

# Nghiên cứu tối ưu hóa công suất của bộ thu năng lượng áp điện kiểu xếp chồng tích hợp trên hệ thống treo ô tô

Research on power optimization of stacked piezoelectric energy harvesters integrated on automotive suspension systems

> THS TRẦN TUẤN ANH<sup>1</sup>, TS NGUYỄN ANH NGỌC<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Khoa Cơ Khí, Trường Đại học Thủy lợi

<sup>2</sup>Khoa Cơ khí, Trường Đại học Giao thông vận tải; Email: nguyenanhngocmxd@utc.edu.vn

## TÓM TẮT

Gần đây, việc phát triển từ nghiên cứu cơ bản sang nghiên cứu ứng dụng đối với các hệ thu năng lượng dao động từ áp điện đã và đang trở thành một chủ đề thu hút. Ưu điểm chính của hệ này cấu trúc đơn giản, mật độ công suất đầu ra tương đối cao so với các cơ chế khác như điện từ và tĩnh điện, đồng thời có khả năng tương thích với các hệ thống điện tử công suất nhỏ như MEMS và có khả năng hoạt động trong dải tần số rộng. Khi tích hợp hệ thu năng lượng áp điện với hệ thống treo của phương tiện giao thông thì hệ thống tích hợp lúc này cần đảm bảo hai yêu cầu. Một là giữ nguyên các chức năng của hệ thống tích hợp như một hệ thống treo thông thường; hai là thu được năng lượng dao động và chuyển đổi thành năng lượng điện nhiều nhất có thể. Bài báo tập trung xây dựng mô hình tính toán, phân tích, tối ưu công suất điện của bộ thu năng lượng áp điện kiểu xếp chồng được tích hợp trên hệ treo, trên cơ sở mô hình xe 1/4 với kích động mặt đường điều hòa. Kết quả nghiên cứu nhằm phục vụ công việc tính toán, thiết kế kỹ thuật hệ thống treo tích hợp hệ thu năng lượng áp điện theo hai yêu cầu cơ bản nêu trên và có thể mở rộng cho các hệ có tính chất tương tự.

**Từ khóa:** Bộ thu năng lượng áp điện kiểu xếp chồng, hệ thống treo, kích động nền điều hòa.

## ABSTRACT

Recently, the development from basic research to applied

research for piezoelectric energy harvesting systems from piezoelectric oscillations has become an attractive topic. The main advantages of this system are simple structure, relatively high output power density compared to other mechanisms such as electromagnetic and electrostatic, compatibility with small power electronic systems such as MEMS and the ability to operate in a wide frequency range. When integrating the piezoelectric energy harvesting system with the vehicle suspension system, the integrated system must ensure the following two requirements. One is to maintain the functions of the integrated system as a conventional suspension system. The other is to collect vibration energy and convert it into electrical energy as much as possible. In this study, the topic focuses on building a model to calculate, analyze, and optimize the electrical capacity of the stacked piezoelectric energy harvesting system integrated into the suspension system, based on a 1/4 vehicle model with a harmonic road surface agitation. The research results aim to serve the calculation and technical design of the suspension system integrating the piezoelectric energy harvesting system according to the two basic requirements mentioned above and/or can be extended to systems with similar properties.

**Keywords:** Stacked piezoelectric energy harvesting system, suspension system, harmonic ground agitation.

## 1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Trong vài thập kỷ trở lại đây, vấn đề thu năng lượng từ các nguồn có sẵn trong môi trường xung quanh, chẳng hạn như rung

động, nhiệt, ánh sáng, bức xạ, gió và nước biến thành năng lượng điện thay thế việc sử dụng nguồn điện từ lưới hoặc pin cho các thiết bị điện tử có công suất thấp dùng cho các cảm biến hay các thiết bị

đồ dùng trong xe cộ, thiết bị công trình hay các bộ phận sinh học nhân tạo đã và đang nhận được quan tâm từ nhiều nhà nghiên cứu. Một trong những nguồn năng lượng hao phí có thể được khai thác dành cho nhiều ứng dụng khác nhau đó là rung động từ môi trường xung quanh.

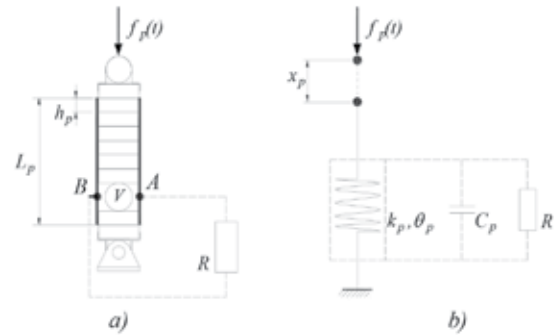
Năm 2018, Cơ quan Quản lý thông tin về năng lượng (EIA) cho biết, có khoảng 92% sản phẩm xăng dầu được tiêu thụ cho ngành GTVT, trong khi chỉ 10 - 20% được sử dụng để dẫn động cho xe di chuyển [1, 2]. Hệ thống treo (HTT) là một thành phần thiết yếu trong ô tô, với một trong những vai trò chính là làm hao tán năng lượng để giảm dao động của thân xe. Năng lượng hao tán này bị ảnh hưởng bởi các yếu tố khác nhau như mấp mô mặt đường, tốc độ xe cũng như khối lượng được treo, độ cứng của lò xo và hệ số cản [3]. Năng lượng hao tán ở HTT trước cao hơn khoảng 35% so với HTT sau do độ cứng lò xo và hệ số cản của HTT trước lớn hơn giá trị của HTT sau [4]. Việc tăng khối lượng của ô tô cũng như hệ số cản, hay giảm hệ số độ cứng sẽ dẫn tới tăng năng lượng hao tán [5]. Mấp mô mặt đường ảnh hưởng đến lượng năng lượng hao tán từ HTT [4, 5]. Theo Abdelkareem và cộng sự [6], ở tốc độ xe 20 - 50 km/h trên đường không mấp mô, giảm chấn loại thông thường có công suất hao tán trong khoảng 10 - 90 W. Khi có ít nhất một mấp mô công suất hao tán sẽ tăng lên từ 40 - 140 W với cùng tốc độ xe. Trên mặt đường có mấp mô nhỏ, Xiao [7] nhận định khoảng 200 W bị hao tán ở 4 giảm chấn đối với một ô tô chở khách thông thường ở tốc độ 13 m/s. Wei và Taghavifar [4] đã nghiên cứu khả năng thu năng lượng từ HTT thông qua các biên dạng mặt đường khác nhau. Ví dụ, với kích động điều hòa, công suất trung bình lớn nhất là 57,84 W được ghi nhận ở tốc độ ô tô là 13 km/h và 39 km/h. Trong trường hợp kích động ngẫu nhiên, các biên dạng mặt đường khác nhau, cụ thể là đường nhẵn, đường gồ ghề, đường cao tốc nhẵn và đường cấp phối được phân loại dựa trên hàm mật độ phổ công suất. Nghiên cứu này cho thấy, công suất hao tán đối với đường cấp phối được ghi lại là 2.000 W, trong khi ở đường cao tốc nhẵn, công suất hao tán vào khoảng 200 W. Sự khác biệt lớn này được giải thích là do vận tốc tương đối cao của HTT (2 m/s) đối với đường cấp phối so với đường nhẵn (0,75 m/s). Nghiên cứu của Zuo và Zhang [8] cho thấy công suất hao tán của HTT có thể nằm trong khoảng từ 46 đến 7.500 W. Những kết quả nghiên cứu nêu trên cho thấy năng lượng hao tán trong HTT là đáng kể đối với các thiết bị điện tử công suất thấp. Theo đó, việc thu năng lượng từ các dao động của HTT và chuyển đổi thành năng lượng điện là vấn đề nghiên cứu có tính mới và hấp dẫn.

