặc điểm của môn học có tính trừu tượng nên trong quá trình giảng dạy nội dung lý thuyết xác suất, giảng viên nhận thấy sinh viên gặp phải một số khó khăn như sau:

- Khi học các khái niệm, định nghĩa, định lý về xác suất sinh viên thấy trừu tượng, khó hiểu dẫn đến việc hiểu sai và mắc sai lầm khi giải bài toán.

- Sinh viên chưa nắm vững mối quan hệ giữa ngữ nghĩa và cú pháp của ngôn ngữ xác suất gây khó khăn cho việc biểu đạt ý hiểu của mình.

- Việc học theo lối tư duy làm bài trắc nghiệm trong thời gian dài ở bậc trung học phổ thông làm hạn chế việc trình bày bài có tính logic.

- Thiếu khả năng trực giác xác suất dễ gây ra nhầm lẫn, rơi vào tình trạng bị lúng túng không giải quyết được bài toán.

Với một số khó khăn nêu trên nên trong quá trình giải bài toán xác suất sinh viên còn mắc phải những sai lầm chủ yếu sau:

- Sai lầm trong việc không quan tâm đến phép thử của bài toán.

- Xác định sai tên biến cố cần tính xác suất.

- Xác định sai mối quan hệ giữa các biến cố.

- Sai lầm trong việc lựa chọn sai, hiểu sai các khái niệm, quy tắc, định lý, công thức.

- Sai lầm trong trình bày diễn đạt, suy luận,...

**Ví dụ:** Trong điều trị bệnh lao có hiện tượng kháng thuốc. Gọi  $A$  là hiện tượng “kháng INH của vi khuẩn lao”; gọi  $B$  là hiện tượng “kháng PAS của vi khuẩn lao”; gọi  $C$  là hiện tượng “kháng Streptomycin của vi khuẩn lao”. Qua theo dõi, biết khả năng kháng

INH, PAS, Streptomycin của vi khuẩn lao lần lượt là 20%, 40%, 30% và việc kháng các loại thuốc khác nhau là độc lập với nhau. Nếu phối hợp cả ba loại thuốc trên thì khả năng khỏi bệnh là bao nhiêu?

Bài giải của sinh viên:

$A$  là hiện tượng “kháng INH của vi khuẩn lao”.

$$P(A) = 0,2 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,2 = 0,8$$

$B$  là hiện tượng “kháng PAS của vi khuẩn lao”.

$$P(B) = 0,4 \Rightarrow P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,4 = 0,6$$

$C$  là hiện tượng “kháng Streptomycin của vi khuẩn lao”.

$$P(C) = 0,3 \Rightarrow P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - 0,3 = 0,7$$

Gọi  $D$  là biến cố “Xác suất khỏi bệnh khi phối hợp cả ba loại thuốc”

$D = \bar{A}\bar{B}\bar{C}$ , do các biến cố  $A, B, C$  độc lập nên ta có:

$$P(D) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) \cdot P(\bar{C}) = 0,8 \cdot 0,6 \cdot 0,7 = 0,336$$

Vậy khi phối hợp cả ba loại thuốc trên thì khả năng khỏi bệnh là 33,6%.

Trong bài giải của ví dụ sinh viên mắc 2 lỗi sai:

**Lỗi sai thứ nhất.**  $D$  là biến cố “Xác suất khỏi bệnh khi phối hợp cả ba loại thuốc” là sai. Viết đúng phải là  $D$  là biến cố “khỏi bệnh khi phối hợp cả ba loại thuốc”. Đây là lỗi khá nhiều sinh viên mắc phải, do không hiểu rõ ý nghĩa của hai khái niệm “biến cố” và “xác suất”. Biến cố là khả năng có thể xảy ra của một phép thử, còn xác suất của biến cố là một số cho biết khả năng xảy ra của biến cố trong phép thử.

**Lỗi sai thứ hai.**  $D = \bar{A}\bar{B}\bar{C}$ , lỗi xác định sai mối quan hệ của biến cố  $D$  với các biến cố  $A; B$  và  $C$ ; mối quan hệ đúng phải là  $D = \bar{A} \cup \bar{B} \cup \bar{C}$ . Do nhận xét sai mối quan hệ giữa các biến cố nên đã chọn sai công thức, vì vậy bài toán không có được kết quả đúng.

Để khắc phục khó khăn và sửa chữa sai lầm cho sinh viên khi giải toán xác suất, giảng viên có thể vận dụng một số giải pháp sau:

**Giải pháp 1.** Rèn luyện cho sinh viên nắm vững bản chất và ý nghĩa của các khái niệm, quy tắc, mối quan hệ giữa các biến cố.

Với các lỗi sai về khái niệm, giảng viên có thể củng cố lại các khái niệm qua các lỗi sai thường gặp của các sinh viên từ đó giúp học viên hiểu rõ về bản chất và ý nghĩa của các khái niệm đó.

Với lỗi sai về xác định quan hệ giữa các biến cố hay lỗi sai nhầm lẫn giữa quy tắc cộng và quy tắc nhân ta có thể hướng dẫn sinh viên phân tích rõ ngữ nghĩa, cú pháp có trong bài toán, từ đó tìm hiểu mối liên hệ giữa chúng rồi mới chuyển qua các biến cố.

**Giải pháp 2.** Hướng dẫn sinh viên kỹ năng giải bài toán xác suất theo quy trình của G.Polya, hình thành khả năng trực giác Xác suất cho sinh viên.

