

Phân tích ảnh hưởng của liên kết ngang đến dao động của cầu dầm chịu hoạt tải xe di động

Analysis of the influence of transverse connections on the vibration response of girder bridge structures subjected to moving vehicle loads

> **THS NGUYỄN THỊ KIM LOAN***, **PGS.TS NGUYỄN XUÂN TOÀN**,
PGS.TS ĐẶNG CÔNG THUẬT, **PGS.TS NGUYỄN DUY THẢO**

Trường Đại học Bách khoa, Đại học Đà Nẵng

*Corresponding author, Email: ntkloan@dut.udn.vn

TÓM TẮT

Để giảm tính phức tạp cho bài toán phân tích dao động của cầu dầm chịu hoạt tải xe di động, thường quy đổi phân tích không gian về bài toán phẳng thông qua hệ số phân bố ngang (HSPBN) của hoạt tải. Do vậy, ảnh hưởng của hệ liên kết ngang (bản mặt cầu, dầm ngang) cũng chưa được xem xét một cách đầy đủ trong quá trình tính toán. Để làm rõ thêm, bài báo trình bày một số kết quả phân tích tương tác động lực giữa kết cấu cầu dầm và hoạt tải xe di động trên cầu có xét đến độ cứng của hệ liên kết ngang. Kết quả nghiên cứu bước đầu cho thấy, dao động của kết cấu dầm biên trong trường hợp có xét đến ảnh hưởng của liên kết ngang và trường hợp xét đến HSPBN tương đối phù hợp và có chênh lệch lớn nhất là 25.99%. Như vậy với yêu cầu về độ chính xác cao hơn cần xem xét đến độ cứng của liên kết ngang trong mô hình tính toán. Trường hợp gần đúng có thể áp dụng HSPBN để giảm khối lượng và độ phức tạp trong quá trình phân tích tính toán.

Từ khóa: Dao động; cầu dầm; hệ số phân bố ngang của hoạt tải; bản mặt cầu; dầm ngang.

ABSTRACT

To reduce the complexity of the vibration analysis of girder bridges subjected to moving vehicle loads, the spatial analysis is often converted into a planar problem using the transverse load distribution factor (TLDF). Therefore, the influence of the transverse connection system (deck slab, cross beams) has also not been fully considered in the calculation process. To clarify further, this paper presents several analysis results on the dynamic interaction between the girder bridge structure and moving vehicle loads, considering the stiffness of the transverse connection system. The initial research results indicate that the vibration response of the exterior girder, when considering the influence of the transverse connection, aligns relatively well with the case using the transverse load distribution factor (TLDF), with a maximum discrepancy of 25.99%. Therefore, for higher accuracy requirements, the stiffness of the transverse connection should be incorporated into the computational model. In approximate cases, TLDF can be applied to reduce the computational effort and complexity of the analysis.

Keywords: Vibration; girder bridge; transverse load distribution factor; bridge deck; cross beam.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Dao động kết cấu cầu dưới tác dụng của tải trọng xe di động là một vấn đề quan trọng trong thiết kế và phân tích độ bền của các công trình cầu. Khi xe di chuyển qua cầu, tương tác động lực giữa cầu và xe gây ra những dao động phức tạp, ảnh hưởng đến tuổi thọ và tính ổn định của công trình. Việc nghiên cứu dao động giúp tối ưu hoá thiết kế, giảm thiểu hư hại và nâng cao an toàn trong quá trình khai thác sử dụng.