**2. MÔ HÌNH LIÊN KẾT CƠ - ĐIỆN CỦA BỘ THU NĂNG LƯỢNG KIỂU XẾP CHỒNG**

Kết cấu của một PSEH thông dụng được mô tả ở Hình 1a, trong đó phần tử áp điện có n lớp, mỗi lớp có chiều dày  $h_p$ , tổng chiều dài là  $L_p = nh_p$ . PSEH chịu tác dụng của lực dọc trục  $f_p(t)$ , theo hiệu ứng áp điện thuận sẽ tạo ra điện áp  $V(t)$  trên điện trở ngoài  $R$  và điện tích  $q(t)$ . Trong việc mô hình hóa PSEH, phần tử áp điện xếp chồng có thể đơn giản hóa là một thanh đàn hồi chịu nén, ảnh hưởng của cản là nhỏ có thể bỏ qua. Quan hệ giữa  $f_p(t)$  và  $V(t)$  thể hiện liên kết cơ điện, có thể biểu diễn thông qua quan hệ ứng suất - nẹp điện như sau:

$$T_3(t) = c_{33}S_3(t) - e_{33}E_3(t) \tag{1}$$

$$D_3(t) = e_{33}S_3(t) + \epsilon_{33}E_3(t) \tag{2}$$



Hình 1. Mô hình hóa PSEH: a) - Kết cấu cơ khí; b) - Mô hình cơ điện [10]

Các phương trình (1) và (2) là các phương trình chủ đạo, trong đó  $S_3(t)$  và  $T_3(t)$  là biến dạng dọc trục và ứng suất pháp,  $E_3(t)$  và  $D_3(t)$  là cường độ điện trường và độ dịch chuyển điện tích,  $c_{33}$  là độ cứng,  $e_{33}$  là hằng số áp điện và  $\epsilon_{33}$  là độ từ thẩm. Quan hệ giữa các đại lượng này với  $f_p(t)$ ,  $V(t)$ ,  $L_p$ , khoảng cách tác dụng của điện trường  $L_e$ , điện tích mật cắt ngang của phần tử áp điện  $A$  và điện tích bề mặt nằm trong điện trường  $A_e$  được mô tả bởi các phương trình:

$$f_p(t) = k_p x_p(t) + \theta_p V(t) \tag{3}$$

$$q(t) = \theta_p x_p(t) - C_p V(t) \tag{4}$$

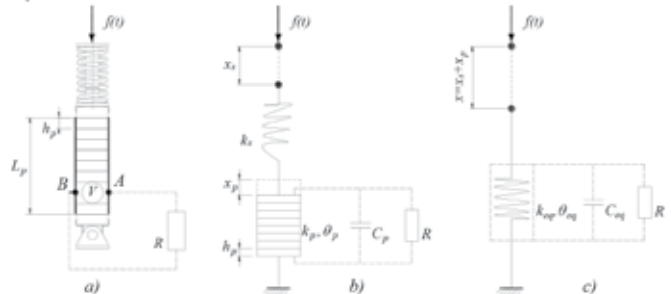
Trong đó:

$$k_p = \frac{c_{33}A}{nh_p}, \theta_p = \frac{e_{33}A}{h_p}, C_p = n \frac{\epsilon_{33}A}{t_p} \tag{5}$$

Về mặt vật lý,  $k_p$ ,  $\theta_p$ ,  $C_p$  tương ứng với độ cứng, hệ số liên kết cơ điện hiệu dụng và điện dung của PSEH. Nói cách khác, PSEH tương đương với một lò xo về mặt cơ học, tương đương với một tụ điện về mặt điện.

**2.1. Mô hình PSEH lắp nối tiếp với phần tử đàn hồi**

Hình 2a mô tả kết cấu cơ khí của PSEH lắp nối tiếp với phần tử đàn hồi là lò xo, chịu tác dụng của lực dọc trục  $f(t)$ . Trong đó, PSEH có các thông số cơ bản như đã đề cập trong Mục 2.1, lò xo tuyến tính có độ cứng  $k_s$ . Biến dạng của các phần tử áp điện và lò xo lần lượt là  $x_p$  và  $x_s$ . Mô hình cơ điện của tổ hợp PSEH-lò xo nối tiếp này được thể hiện trên Hình 2b.



Hình 2. Mô hình của PSEH lắp nối tiếp với lò xo: a) - Kết cấu cơ khí; b) - Mô hình cơ điện; c) - Mô hình tương đương [10]

Về mặt cơ học, PSEH tương đương với một lò xo có độ cứng  $k_p$ , nên tổ hợp này tương đương với hai lò xo mắc nối tiếp. Do đó, lực dọc trục hai phần tử này bằng nhau và bằng lực tác dụng  $f(t)$ .

$$f = f_p = f_s \tag{6}$$

Trong đó:  $f_p$  và  $f_s$  - Lực dọc trục trong các phần tử áp điện và lò xo. Tương tự, biến dạng tổng thể bằng tổng biến dạng của

chúng có thể được viết là:

$$f = k_{eq}x + \theta_{eq}V \quad (7)$$

$$q = \theta_{eq}x - C_{eq}V \quad (8)$$

Trong đó:

$$k_{eq} = \frac{k_s k_p}{k_s + k_p}, \theta_{eq} = \frac{k_s}{k_s + k_p} \theta_p, C_{eq} = C_p + \frac{\theta_p^2}{k_s + k_p} \quad (9)$$

So sánh (7), (8) với (3), (4) cho thấy chúng có dạng tương tự. Nghĩa là, tổ hợp PSEH-lò xo nối tiếp có thể được thay thế bằng một PSEH tương đương, có độ cứng, hệ số liên kết cơ điện hiệu dụng và điện dung tương đương là  $k_{eq}$ ,  $\theta_{eq}$  và  $C_{eq}$ . Các phương trình (7), (8) là các phương trình chủ đạo của PSEH tương đương, biểu diễn theo tọa độ của biến dạng tổng thể  $x$ .

