

Sử dụng toán học hóa trong dạy học môn hình họa vẽ kỹ thuật

Application of mathematicalization in teaching descriptive geometry and technical drawing

> **TS VŨ HỮU TUYÊN; TH.S ĐỖ VIỆT ANH**

Trường Đại học Mở Địa chất

Email: vutuyenhumg2016@gmail.com

TÓM TẮT

Bài báo phân tích sự khác biệt giữa khái niệm toán học hóa và mô hình hóa, trong đó mô hình hóa là một giai đoạn của quá trình toán học hóa. Nghiên cứu đã xây dựng quy trình ứng dụng toán học hóa thông qua dạy học Hình họa và Vẽ kỹ thuật, từ đó đưa ra một số ví dụ minh họa cho việc áp dụng các giai đoạn của quá trình toán học hóa trong dạy học. Kết quả nghiên cứu cho thấy, sử dụng toán học hóa trong dạy học giúp phát triển một số năng lực toán học cho học sinh, đặc biệt là năng lực mô hình hóa toán học.

Từ khóa. Toán học hóa; mô hình; mô hình hóa; dạy học toán; bài toán thực tiễn.

ABSTRACT

The research results show that using chemistry in teaching helps to develop a number of mathematical competencies for students, especially mathematical modeling competencies.

Keywords: Mathematisation; model; modeling; teaching mathematics; realistic mathematics education.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Toán học ngày càng có nhiều ứng dụng trong cuộc sống, những kiến thức và kĩ năng toán học cơ bản đã giúp con người giải quyết các vấn đề trong thực tế cuộc sống một cách có hệ thống và chính xác, góp phần thúc đẩy xã hội phát triển. Môn Toán ở trường phổ thông góp phần hình thành và phát triển phẩm chất, năng lực học sinh; phát triển kiến thức, kĩ năng then chốt và tạo cơ hội để học sinh được trải nghiệm, vận dụng toán học vào thực tiễn; tạo lập sự kết nối giữa các ý tưởng toán học, giữa toán học với thực tiễn, giữa toán học với các môn học khác, đặc biệt với các môn học thuộc lĩnh vực giáo dục STEM. Nội dung môn Toán thường mang tính lôgic, trừu tượng và khái quát. Do đó, để hiểu và học được toán, chương trình môn Toán ở trường phổ thông cần bảo đảm sự cân đối giữa “học” kiến thức và “vận dụng” kiến thức vào giải quyết vấn đề cụ thể [1].

Đổi mới phương pháp dạy học, trong đó chú trọng dạy học thông qua các hoạt động trải nghiệm, những hoạt động mà ở đó học sinh vận dụng kĩ năng và kiến thức để giải quyết các vấn đề, tạo động lực cho người học tìm tòi, khám phá, từ đó phát triển năng lực của học sinh [2].

Một trong những năng lực mà được nhiều quốc gia trên thế giới như Hoa Kỳ, Singapore, Đức, Pháp... cũng như Việt Nam đang được chú trọng trong chương trình môn Toán phổ thông đó là năng lực mô hình hóa. Năng lực này được hình thành và phát triển thông qua quá trình học sinh tìm hiểu, khám phá các tình huống có tính thực tiễn được xây dựng trên các công cụ và ngôn ngữ toán học. Mô hình hóa giúp học sinh nhận biết và hiểu được ý nghĩa, vai trò của toán học đối với đời sống thực tế, phát triển khả năng phân tích suy luận và giải quyết các vấn đề toán học, phát triển tư duy phê phán và khả năng liên hệ các kiến thức toán với các môn học khác. Mô hình hóa trong dạy học toán là quá trình giúp học sinh tìm hiểu, khám phá các tình huống nảy sinh từ thực tiễn bằng công cụ và ngôn ngữ toán học với sự hỗ trợ của công nghệ thông tin. Quá trình này đòi hỏi học sinh cần có các kĩ năng và thao tác tư duy toán học như phân tích, tổng hợp, so sánh, khái quát hóa, trừu tượng hóa [3]. Ngoài ra, chương trình PISA đánh giá học sinh quốc tế xác định tám năng lực đặc trưng của toán học đó là: tư duy và lập luận; suy luận và chứng minh toán học; giao tiếp toán học; mô hình hóa; nêu và giải quyết vấn đề; biểu diễn, sử dụng kí hiệu và ngôn ngữ toán học; sử dụng công cụ tính toán. Các năng lực trên cũng được đề cập trong chương trình môn Toán phổ thông 2018 của Việt Nam nhằm giúp hình thành và phát triển cho sinh viên khả năng vận dụng tri thức toán học để giải quyết những tình huống nảy sinh từ thực tiễn cuộc sống [4], [7].

2. NỘI DUNG NGHIÊN CỨU

2.1. Khái niệm mô hình hóa và toán học hóa

+ **Thực tế, thực tiễn**

Theo nghĩa từ điển “*Thực tế* là tổng thể nói chung những gì đang tồn tại, đang diễn ra trong tự nhiên và xã hội, về mặt quan hệ đến đời sống con người”; “*Thực tiễn* là những hoạt động của con người, trước hết là lao động sản xuất, nhằm tạo ra những điều kiện cần thiết cho sự tồn tại của xã hội (nói tổng quát).” [11]

Như vậy thực tiễn là một dạng tồn tại của thực tế nhưng không chỉ tồn tại khách quan mà trong đó có hàm chứa hoạt động của con người; con người cải tạo, biến đổi thực tế với một mục đích nào đó.

+ **Bài toán gắn với thực tế**

Bài toán gắn với thực tế (còn gọi là Bài toán thực tế hay Bài toán có nội dung thực tế) là một bài toán mà trong giả thiết hay kết luận có các nội dung liên quan đến thực tế (những gì tồn tại, diễn ra trong tự nhiên và xã hội, liên quan đến đời sống con người).