Bài toán phân tích dao động công trình cầu dưới tác dụng của hoạt tải di động đã thu hút sự quan tâm của nhiều tác giả trên toàn thế giới từ nhiều năm qua. Willis [1] đã đề xuất và thiết lập phương trình vi phân dao động giữa cầu và xe; sau đó rất nhiều nhà nghiên cứu đã tập trung phân tích vấn đề tương tác động lực cầu-xe. Các tác giả [2,3] phân tích dao động cầu dầm bê tông cốt thép dự ứng lực

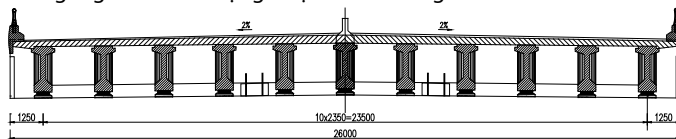
chịu tác dụng của tải trọng di động bằng phương pháp giải tích, sau đó mở rộng phân tích cho cầu dầm văng bằng việc thay thế các dầm cáp văng bằng các gối đàn hồi; [4,5] phân tích tương tác dao động giữa cầu và xe bằng phương pháp phần tử hữu hạn; [6] thiết lập và giải phương trình dao động giữa cầu dầm đơn giản và xe di động có xét đến độ gồ ghề của mặt cầu; Nguyễn Xuân Toàn và cộng sự [7] phân tích tương tác động lực giữa cầu dầm văng và xe tải di động trên cầu có xét đến độ mấp mô ngẫu nhiên của mặt cầu, sau đó mở rộng phân tích có xét đến tải trọng xe tải ngẫu nhiên ứng với nhiều sơ đồ cầu khác nhau [8,9]. A. Aloisio, R. Alaggio [10] đã so sánh ba phương pháp để dự đoán phản ứng của cầu khi có xe di chuyển. Tác giả sử dụng phương pháp mô phỏng Monte Carlo để tìm phân phối xác suất phù hợp, so sánh phản ứng dịch chuyển của cầu trong ba kịch bản độ nhám và xem xét vận tốc thay đổi và đặc điểm của xe.

Hầu hết các nghiên cứu ở trên đều phân tích trên sơ đồ phẳng (chỉ xét cho một dầm hoặc có thể được quy đổi sơ đồ không gian của công trình cầu về sơ đồ phẳng thông qua hệ số phân bố ngang xác định theo các tiêu chuẩn thiết kế cầu AASHTO[11] và TCVN 11823:2017 [12]). Như vậy, có thể thấy rằng: ảnh hưởng của hệ liên kết ngang (bản mặt cầu, dầm ngang) chưa được xem xét một cách đầy đủ trong quá trình phân tích dao động. Bài báo này trình bày một số kết quả phân tích tương tác động lực học giữa kết cấu dầm cầu và hoạt tải xe di động trên cầu có xét đến độ cứng của hệ liên kết ngang; trong đó độ cứng của hệ liên kết ngang được quy đổi thành các gối đàn hồi tương đương. Phương pháp phần tử hữu hạn được sử dụng để mô hình hóa kết cấu cầu; hoạt tải xe di động trên cầu có 3 trục xe, mỗi trục được mô phỏng thành 2 khối lượng gồm khối lượng hàng hóa trên xe truyền xuống trục xe và khối lượng trục xe, 2 khối lượng trong mỗi trục xe được lên kết với nhau bằng 1 lò xo đàn hồi và 1 cản nhớt để mô phỏng độ cứng của nhíp xe, độ cứng của lớp xe cũng được xét đến thông qua 1 lò xo đàn hồi và 1 cản nhớt. Phương trình dao động tương tác giữa cầu và xe được thiết lập theo nguyên lý cân bằng động. Nghiệm của phương trình dao động tương tác giữa cầu và xe được giải thông qua phương pháp Runge-Kutta. Dưới đây là kết quả nghiên cứu về phân tích dao động cầu Suối Tượng (tuyến cao tốc đường bộ Phan Thiết - Dầu Giây) dưới tác dụng của hoạt tải xe Foton 3 trục cho các trường hợp có xét và không xét đến hệ liên kết ngang.