### 2.2. Mô hình PSEH lắp nối tiếp với phần tử cản

Hình 3a mô tả kết cấu cơ khí của PSEH lắp nối tiếp với phần tử cản, chịu tác dụng của lực dọc trục  $f(t)$ . Trong đó, PSEH có các thông số cơ bản như đã đề cập trong Mục 2.1, phần tử cản nhớt tuyến tính có hệ số cản  $c$ . Mô hình cơ điện của tổ hợp PSEH-cản nối tiếp này được thể hiện trên Hình 3b. Về mặt cơ học, PSEH tương đương với một lò xo có độ cứng  $k_p$ , nên tổ hợp này tương đương với một phần tử Maxwell với một nút liên kết ở giữa. Gọi  $x_1$ ,  $x_2$  và  $x_a$  là chuyển vị tuyệt đối tại hai đầu nút của phần tử Maxwell và chuyển vị tuyệt đối của nút liên kết, biến dạng của các phần tử áp điện và cản lần lượt là  $x_a - x_1$  và  $x_2 - x_a$ . Lực dọc trong phần tử áp điện  $f_p$  bằng lực dọc trong phần tử cản  $f_d$  và bằng lực tác dụng  $f(t)$ .

$$f = f_p = f_d \quad (10)$$

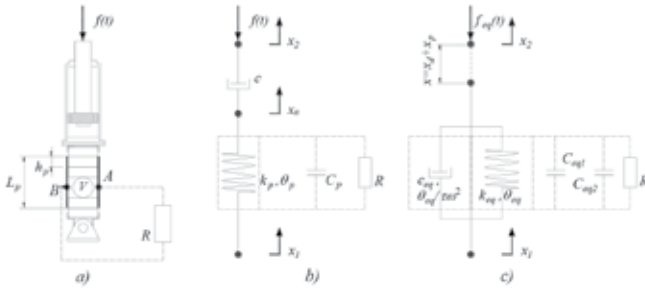
Trong đó:

$$f_p = k_p(x_a - x_1) + \theta_p V$$

$$f_d = c(\dot{x}_2 - \dot{x}_a) \quad (11)$$

Từ (10), (11) rút ra:

$$f = c(\dot{x}_2 - \dot{x}_a) = k_p(x_a - x_1) + \theta_p V \quad (12)$$



Hình 3. Mô hình của PSEH lắp nối tiếp với cản nhớt: a) - Kết cấu cơ khí; b) - Mô hình cơ điện; c) - Mô hình tương đương [10]

Để chuyển đổi mô hình Maxwell về mô hình tương đương không có nút liên kết ở giữa, xét trường hợp lực tác dụng có dạng:

$$f = F_0 e^{i\omega t} \quad (13)$$

Trong đó:  $F_0$  và  $\omega$  - Biên độ và tần số của lực tác dụng. Theo đó, ta có các quan hệ sau:

$$\dot{x}_1 = i\omega x_1, \dot{x}_2 = i\omega x_2, \dot{V} = i\omega V \quad (14)$$

Thế vào (12) ta thu được phương trình:

$$f = k_{eq}(x_2 - x_1) + c_{eq}(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + \theta_{eq}V + \frac{\theta_{eq}}{\tau^2 \omega^2} \tau \dot{V} \quad (15)$$

$$q = \theta_{eq}(x_2 - x_1) + \frac{\theta_{eq}}{\tau^2 \omega^2} \tau(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - C_{eq}V + C_{eq2} \tau \dot{V} \quad (16)$$

Hình 3c, tổ hợp PSEH-cản nối tiếp có thể được thay thế bằng một mô hình tương đương, trong đó về mặt cơ gồm hai phần tử lò

xo và cản lắp song song có độ cứng và hệ số cản tương đương là  $k_{eq}$  và  $C_{eq}$ . Về mặt điện gồm hai tụ điện lắp song song, một tụ nạp có điện tích tương ứng  $C_{eq1}V$  và một tụ xả có điện tích tương ứng  $(C_{eq1} - C_p)\tau V$ . Các hệ số  $\theta_{eq}$  và  $\frac{\theta_{eq}}{\tau \omega}$  là các hệ số liên kết cơ điện hiệu dụng tương ứng với các phần tử lò xo và cản tương đương.

Thực chất, tỉ số  $\tau$  của hệ số cản đối với độ cứng chính là hệ số thời gian nghỉ Maxwell (Maxwell relaxation time), tổ hợp lò xo  $k_{eq}$  và cản  $C_{eq}$  lắp song song còn được gọi là mô hình Kelvin-Voigt. Nói cách khác, tổ hợp PSEH-cản nối tiếp dựa trên mô hình cơ-điện Maxwell được thay thế bằng mô hình cơ-điện Kelvin-Voigt tương đương.

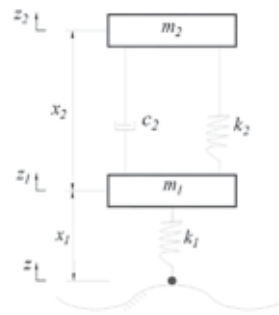
### 3. PHÂN TÍCH ĐÁP ỨNG CƠ ĐIỆN CỦA BỘ THU NĂNG LƯỢNG KIỂU XẾP CHỒNG ĐƯỢC TÍCH HỢP TRÊN HỆ TREO

#### 3.1. Tỉ số cản tối ưu của hệ thống treo

Mô hình xe 1/4 hai bậc tự do (quarter car model - QCM) được thể hiện trong Hình 4. Phương trình chuyển động tương ứng là:

$$m_2 \ddot{z}_2 - c_2 \dot{z}_2 + c_2 \dot{z}_1 - k_2 z_2 + (k_1 + k_2) z_1 = k_1 z \quad (17)$$

$$m_1 \ddot{z}_1 + c_1(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) + k_1(z_1 - z_2) = 0$$



Hình 4. Mô hình xe 1/4 - QCM

Trong đó:  $z_2$  và  $z_1$  - Dịch chuyển tuyệt đối từ vị trí cân bằng tính so với hệ quy chiếu quán tính;  $m_1, k_1$  - Lăn lượt là khối lượng không được treo, độ cứng của lốp;  $m_2, k_2, c_2$  - Lăn lượt là khối lượng được treo, độ cứng của lò xo và hệ số cản của giảm chấn của HTT. Ảnh hưởng của lực cản lốp được bỏ qua vì hệ số cản  $c_1$  nhỏ.