Quan tâm phát triển khả năng trực giác Xác suất cho sinh viên là rất cần thiết và có thể rèn luyện được. Để thực hiện được điều đó trong nội dung và phương pháp dạy học cần phải thực hiện trong từng giai đoạn, trong các tình huống điển hình của quá trình dạy học.

G.Polya từng viết: “Tìm được cách giải một bài toán là một điều phát minh”. Quy trình 4 bước của G.Polya như sau:

Bước 1. Tìm hiểu nội dung bài toán.

Bước 2. Xây dựng chương trình giải cho bài toán.

Bước 3. Thực hiện chương trình giải đã xây dựng ở bước 2.

Bước 4. Nghiên cứu sâu về lời giải.

**Ví dụ:** khi làm bài tập áp dụng công thức xác suất đầy đủ, Bayes ta xây dựng thuật toán như sau:

Bước 1. Đặt tên các biến cố cần thiết cho bài toán.

- Đặt tên cho biến cố cần tính là A

- Tìm và đặt tên cho nhóm đầy đủ n biến cố: có quan hệ với biến cố cần tính.

Bước 2. Xác định mối liên quan của biến cố A với nhóm đầy đủ n biến cố.

Biến cố A xảy ra chỉ khi một trong n biến cố xảy ra.

Bước 3. Lựa chọn công thức đầy đủ hoặc công thức Bayes phù hợp với yêu cầu của bài toán.

Bước 4. Tính xác suất cần tìm.

Đối với quy trình này, khi áp dụng vào mỗi dạng toán cụ thể sẽ góp phần tập cho sinh viên xây dựng một thuật giải chung để giải bài toán đó.

Ngoài ra, để làm tốt được bước nghiên cứu sâu về lời giải sinh viên cần nắm rõ các điều kiện áp dụng của từng công thức. Ví dụ như đối với công thức Bernoulli, điều quan trọng để áp dụng được công thức là phải nhận ra được dãy phép thử Bernoulli.

Từ việc hình thành khả năng trực giác Xác suất làm cho sinh viên dễ hiểu, dễ nhớ kiến thức, chuyển từ việc thụ động tiếp thu kiến thức sang chủ động tiếp thu kiến thức.

**Giải pháp 3.** Bổ trợ thêm cho sinh viên kiến thức về tích phân.

Trong chương trình học ở bậc phổ thông trung học, sinh viên chỉ được làm quen với các tích phân thoả mãn điều kiện khả tích trên đoạn  $[a; b]$ , nên khi làm các bài toán về biến ngẫu nhiên liên tục sinh

viên không biết cách xử lý những tích phân với cận ở vô hạn.

**Giải pháp 4.** Tăng cường hứng thú học tập của sinh viên theo hướng vận dụng xác suất vào thực tiễn.

Việc gợi động cơ hứng thú học tập cho sinh viên là yêu cầu tiên quyết, quan trọng và rất cần thiết. Khi xây dựng các ví dụ và bài tập giảng viên nên lồng ghép kiến thức liên quan đến chuyên ngành Dược để truyền tải nội dung môn học, giúp sinh viên thấy rõ ứng dụng của xác suất vào thực tiễn trong nghề nghiệp, từ đó có hứng thú với môn học.

#### 4. Kết luận

Do đặc thù của lý thuyết xác suất được xây dựng dựa trên các công cụ toán học hiện đại như: Giải tích hàm, Lý thuyết độ đo... nhưng lại gắn liền với các bài toán thực tế trong cuộc sống, trong tự nhiên và xã hội, nên sinh viên gặp khó khăn khi tiếp thu lý thuyết dẫn đến việc dễ mắc sai lầm khi giải bài tập. Việc tạo hứng thú cho sinh viên trong quá trình giảng dạy là cần thiết. Trong quá trình giảng dạy giảng viên nên lồng ghép các sai lầm mang tính điển hình mà sinh viên hay mắc phải vào bài học, giúp sinh viên hiểu rõ vấn đề và khắc phục sai lầm. Đồng thời giảng viên phải linh hoạt các phương pháp dạy, gây hứng thú học tập cho sinh viên, giúp sinh viên chuyển từ trạng thái bị động tiếp thu kiến thức sang trạng thái chủ động tiếp thu kiến thức. Từ đó giúp sinh viên hình thành, phát triển trực quan xác suất.

#### Tài liệu tham khảo

1. Lê Thị Hoài Châu, “*Những chương ngại, khó khăn trong dạy học khái niệm Xác suất*”, Tạp chí Khoa học Đại học Sư phạm TPHCM số 24 năm 2010.

2. G.Polya, (1997), *Giải một bài toán như thế nào*, Hồ Thuận – Bùi Tường dịch, nhà xuất bản Giáo dục.

3. Phạm Thị Thu Hiền, “*Một số khó khăn và sai lầm của sinh viên khi học môn lý thuyết xác suất và thống kê ứng dụng tại Trường Đại học Tài chính – Marketing*”, Kỷ yếu hội thảo khoa học Đổi mới giảng dạy môn Lý thuyết Xác suất và Thống kê ứng dụng cho sinh viên khối ngành Kinh tế, Quản trị kinh doanh và các vấn đề liên quan tr. 71 – 77.

4. Nguyễn Hữu Hậu (2009), “*Tập luyện cho học sinh khả năng tìm tòi lời giải các bài toán*”, Tạp chí Giáo dục số đặc biệt (09), tr. 67 – 70.

5. Artz, A.F. Armour – Thomas, E (1992), Development of a cognitive – metacognitive framework for protocol analysis of mathematical problem solving in small groups. Cognition and Instruction, Vol. 9, pp. 137 – 175.