2. MÔ HÌNH PHÂN TÍCH DAO ĐỘNG CẦU SUỐI TƯỢNG DƯỚI TÁC DỤNG XE DI ĐỘNG CÓ XÉT ĐẾN ĐỘ CỨNG HỆ LIÊN KẾT NGANG

2.1. Các tham số kết cấu cầu Suối Tượng

Cầu Suối Tượng là một trong các cầu trên tuyến đường bộ cao tốc Phan Thiết - Dầu Giây. Cầu có sơ đồ kết cấu dầm đơn giản, chiều dài nhịp L=24m. Mặt cắt ngang của cầu được thiết kế với 11 dầm chủ I bê tông cốt thép; khoảng cách giữa các dầm chủ là 2.35 m; các dầm chủ được liên kết với ngang bằng bản mặt cầu dày 0.2 m và 5 dầm ngang bố trí tại 2 gối cầu, 1/4L, 1/2L và 3/4L. Bố trí mặt cắt ngang của cầu Suối Tượng được mô tả trong hình 1.

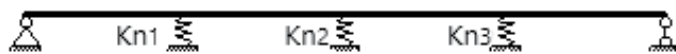


Hình 1. Mặt cắt ngang cầu Suối Tượng

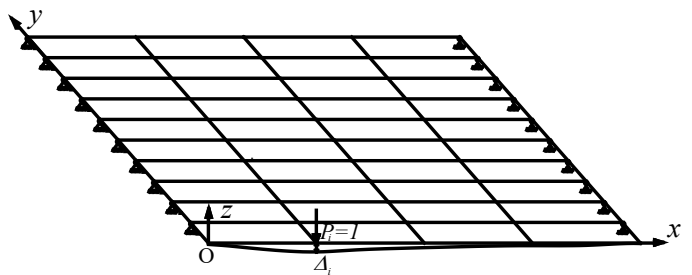
Các tham số cấu như sau: mô đun đàn hồi bê tông E=3647750.59 T/m²; mô men quán tính dầm chủ J_d=0.3762 m⁴; diện tích mặt cắt ngang dầm F_d=1.0275 m²; khối lượng đơn vị của dầm ρ_{Fd}=2.93 T/m; dầm ngang có kích thước 20x100 cm; hệ số ma sát trong và ngoài lần lượt là θ=0.027 và β=0.01.

2.2. Sơ đồ phân tích cầu Suối Tượng có xét đến hệ liên kết ngang

Theo phương ngang cầu, các dầm chủ được liên kết với nhau thông qua bản mặt cầu và các dầm ngang. Để phân tích dao động của mỗi dầm trong cầu Suối Tượng trên sơ đồ phẳng có xét đến ảnh hưởng của hệ liên kết ngang (bản mặt cầu và dầm ngang), tiến hành quy đổi độ cứng của hệ liên kết ngang bằng các gối đàn hồi đặt tại các vị trí dầm ngang (1/4L, 1/2L và 3/4L) như Hình 2. Các gối đàn hồi có độ cứng tương đương với độ cứng của hệ liên kết ngang.



Hình 2. Sơ đồ phân tích dao động cầu Suối tượng có xét đến hệ liên kết ngang



Hình 3. Sơ đồ mạng dầm tương đương của cầu Suối Tượng

Cầu Suối Tượng gồm 11 dầm ứng suất trước được liên kết với nhau thông qua bản mặt cầu và các dầm ngang. Ta quy đổi về sơ đồ mạng dầm tương đương gồm 11 dầm chủ và 5 dầm ngang như Hình 3. Trong đó:

$$\begin{cases} J_{tdx} = J_d \\ J_{tdy} = J_n + J_{bmc} \end{cases} \quad (1)$$

với J_{tdx} là mô men quán tính tương đương của dầm theo phương dọc cầu ox; J_{tdy} là mô men quán tính tương đương của dầm theo phương ngang cầu oy; J_d là mô men quán tính của dầm chủ; J_n là mô men quán tính của dầm ngang; J_{bmc} là mô men quán tính của bản mặt cầu.