Giải phương trình (17) ta thu được các hệ số khuếch đại đáp ứng dịch chuyển của khối lượng được treo và khối lượng không được treo lần lượt là:

$$K_1 = \frac{z_{10}}{z_0} = \sqrt{\frac{(1 - \lambda_2^2)^2 + 4\xi_2^2 \lambda_2^2}{((1 - \beta^2 \lambda_2^2)(1 - \lambda_2^2) - \mu\beta^2 \lambda_2^2)^2 + 4\xi_2^2 \lambda_2^2 (1 - \beta^2 \lambda_2^2 - \mu\beta^2 \lambda_2^2)^2}} \quad (18)$$

$$K_2 = \frac{z_{20}}{z_0} = \sqrt{\frac{\beta^2 + (2\xi_2 \beta \lambda_2)^2}{((1 - \lambda_1^2 + \mu\beta^2)(\beta^2 - \lambda_1^2) - \mu\beta^4)^2 + (2\xi_2 \beta \lambda_2 (1 - \lambda_1^2 - \mu\lambda_1^2))^2}} = \sqrt{\frac{1 + 4\xi_2^2 \lambda_2^2}{((1 - \beta^2 \lambda_2^2)(1 - \lambda_2^2) - \mu\beta^2 \lambda_2^2)^2 + 4\xi_2^2 \lambda_2^2 (1 - \beta^2 \lambda_2^2 - \mu\beta^2 \lambda_2^2)^2}}$$

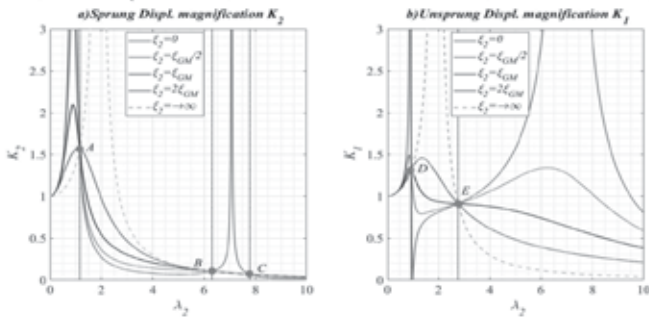
Đáp ứng tần số của dịch chuyển không thứ nguyên  $K_1$  và  $K_2$  nhân với tần số riêng  $\omega_2^2$  thu được đáp ứng tần số gia tốc không thứ nguyên  $a_1$  và  $a_2$  của các khối lượng được treo và không được treo. Ta có:

$$a_1 = \frac{z_{10}}{z_0 \omega_2^2} = \lambda_2^2 \sqrt{\frac{(1 - \lambda_2^2)^2 + 4\xi_2^2 \lambda_2^2}{((1 - \beta^2 \lambda_2^2)(1 - \lambda_2^2) - \mu\beta^2 \lambda_2^2)^2 + 4\xi_2^2 \lambda_2^2 (1 - \beta^2 \lambda_2^2 - \mu\beta^2 \lambda_2^2)^2}}$$

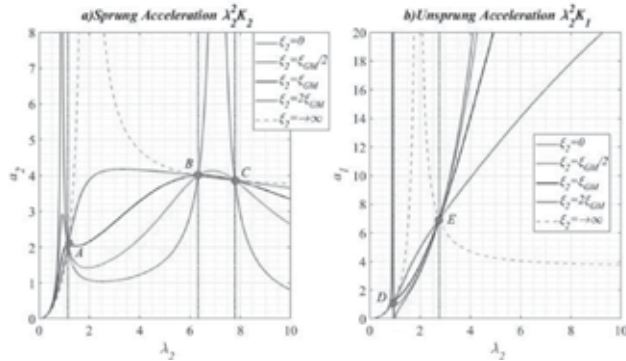
$$a_2 = \frac{z_{20}}{z_0 \omega_2^2} = \lambda_2^2 \sqrt{\frac{1 + 4\xi_2^2 \lambda_2^2}{((1 - \beta^2 \lambda_2^2)(1 - \lambda_2^2) - \mu\beta^2 \lambda_2^2)^2 + 4\xi_2^2 \lambda_2^2 (1 - \beta^2 \lambda_2^2 - \mu\beta^2 \lambda_2^2)^2}} \quad (19)$$

Để phân tích cụ thể hơn, xét bộ thông số "golden car" của mô hình xe 1/4, với các thông số đặc trưng cho ô tô loại nhỏ:  $m_2 = 138$  kg;  $m_1 = 38$  kg;  $k_2 = 15,7$  kN/m;  $k_1 = 135$  kN/m. Có thể xấp xỉ  $K_1 = 4$

$K_2$  và  $m_2 = 10m_1$  [9]. Trong Hình 5, đáp ứng tần số của dịch chuyển không thứ nguyên  $K_1$  và  $K_2$  thể hiện trên Hình 5a và Hình 5b, còn đáp ứng tần số gia tốc không thứ nguyên a1 và a2 được thể hiện trên Hình 6a và Hình 6b. Có thể thấy các hàm  $K_1(\lambda_2)$ ,  $K_2(\lambda_2)$ ,  $a_1(\lambda_2)$ ,  $a_2(\lambda_2)$  đều có các điểm cố định không phụ thuộc vào  $\zeta_2$ . Cụ thể là, tất cả các đường cong  $K_{2,i}(\lambda_{2,i})$ ,  $a_{1,i}(\lambda_{2,i})$  đều đi qua các điểm A, B và C, còn các đường cong  $K_{2,i}(\lambda_{2,i})$ ,  $a_{1,i}(\lambda_{2,i})$  đi qua các điểm D, E. Trong các khoảng tần số giữa 0 và A và giữa B và C, biên độ gia tốc của khối lượng được treo tăng khi tỉ số cản giảm, trong khi đó giữa A và B và từ C trở lên thì biên độ gia tốc của khối lượng được treo tăng lên khi tỉ số cản tăng.