Việc xác định độ cứng của mỗi gối đàn hồi được xác định theo trình tự như sau: i) mô phỏng không gian hệ dầm mặt cầu theo sơ đồ mạng dầm tương đương bằng phương pháp phần tử hữu hạn như Hình 3; ii) ứng với mỗi dầm chủ được phân tích, loại bỏ dầm chủ đang xét ra khỏi sơ đồ mô phỏng không gian của hệ dầm tương đương; iii) tương ứng với vị trí gối đàn hồi thứ i, đặt lực P=1T tác dụng lên sơ đồ mạng dầm đã được loại bỏ ở bước ii) và xác định chuyển vị thẳng đứng Δ_i; iv) xác định độ cứng gối đàn hồi thứ i bằng công thức K_{ni}=1/Δ_i. Kết quả độ cứng của gối đàn hồi trên dầm biên được thể hiện trong Bảng 1.

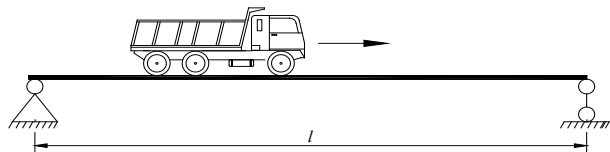
Bảng 1. Kết quả độ cứng của gối đàn hồi

Các gối đàn hồi	Chuyển vị(mm)	K(T/m)
Kn1	0.614	1628.66
Kn2	0.7159	1396.84
Kn3	0.614	1628.66

2.3. Thiết lập mô hình tương tác cầu và xe di động

Kết cấu cầu Suối Tượng được phân tích dao động dưới tác dụng xe tải di động trong hai trường hợp:

Mô hình phân tích dao động không xét hệ liên kết ngang được mô hình hóa như Hình 4.



Hình 4. Sơ đồ phân tích dao động cầu Suối Tượng

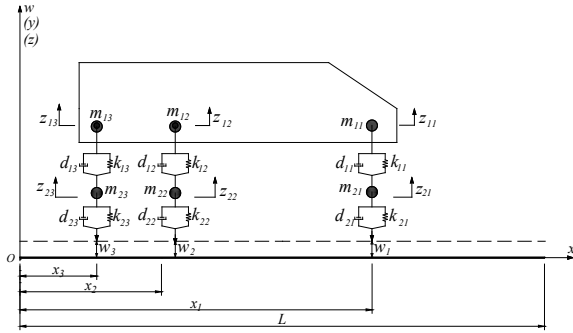
Mô hình phân tích dao động có xét hệ liên kết ngang được mô hình hóa như Hình 5.



Hình 5. Sơ đồ phân tích dao động cầu Suối Tượng có xét hệ liên kết ngang

Cầu được chia thành nhiều phần tử, trong trường hợp có xét đến hệ liên kết ngang thì dầm được chia sao cho các liên kết đặt tại nút. Tương tác giữa phần tử dầm và xe di động được mô tả như

Hình 6. Với chuyển vị theo phương đứng tại vị trí trục xe thứ i là w_i . Hoạt tải xe di động được mô phỏng thành các trục xe, mỗi trục xe được mô hình hóa thành hai khối lượng, mỗi khối lượng được liên kết với một lò xo và một liên kết giảm chấn cản. Khối lượng thân xe và hàng hóa phân bố lên trục xe thứ i được mô hình hóa thông qua khối lượng m_{1i} , khối lượng của trục xe thứ i được mô hình hóa thông qua khối lượng m_{2i} ; k_{1i} và d_{1i} lần lượt là độ cứng và độ giảm chấn của nhíp xe ở trục xe thứ i ; k_{2i} và d_{2i} lần lượt là độ cứng và độ giảm chấn cản lớp xe ở trục xe thứ i .



Hình 6. Mô hình tương tác giữa phần tử dầm và xe di động

trong đó: z_{1i}, z_{2i} lần lượt là tọa độ tuyệt đối của khối lượng m_{1i} và m_{2i} theo phương thẳng đứng so với gốc tọa độ tại trọng tâm của khối lượng m_{1i} và m_{2i} khi hệ chưa dao động.

Các tham số cơ bản của hoạt tải xe Foton 3 trục như sau: khối lượng trục xe thứ 1 là $m_{11}=3.6T, m_{21}=0.06T$; khối lượng trục xe thứ 2 là $m_{12}=7.2T, m_{22}=0.11T$; khối lượng trục xe thứ 3 là $m_{13}=7.2T, m_{23}=0.11T$; khoảng cách từ trục 1 đến trục 2 là 3.9m, khoảng cách từ trục 2 đến trục 3 là 1.35m; độ cứng và độ cản của nhíp xe tương ứng với các trục xe 1, 2, 3 như sau: $k_{11}=240 T/m, k_{12}=k_{13}=520 T/m, d_{11}=0.7344 Ts/m; d_{12}=d_{13}=0.3672 Ts/m$; độ cứng và độ cản của lớp xe tương ứng với các trục xe 1, 2, 3 như sau: $k_{21}=240 T/m, k_{22}=k_{23}=380 T/m, d_{21}=0.4 Ts/m, d_{22}=d_{23}= 0.8 Ts/m$.

Theo Nguyễn Xuân Toàn và các cộng sự [5,7] dao động của phần tử dầm chịu tải trọng phân bố $p(x,z,t)$ có xét đến ảnh hưởng của ma sát trong và ma sát ngoài như sau:

$$EJ_d \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \theta \frac{\partial^5 w}{\partial x^4 \partial t} \right) + \rho F_d \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \beta \frac{\partial w}{\partial t} = p(x, z, t)$$

$$p(x, z, t) = \sum_{i=1}^N \xi_i(t) \cdot \left[-(m_{1i} + m_{2i}) \cdot g - m_{1i} \cdot \ddot{z}_{1i} - m_{2i} \cdot \ddot{z}_{2i} \right] \cdot \delta(x - a_i)$$

$$-m_{1i} \cdot \ddot{z}_{1i} + d_{1i} \cdot \dot{z}_{1i} + k_{1i} \cdot z_{1i} - d_{1i} \cdot \dot{z}_{2i} - k_{1i} \cdot z_{2i} = -m_{1i} \cdot g$$

$$-m_{2i} \cdot \ddot{z}_{2i} + (d_{2i} + d_{1i}) \cdot \dot{z}_{2i} + (k_{2i} + k_{1i}) \cdot z_{2i} - d_{1i} \cdot \dot{z}_{1i} - k_{1i} \cdot z_{1i} = -m_{2i} \cdot g + d_{2i} \cdot \dot{w}_i + k_{2i} \cdot w_i$$

trong đó: EJ_d : độ cứng chống uốn của phần tử dầm; ρF_d : trọng lượng của phần tử dầm trên 1 đơn vị chiều dài; θ và β : hệ số ma sát trong và hệ số ma sát ngoài của phần tử dầm; $p(x, z, t)$ là tải trọng phân bố đều trên dầm; $\delta(x-a)$ là hàm Delta-Dirac; $i=1 \div N$ (N là số trục, $N=3$).

$$\xi_i(t) = \begin{cases} 1 & \text{khi } t_i \leq t \leq t_i + T_i \\ 0 & \text{khi } t < t_i \text{ và } t > t_i + T_i \end{cases}; \quad T_i = \frac{L}{v_i} \quad (3)$$

Phương trình (1) sau khi biến đổi về dạng ma trận theo phương pháp phần tử hữu hạn (PTHH) của phần tử dầm được viết như sau :

$$M_e \cdot \ddot{q} + C_e \cdot \dot{q} + K_e \cdot q = \{f_e\} \quad (4)$$

trong đó: M_e, C_e, K_e : lần lượt là ma trận khối lượng, ma trận cản, ma trận độ cứng hỗn hợp; $\{q\}, \{\dot{q}\}, \{\ddot{q}\}, \{f_e\}$ lần lượt là vectơ gia

tốc, vận tốc, chuyển vị và lực tương tác. Các ký hiệu còn lại và chi tiết có thể xem trong các tài liệu [5,7].