Hình 5. Đáp ứng dịch chuyển theo tần số không thứ nguyên  $\lambda_2$  với  $\zeta_2$  thay đổi: a) -  $K_1(\lambda_2)$ ; b) -  $K_2(\lambda_2)$



Hình 6. Đáp ứng gia tốc theo tần số không thứ nguyên  $\lambda_2$  với  $\zeta_2$  thay đổi: a) -  $a_1(\lambda_2)$ ; b) -  $a_2(\lambda_2)$

**3.2. Đáp ứng cơ điện của PSEH tích hợp trên hệ treo với kích động mặt đường điều hòa**

Ta xem xét tích hợp PSEH lắp nối tiếp với lò xo của hệ thống treo để thu năng lượng từ dao động của xe, dựa trên mô hình xe 1/4 như mô tả trên Hình 7a (hệ này được viết tắt là QCM-PSEH). Trong đó:  $z_a$  - Dịch chuyển tuyệt đối của nút liên kết nằm giữa lò xo  $K_s$  của hệ thống treo và phần tử áp điện xếp chồng;  $z$  - Dịch chuyển của nền. Dịch chuyển tuyệt đối có thể đưa về dịch chuyển tương đối bằng cách đặt  $x_1 = z_1 - z$ ,  $x_2 = z_2 - z_1$ ,  $x_p = z_2 - z_a$ . Theo đó, hệ phương trình liên kết cơ-điện của QCM-PSEH như sau:

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 - c \dot{x}_2 - k_s (x_2 - x_p) = -m_1 \ddot{z} \tag{20}$$

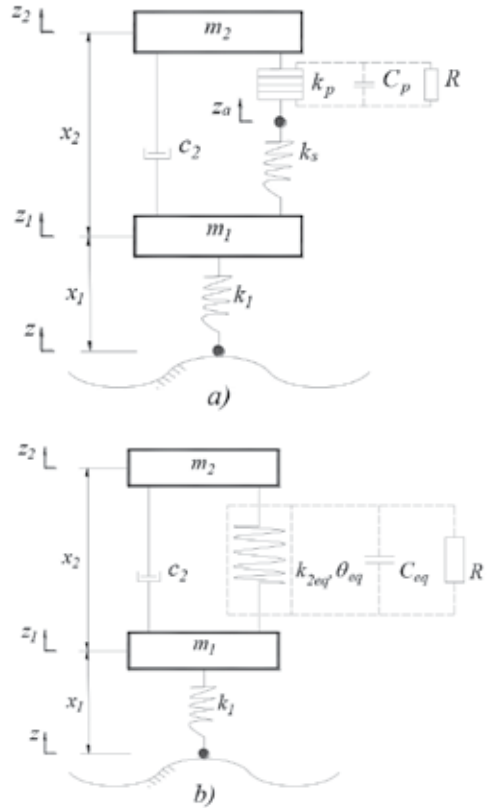
$$m_2 \ddot{x}_2 + c \dot{x}_2 + k_p x_p + \theta_p V = -m_2 (\ddot{x}_1 + \ddot{z}) \tag{21}$$

$$k_s (x_2 - x_p) = k_p x_p + \theta_p V \tag{22}$$

$$C_{eq} \dot{V} + \frac{V}{R} - \theta_p \dot{x}_p = 0 \tag{23}$$

Hệ phương trình liên kết cơ-điện (20)-(23) là hệ phương trình

vi phân đại số có 4 ẩn  $x_1, x_2, x_p, V$ . Hệ phương trình này có thể được đơn giản hóa bằng cách sử dụng mô hình PSEH tương đương thay thế cho tổ hợp PSEH-lò xo nối tiếp, như thể hiện trong Hình 7b. Theo đó, áp dụng các công thức (7), (8), trong đó  $x$  được thay bằng  $x_2$ ,  $k_{eq}$  được thay bằng  $k_{2eq}$ , hệ phương trình liên kết cơ-điện có thể biểu diễn như sau:



Hình 7. QCM-PSEH lắp nối tiếp lò xo hệ thống treo: a) - Mô hình cơ điện; b) - Mô hình tương đương

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 - c_2 \dot{x}_2 - k_{2eq} x_2 - \theta_{eq} V = -m_1 \ddot{z} \tag{24}$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 + k_{2eq} x_2 + \theta_{eq} V = -m_2 (\ddot{x}_1 + \ddot{z}) \tag{25}$$

$$C_{eq} \dot{V} + \frac{V}{R} - \theta_{eq} \dot{x}_2 = 0 \tag{26}$$

Rõ ràng, hệ phương trình liên kết cơ-điện (24)-(26) là hệ phương trình vi phân thường và chỉ còn 3 ẩn là  $x_1, x_2, V$ , giảm đi một ẩn khi so sánh với hệ phương trình (20)-(23). Nói cách khác, thay thế tương đương này đã giúp giảm bậc cho mô hình (Reduced order model).

Theo đó, các hệ số khuếch đại biên độ dao động không thứ nguyên và biên độ điện áp không thứ nguyên của HTT tối ưu với PSEH được xác định như sau:

$$\begin{aligned} \hat{K}_1 = \frac{A}{z_a} = \hat{\lambda}_2^2 & \left[ a \hat{\lambda}_2^2 + (2 \hat{\lambda}_2 \hat{\beta} \hat{\zeta}_2^2 - a \hat{\beta}^3)(1 + \mu) \right]^2 \\ & + \left[ \hat{\beta}^2 - \hat{\lambda}_2^2 + \hat{\beta}^2 (\kappa^2 (1 + \mu) + \mu) + 2 a \hat{\lambda}_2 \hat{\beta} \hat{\zeta}_2^2 (1 + \mu) \right]^2 \\ & \times \left[ \left( \hat{\lambda}_2^2 (1 - \hat{\lambda}_2^2) + \hat{\beta}^2 (\hat{\lambda}_2^2 - \kappa^2 - 1) + \hat{\beta}^2 \hat{\lambda}_2^2 (\kappa^2 (1 + \mu) + \mu) + 2 a \hat{\lambda}_2 \hat{\beta} \hat{\zeta}_2^2 (\hat{\lambda}_2^2 (1 + \mu) - 1) \right)^2 \right. \\ & \left. + \left( -a \hat{\lambda}_2^2 (1 - \hat{\lambda}_2^2) + (\hat{\lambda}_2^2 (1 + \mu) - 1)(2 \hat{\lambda}_2 \hat{\beta} \hat{\zeta}_2^2 - a \hat{\beta}^3) \right)^2 \right]^{-1/2} \end{aligned} \tag{27}$$