Áp dụng thuật toán của phương pháp PTHH để thiết lập phương trình dao động cho toàn hệ thống cầu-xe và giải bằng phương pháp Runge-Kutta ta sẽ thu được chuyển vị tương ứng tại các nút của kết cấu dầm.

3. KẾT QUẢ PHÂN TÍCH DAO ĐỘNG CỦA DẦM BIÊN

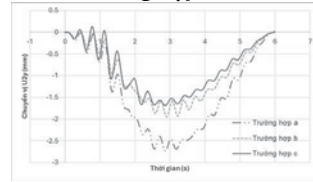
Áp dụng phương pháp đòn bẩy để xác định HSPBN cho dầm biên theo TCVN 11823:2017 [12]. HSPBN của dầm biên Cầu Suối Tương được xác định là 0.681.

Áp dụng phân tích dao động của dầm chịu tải trọng xe di động với vận tốc lần lượt là 5m/s, 10m/s và 15m/s tương ứng với 3 trường hợp như sau:

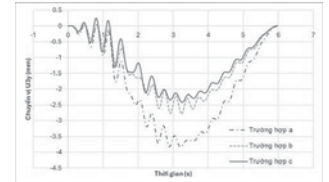
- Không xét liên kết đàn hồi với HSPBN=1.
- Không xét liên kết đàn hồi với HSPBN=0.681
- Có xét liên kết đàn hồi với HSPBN=1.

Các kết quả phân tích dao động của chuyển vị thẳng đứng (U_y) được thể hiện trên các hình vẽ tại các vị trí 1/4L, 1/2L và 3/4L tương ứng với các nút 2, 3 và 4.