$$\hat{K}_2 = \frac{A_2}{z_0} = \hat{\lambda}_2^2 (1 + \alpha^2)^2 \quad (28)$$

$$\times \left[ \left( \hat{\lambda}_2^2 (1 - \hat{\lambda}_2^2) + \hat{\beta}^2 (\hat{\lambda}_2^2 - \kappa^2 - 1) + \hat{\beta}^2 \hat{\lambda}_2^2 (\kappa^2 (1 + \mu) + \mu) + 2\alpha \hat{\lambda}_2 \hat{\beta} \hat{\xi}_2 (\hat{\lambda}_2^2 (1 + \mu) - 1) \right)^2 + (-\alpha \hat{\lambda}_2^2 (1 - \hat{\lambda}_2^2) + (\hat{\lambda}_2^2 (1 + \mu) - 1)(2\hat{\lambda}_2 \hat{\beta} \hat{\xi}_2 - \alpha \hat{\beta}^2))^2 \right]^{-1/2} \quad (29)$$

$$\frac{V_0}{z_0} = \left[ \left( \hat{\lambda}_2^2 (1 - \hat{\lambda}_2^2) + \hat{\beta}^2 (\hat{\lambda}_2^2 - \kappa^2 - 1) + \hat{\beta}^2 \hat{\lambda}_2^2 (\kappa^2 (1 + \mu) + \mu) + 2\alpha \hat{\lambda}_2 \hat{\beta} \hat{\xi}_2 (\hat{\lambda}_2^2 (1 + \mu) - 1) \right)^2 + (-\alpha \hat{\lambda}_2^2 (1 - \hat{\lambda}_2^2) + (\hat{\lambda}_2^2 (1 + \mu) - 1)(2\hat{\lambda}_2 \hat{\beta} \hat{\xi}_2 - \alpha \hat{\beta}^2))^2 \right]^{-1/2} \hat{\lambda}_2^2$$

Đáp ứng tần số của dịch chuyển không thứ nguyên  $\hat{K}_1$  và  $\hat{K}_2$ , nhân với tỉ số tần số bình phương  $\hat{\lambda}_2^2$  thu được đáp ứng tần số gia tốc không thứ nguyên  $\hat{a}_1$  và  $\hat{a}_2$  của các khối lượng được treo và không được treo. Ta có:

$$\hat{a}_1 = \frac{\hat{\lambda}_2^2 A_1}{z_0} = \hat{\lambda}_2^4 \left[ \left( \alpha \hat{\lambda}_2^2 + (2\hat{\lambda}_2 \hat{\beta} \hat{\xi}_2 - \alpha \hat{\beta}^2)(1 + \mu) \right)^2 + (\hat{\beta}^2 - \hat{\lambda}_2^2 + \hat{\beta}^2 (\kappa^2 (1 + \mu) + \mu) + 2\alpha \hat{\lambda}_2 \hat{\beta} \hat{\xi}_2 (1 + \mu))^2 \right]^{-1/2} \times \left[ \left( \hat{\lambda}_2^2 (1 - \hat{\lambda}_2^2) + \hat{\beta}^2 (\hat{\lambda}_2^2 - \kappa^2 - 1) + \hat{\beta}^2 \hat{\lambda}_2^2 (\kappa^2 (1 + \mu) + \mu) + 2\alpha \hat{\lambda}_2 \hat{\beta} \hat{\xi}_2 (\hat{\lambda}_2^2 (1 + \mu) - 1) \right)^2 + (-\alpha \hat{\lambda}_2^2 (1 - \hat{\lambda}_2^2) + (\hat{\lambda}_2^2 (1 + \mu) - 1)(2\hat{\lambda}_2 \hat{\beta} \hat{\xi}_2 - \alpha \hat{\beta}^2))^2 \right]^{-1/2} \quad (30)$$

$$\hat{a}_2 = \frac{\hat{\lambda}_2^2 A_2}{z_0} = \hat{\lambda}_2^2 (1 + \alpha^2)^2 \times \left[ \left( \hat{\lambda}_2^2 (1 - \hat{\lambda}_2^2) + \hat{\beta}^2 (\hat{\lambda}_2^2 - \kappa^2 - 1) + \hat{\beta}^2 \hat{\lambda}_2^2 (\kappa^2 (1 + \mu) + \mu) + 2\alpha \hat{\lambda}_2 \hat{\beta} \hat{\xi}_2 (\hat{\lambda}_2^2 (1 + \mu) - 1) \right)^2 + (-\alpha \hat{\lambda}_2^2 (1 - \hat{\lambda}_2^2) + (\hat{\lambda}_2^2 (1 + \mu) - 1)(2\hat{\lambda}_2 \hat{\beta} \hat{\xi}_2 - \alpha \hat{\beta}^2))^2 \right]^{-1/2} \quad (31)$$

Có thể thấy, biểu thức trong căn thức của  $\hat{K}$  trong (28) không có dạng  $\frac{a\hat{\xi}_2^2 + b}{c\hat{\xi}_2^2 + d}$  như của  $k_2$  trong phương trình (18), nên không có các điểm cố định độc lập với căn tử theo lý thuyết điểm cố định. Thay vào đó, ta xem xét việc phân tích xấp xỉ theo cách đơn giản hóa như sau:

Do hệ số liên kết cơ điện  $\theta_{eq}$  của PSEH là nhỏ, nếu bỏ qua ảnh hưởng của  $\theta_{eq}$  trong các phương trình thì các phương trình này sẽ có dạng hệ phương trình của HTT thông thường. Điều này tương đương với việc lắp PSEH với HTT có căn tối ưu.

Theo đó, thay  $\hat{\xi}_2 = \hat{\xi}_{2,opt}$  vào (27)-(31), sẽ xác định được các đáp ứng cơ-điện cơ bản là hệ số khuếch đại dao động, gia tốc không thứ nguyên và biên độ điện áp của HTT có căn tối ưu tích hợp PSEH. Sau khi xác định được các đáp ứng cơ là dịch chuyển và gia tốc, đáp ứng điện là điện áp, ở phần tiếp theo sẽ xác định công suất điện thu được của PSEH.

### 3.3. Tối ưu công suất điện của PSEH

Vì PSEH sử dụng mạch điện RC song song, nên công suất đầu ra của PSEH là công suất điện trên điện trở  $R$ . Để tối ưu công suất điện của PSEH, ta sẽ xác định tỉ số điện trở tối ưu  $\alpha_{opt}$  cho  $\alpha$ . Xem xét phương trình điện của PSEH, nếu bỏ qua hiệu ứng liên kết với phần cơ của mạch điện thì dưới tác dụng của kích động điều hòa của nguồn dòng (vì nguồn trên hai cực của tụ điện PSEH là nguồn cung cấp một dòng điện ổn định để mạch điện không phụ thuộc vào điện áp), với biên độ  $I_0$  và tần số  $\Omega$  (tần số của đáp ứng điện bằng tần số kích động nền thì công suất trên điện trở  $R$  là:

$$P_R = \frac{I_0^2 R}{2(1 + R^2 \Omega^2 C_{eq}^2)} \quad (32)$$

Từ (32), giải phương trình  $\partial P_R / \partial R = 0$ , xác định được công suất đầu ra cực đại tương ứng với tỉ số điện trở tối ưu.

$$\alpha_{opt} = 1 / (\Omega R_{opt} C_{eq}) = 1 \quad (33)$$

Đồng thời thu được các đáp ứng cơ-điện tương ứng với  $\zeta_{2,opt}$  và  $\alpha_{opt}$  là  $\hat{K}_1, \hat{K}_2, \frac{V_0}{z_0}, \hat{a}_1, \hat{a}_2$  và  $P_{av}$ .

Trong thiết kế kỹ thuật,  $\zeta_{2,opt}, \alpha_{opt}$  là cơ sở để tính toán hệ số cản, độ cứng lò xo hay độ cứng của PSEH, cũng như điện trở hay điện dung. Để đảm bảo HTT tích hợp PSEH tương đương với HTT thông thường có căn tối ưu, ta có:

$$k_{2,opt} = \frac{k_s k_p}{k_s + k_p} = k_2 \Leftrightarrow \frac{k_s}{k_2} = 1 + \frac{k_p}{k_s} \quad (34)$$

$$C_{2,opt} = \sqrt{\frac{k_{2,opt} m_2}{2}} \sqrt{1 + \frac{2k_{2,opt}}{k_1}} = \sqrt{\frac{m_2}{2}} \frac{k_s k_p}{k_s + k_p} \sqrt{1 + \frac{2}{k_1} \frac{k_s k_p}{k_s + k_p}} \quad (35)$$

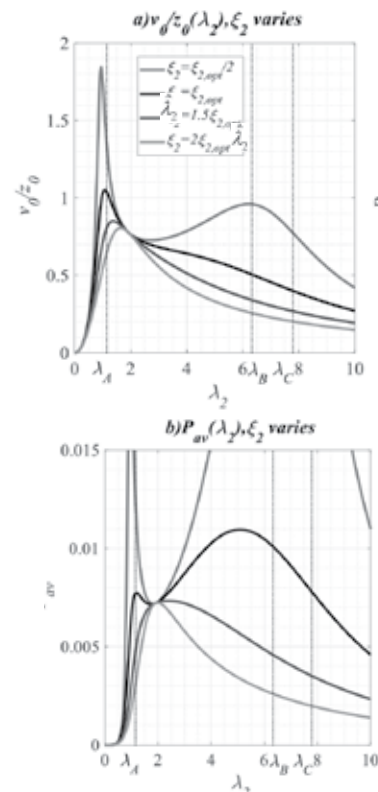
Từ (33) và (9) ta có:

$$R_{opt} = \frac{1}{\Omega C_{opt}} = \frac{1}{\Omega \left( C_p + \frac{\theta_p^2}{k_s + k_p} \right)} = \frac{1}{\Omega \left( C_p + \frac{\theta_p^2}{k_s + k_p} \right)} \quad (36)$$

Đối với HTT thụ động, vì độ cứng  $k_2 = \text{const}$  lò xo nên  $K_s$  và  $K_p$  (cũng là các hằng số) cần lựa chọn sao cho thỏa mãn quan hệ (34). Chú ý rằng,  $R_{opt}$  là hàm phụ thuộc tần số kích động  $\Omega$ , cho thấy cần điều chỉnh khi  $\Omega$  thay đổi để đạt được  $\alpha_{opt} = 1$  như công thức (33).

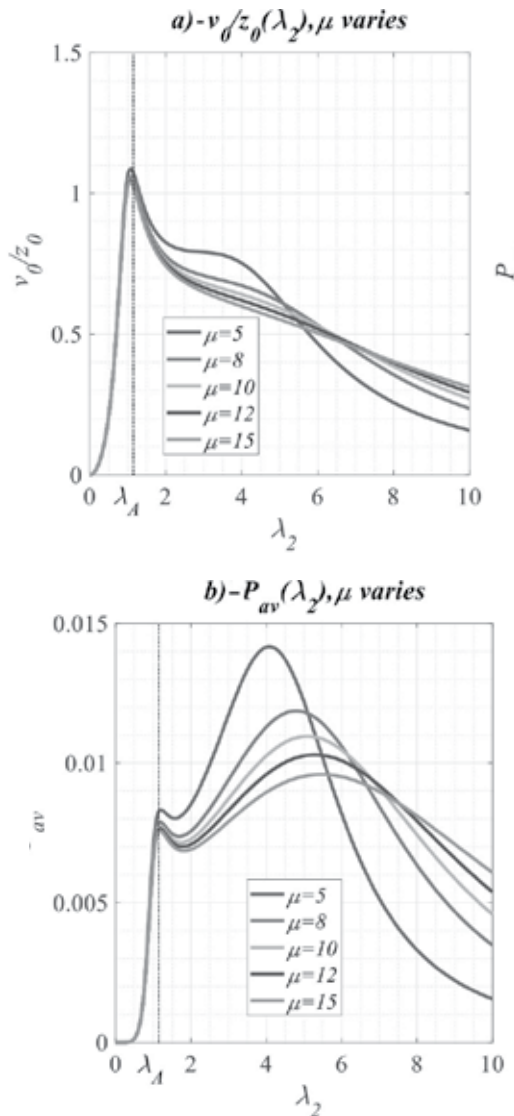
## 4. KHẢO SÁT SỐ

Các biểu thức thu được cho thấy các đáp ứng cơ-điện phụ thuộc vào tỉ số khối lượng  $\mu$ , tỉ số tần số tự nhiên  $\hat{\beta}$ , hệ số liên kết cơ điện  $K^2$  và tỉ số tần số  $\hat{\lambda}_2$  đại diện cho tần số của kích động nền. Trong phần này, khảo sát số được tiến hành để đánh giá điện áp và công suất điện của PSEH tích hợp trên HTT theo sự thay đổi của các đại lượng nêu trên. Các thông số đầu vào được sử dụng dựa trên các thông số của "golden car" [9] như đã thực hiện ở Mục 3.1, với  $m_2 = 10m_1, k_1 = 4k_2$  tương ứng  $\mu = 10, \hat{\beta} = 0.1581$ .