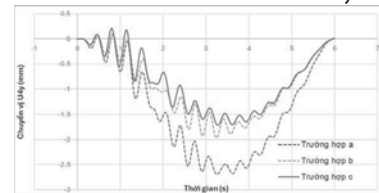
3.1. Trường hợp $v=5m/s$



Hình 7. Chuyển vị động tại nút 2

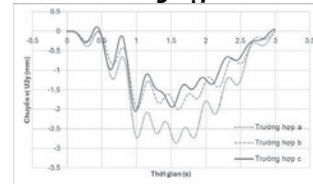


Hình 8. Chuyển vị động tại nút 3

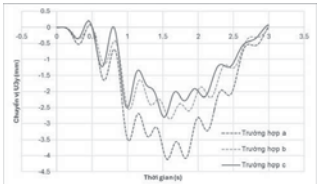


Hình 9. Chuyển vị động tại nút 4

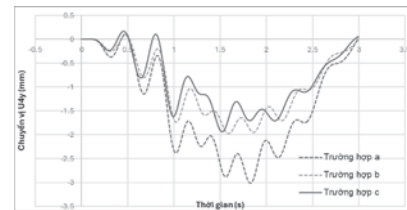
3.2. Trường hợp $v=10m/s$



Hình 10. Chuyển vị động tại nút 2

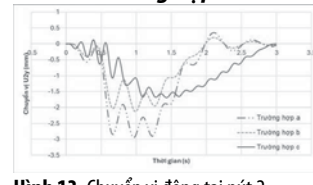


Hình 11. Chuyển vị động tại nút 3

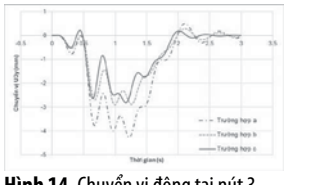


Hình 12. Chuyển vị động tại nút 4

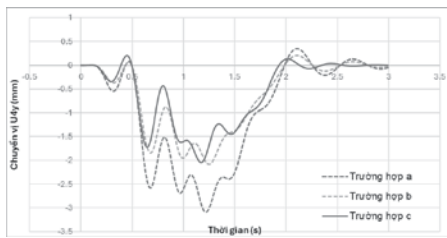
3.3. Trường hợp $v=15m/s$



Hình 13. Chuyển vị động tại nút 2



Hình 14. Chuyển vị động tại nút 3



Hình 15. Chuyển vị động tại nút 4

3.4. Kết quả phân tích so sánh theo các trường hợp:

Bảng 2. Kết quả so sánh hai trường hợp c và b khi $v=5\text{m/s}$

Kết quả phân tích dao động	Chuyển vị động lớn nhất (mm)		
	Nút 2	Nút 3	Nút 4
Trường hợp c	1.684	2.421	1.715
Trường hợp b	1.947	2.782	1.966
Chênh lệch (%)	15.62	14.91	14.64

Bảng 3. Kết quả so sánh hai trường hợp c và b khi $v=10\text{m/s}$

Kết quả phân tích dao động	Chuyển vị động lớn nhất (mm)		
	Nút 2	Nút 3	Nút 4
Trường hợp c	2.054	2.798	1.936
Trường hợp b	2.005	2.854	1.977
Chênh lệch (%)	2.39	2.00	2.12

Bảng 4. Kết quả so sánh hai trường hợp c và b khi $v=15\text{m/s}$

Kết quả phân tích dao động	Chuyển vị động lớn nhất (mm)		
	Nút 2	Nút 3	Nút 4
Trường hợp c	1.685	2.819	2.047
Trường hợp b	2.123	2.903	2.084
Chênh lệch (%)	25.99	2.98	1.81

Bảng 5. Kết quả so sánh hai trường hợp c và a khi $v=5\text{m/s}$

Kết quả phân tích dao động	Chuyển vị động lớn nhất (mm)		
	Nút 2	Nút 3	Nút 4
Trường hợp c	1.684	2.421	1.715
Trường hợp a	2.737	3.832	2.692
Chênh lệch (%)	62.53	58.28	56.97

Bảng 6. Kết quả so sánh hai trường hợp c và a khi $v=10\text{m/s}$

Kết quả phân tích dao động	Chuyển vị động lớn nhất (mm)		
	Nút 2	Nút 3	Nút 4
Trường hợp c	2.054	2.798	1.936
Trường hợp a	2.871	4.114	3.013
Chênh lệch (%)	39.78	47.03	55.63

Bảng 7. Kết quả so sánh hai trường hợp c và a khi $v=15\text{m/s}$

Kết quả phân tích dao động	Chuyển vị động lớn nhất (mm)		
	Nút 2	Nút 3	Nút 4
Trường hợp c	1.685	2.819	2.047
Trường hợp a	2.948	4.272	3.091
Chênh lệch (%)	74.96	51.54	51.00

Trong phạm vi nghiên cứu cho thấy: Kết quả phân tích trong trường hợp có xét liên kết đàn hồi c) tương đối phù hợp với kết quả phân tích trong trường hợp không xét liên kết đàn hồi với HSPBN=0.681 b). Chênh lệch lớn nhất về chuyển vị của hai trường hợp này là 25.99%. Kết quả phân tích trong trường hợp có xét liên kết đàn hồi c) giảm đáng kể so với kết quả phân tích trong trường hợp không xét liên kết đàn hồi với HSPBN=1 a). Chênh lệch lớn nhất về chuyển vị của hai trường hợp này là 74.96%.