Hình 8. Quan hệ điện áp và công suất trung bình với tần số khi  $\zeta_2$  thay đổi, với  $\mu = 10, \hat{\beta} = 0,1581, \alpha = \alpha_{opt}, k^2 = 0,05$

Hình 8a thể hiện biên độ điện áp không thứ nguyên  $v_0/z_0$  theo tần số không thứ nguyên  $\lambda_2$ , còn Hình 8b thể hiện công suất trung bình không thứ nguyên  $P_{av}$  theo  $\lambda_2$ . Với tỉ số cản tối ưu  $\zeta_2 = \zeta_{2,opt}$ ,  $v_0/z_0$  có một cực đại tại lân cận  $\lambda_{2A}$ ,  $P_{av}$  có một cực đại tại lân cận  $\lambda_{2A}$  và một cực đại nằm trong khoảng từ  $\lambda_{2A}$  đến  $\lambda_{2B}$ . Khi tăng  $\zeta_2$ , cả  $v_0/z_0$  và  $P_{av}$  đều giảm và chỉ còn một cực đại tại lân cận  $\lambda_{2A}$ . Ngược lại, khi giảm  $\zeta_2$  thì  $v_0/z_0$  và  $P_{av}$  đều tăng do biên độ dao động  $K_1, K_2$  tăng nhanh với cản nhỏ (Hình 5).



Hình 9. Quan hệ điện áp và công suất trung bình với tần số khi  $\mu$  thay đổi, với  $k_1 = 4k_{2eq}$ ,  $\zeta_2 = \zeta_{2,opt}$ ,  $\alpha = \alpha_{opt}$ ,  $k_2 = 0.05$ .

## 5. KẾT LUẬN

Các kết quả chính của bài báo bao gồm:

- Đã xây dựng được mô hình liên kết cơ điện tương đương cho mô hình lắp nối tiếp của PSEH với phần tử đàn hồi và phần tử cản. Tổ hợp PSEH-lò xo nối tiếp có thể được thay thế bằng một PSEH tương đương, tổ hợp cản nhớt tuyến tính lắp nối tiếp với PSEH trong trường hợp kích động là điều hòa với tần số đã biết dựa trên mô hình cơ-điện Maxwell được thay thế bằng mô hình cơ-điện Kelvin-

Voigt tương đương.

- Việc áp dụng mô hình liên kết cơ điện tương đương cho trường hợp PSEH tích hợp với lò xo của hệ thống treo cho thấy hiệu quả của việc sử dụng mô hình tương đương, cụ thể là hệ phương trình liên kết cơ-điện dạng hệ phương trình vi phân đại số có thể đưa về hệ phương trình vi phân thường, giúp cho đơn giản hóa trong tính toán phân tích các đáp ứng.

- Đã áp dụng cách thay thế tương đương giữa hệ thống treo thông thường có cản tối ưu với hệ thống treo tích hợp PSEH để xác định tỉ số cản tối ưu. Tiếp theo, công suất điện của PSEH được tối ưu hóa thông qua việc xác định tỉ số điện trở tối ưu. Các đáp ứng cơ-điện thu được dưới dạng nghiệm đóng.

- Khảo sát số được thực hiện trên miền tần số để đánh giá hiệu quả của PSEH tích hợp hệ thống treo, cụ thể là các quan hệ điện áp - tần số và công suất trung bình - tần số không thứ nguyên. Nói chung, năng lượng điện thu được trên PSEH đạt mức lớn nhất tương ứng với tần số kích động nền nằm trong vùng cộng hưởng giới hạn bởi hai điểm cố định  $\lambda_{2A}$  và  $\lambda_{2C}$ .

- Kết quả nghiên cứu cho thấy tiềm năng phát triển của phương pháp thay thế tương đương trong việc xây dựng và phân tích hệ thống treo tích hợp PSEH nói riêng cũng như các hệ cơ điện khai thác năng lượng nói chung.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. EIA (2019), Use of energy in the United States explained, Energy Used for Transportation, Independent Statistics and Analysis, Washington, DC., [Online]. Available: <https://www.eia.gov/energyexplained/us-energy-facts/> [Accessed: 29-Aug-2018].
- [2]. P. S. Zhang (2010), Design of electromagnetic shock absorbers for energy harvesting from vehicle suspensions, Doctoral dissertation, The Graduate School, Stony Brook University: Stony Brook, NY, USA.
- [3]. S. A. Velinsky and R. A. White (1980), Vehicle energy dissipation due to road roughness, Veh. Syst. Dyn., 9(6), pp.359-384.
- [4]. C. Wei and H. Taghavifar (2017), A novel approach to energy harvesting from vehicle suspension system: Half-vehicle model, Energy, 134, pp.279-288.
- [5]. V.-G. Jacota (2017), Evaluation the Dissipated Energy by the Automobile Dampers, Glob. J. Res. Eng., 16(1), pp.1-9.
- [6]. M. A. Abdelkareem, L. Xu, M. K. A. Ali, M. A. Hassan, A. Elagouz and J. Zou (2018), On-field measurements of the dissipated vibrational power of an SUV car traditional viscous shock absorber, in ASME 2018 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference.
- [7]. H. Xiao, X. Wang and S. John (2015), A dimensionless analysis of a 2DOF piezoelectric vibration energy harvester, Mech. Syst. Signal Process., 58, pp.355-375.
- [8]. L. Zuo and P.-S. Zhang (2013), Energy harvesting, ride comfort and road handling of regenerative vehicle suspensions, J. Vib. Acoust., 135(1), pp.295-302.
- [9]. Genta, G. and Morello, L. (2009), The Automotive Chassis, vol.2: System Design, Springer, Amsterdam.
- [10]. N.N. Linh (2022), Mô hình lắp nối tiếp của bộ thu năng lượng áp điện kiểu xếp chồng với phần tử đàn hồi và phần tử cản, Tuyển tập công trình khoa học Hội nghị Cơ học toàn quốc lần thứ XI, Hà Nội, 02-03/12/2022, Tập 2. Động lực học và Điều khiển, Cơ học Thủy khí, Cơ học Tính toán, Cơ học Máy, tr.115-122.