4. KẾT LUẬN

Bài báo trình bày kết quả phân tích dao động của kết cấu cầu dầm chịu hoạt tải xe di động trong trường hợp không xét và có xét đến độ cứng của hệ liên kết ngang thông qua các gối đàn hồi tương đương. Kết quả nghiên cứu cho thấy dao động của dầm trong trường hợp không xét hệ liên kết ngang lớn hơn trường hợp có xét hệ liên kết ngang lên tới 74.96%. Trong trường hợp không xét đến độ cứng của hệ liên kết ngang nhưng có xét đến HSPBN cho kết quả tương đối phù hợp với trường hợp có xét hệ liên kết ngang và có chênh lệch lớn nhất là 25.99%. Với yêu cầu về độ chính xác cao hơn cần xem xét đến độ cứng của liên kết ngang trong mô hình tính toán. Trường hợp gần đúng có thể áp dụng HSPBN để giảm khối lượng và độ phức tạp trong quá trình phân tích tính toán.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Willis, R. The effect produced by causing weights to travel over elastic bars. Report of the commissioners appointed to inquire into the application of iron to railway structures, Appendix B, Stationery office, London, England (1849).
- [2] Nguyen Van Khang, Nguyen Minh Phuong, "Transverse vibration of continuous beam on rigid and elastic supports under the action of moving bodies". Technische Mechanik 22, Heft 4 (2002), pp. 306-316, Magdeburg.
- [3] Nguyen Van Khang, Nguyen Phong Dien, Nguyen Thi Van Huong, "Transverse vibrations of prestressed beams on rigid supports under the action of moving bodies". Archive of Applied Mechanics 79(2009), pp.939-953, Springer.
- [4] Dietz Stefan, Hippmann Gerhard, Schupp Gunter, "Interaction of Vehicles and Flexible Tracks by Co-Simulation of Multibody Vehicle Systems and Finite Element Track Models". Vehicle System Dynamics, Supplement, Vol. 37(2002), p372,13p.
- [5] T. Nguyen-Xuan, Y. Kuriyama, T. Nguyen-Duy, "Analysis of Dynamic Impact Factors of Bridge Due to Moving Vehicles Using Finite Element Method". Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, pp.1105-1119. (2018).
- [6] Geert Lombaert and Joel P. Conte, "Random vibration analysis of Dynamic Vehicle-Bridge interaction due to Road Unevenness". Journal of Engineering Mechanics (2012). 138:816-825.
- [7] Xuan-Toan Nguyen, Duy-Thao Nguyen, Van-Duc Tran and Thi-Kim-Loan Nguyen, "Effects of Random Road Roughness on Dynamic Impact Factor of Cable-Stayed Bridge Subjected to Moving Vehicle". Lecture Notes in Civil Engineering, Springer pp.147-156 (2021).
- [8] Toan Nguyen-Xuan, Cong-Thuat Dang, Loan Nguyen-Thi-Kim and Thao Nguyen-Duy, "Dynamic Impact Factor Analysis of the Prestressed Reinforced Concrete Girder Bridges Subjected to Random Vehicle Load". Mechanisms and Machine Science, Springer, pp. 764-774 (2021).
- [9] Toan Nguyen-Xuan, Cong-Thuat Dang, Loan Nguyen-Thi-Kim and Thao Nguyen-Duy, "Application of Finite Element Method to Analyze the Vibration and Dynamic Impact Factor of Displacement in I-Girder Bridge with Link Slab Due to Random Vehicle Load". Mechanisms and Machine Science, Springer, pp. 814-824 (2021).
- [10] A. Aloisio and R. Alaggio, "Probabilistic Comparative Analysis of Vehicle-Bridge Interaction Models for Predicting Bridge Response under Moving Vehicles", J. Eng. Mech., vol. 150, no. 3, 2023.
- [11] AASHTO., LRFD bridge design specifications, Washington, DC, 2012.
- [12] Tiêu chuẩn quốc gia TCVN 11823:2017 về Thiết kế cầu đường bộ, 2017.