+ **Bài toán thực tiễn**

Bài toán thực tiễn (còn gọi là bài toán gắn với thực tiễn hay bài toán có nội dung thực tiễn) là một bài toán mà trong giả thiết hay kết luận có các nội dung liên quan đến thực tiễn (có hoạt động của con người trong thực tế).

+ **Bài toán giả thực tế:** Bài toán giả thực tế/ thực tiễn (còn gọi là bài toán mang tính thực tế/ thực tiễn) là bài toán đặt ra trên cơ sở giả định về một tình huống/ một vấn đề có thể xảy ra trong thực tế/ thực tiễn.

+ **Tình huống**

Tình huống: Sự diễn biến của tình hình, về mặt cần phải đối phó;

Theo Nguyễn Bá Kim (2002): Một *tình huống* được hiểu là một *hệ thống* phức tạp gồm chủ thể và khách thể, trong đó *chủ thể* là người, còn *khách thể* lại là hệ thống nào đó.

Tình huống thực tế là một tình huống mà trong khách thể có chứa đựng những phần tử là những yếu tố thực tế.

Để một tình huống thực tế trở thành một bài toán thực tế, phải xác định được yêu cầu cần phải giải quyết từ tình huống và xác định được các dữ kiện của khách thể làm giả thiết bài toán.

Trong bài báo này

+ Mô hình

Mô hình là một “vật” hay một “hệ thống vật” đóng vai trò đại diện hoặc vật thay thế cho “vật” hay một “hệ thống vật” mà ta quan tâm nghiên cứu; hoặc mô hình là một hệ thống được hình dung trong bộ óc hoặc được thực hiện bằng vật chất phản ánh hay tái tạo lại đối tượng nghiên cứu.

+ Mô hình Toán học

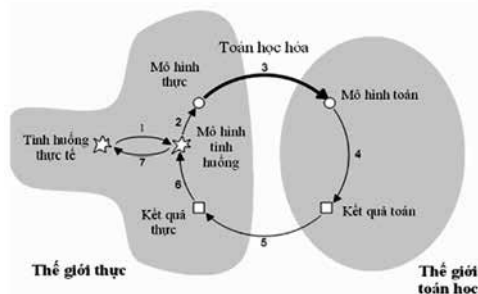
Mô hình Toán học là mô hình được tạo nên bởi toán học (thông qua công thức, phương trình, ký hiệu toán học...).

Mô hình hóa: Tạo ra mô hình để nghiên cứu đối tượng nào đó.

Mô hình hóa Toán học: Dùng mô hình toán học để nghiên cứu một vấn đề nào đấy; là quá trình lựa chọn và sử dụng toán học một cách thích hợp nhằm phân tích các tình huống thực tế để hiểu rõ thực tế đó hơn.

Mô hình hóa toán học là quá trình chuyển đổi một vấn đề thực tế sang một vấn đề toán học bằng cách thiết lập và giải quyết các mô hình toán học, thể hiện và đánh giá lời giải trong ngữ cảnh thực tế, cải tiến mô hình nếu cách giải quyết không thể chấp nhận. Mô hình hóa toán học là một hoạt động phức tạp, bao gồm sự chuyển đổi giữa toán học và thực tế theo cả hai chiều, vì vậy đòi hỏi sinh viên phải có nhiều năng lực khác nhau trong các lĩnh vực toán học khác nhau cũng như có kiến thức liên quan đến các tình huống thực tế được xem xét [5]. Liên hệ mật thiết đến khái niệm mô hình hóa và quá trình mô hình hóa toán học đó là toán học hóa. Có nhiều quan điểm khác nhau về khái niệm toán học hóa. Tuy nhiên, có thể hiểu theo ba quan điểm sau đây:

Thứ nhất, Freudenthal quan niệm rằng “toán học có quan hệ mật thiết với thực tế” và “toán học là kết quả hoạt động của con người” [2], [3]. Vì vậy, học toán không phải là tiếp nhận kiến thức có sẵn mà học toán là quá trình thiết lập và giải quyết vấn đề xuất hiện từ thực tế hay trong nội tại toán học để xây dựng lại kiến thức toán và gọi quá trình đó là toán học hóa (mathematisation). Nói cách khác, học toán chính là quá trình toán học hóa vì sự liên hệ mật thiết giữa toán học với thực tiễn cuộc sống.



Hình 1: Quá trình mô hình hóa (theo Blum và Leiß, 2006, [3])

Thứ hai, Treffer đã trình bày khái niệm này rõ ràng hơn bằng cách phân biệt hai hình thức khác nhau của toán học hóa đó là toán học hóa theo chiều ngang và chiều dọc [3], [10]. Toán học hóa theo chiều ngang chỉ quá trình mô tả một vấn đề thực tế theo ngôn ngữ toán học để có thể giải quyết vấn đề đó với công cụ toán học. Nói cách khác, đây là hoạt động chuyển đổi từ thế giới thực vào thế giới toán học. Toán học hóa

theo chiều dọc là quá trình xảy ra trong nội bộ thế giới toán học. Thông qua quá trình này, học sinh đạt được một trình độ toán học cao hơn. Trong quá trình mô hình hóa, thực tế và toán học thường được xem như hai thế giới riêng biệt và có một số bước biến đổi giữa hai môi trường này cũng như trong mỗi môi trường để giải quyết tình huống đặt ra. Theo Blum và Leiß (2006) [3] thì bước biến đổi từ mô hình thực tế sang mô hình toán học trong quá trình mô hình hóa được gọi là toán học hóa. Theo quan điểm này thì toán học hóa là một giai đoạn của quá trình mô hình hóa (Hình 1).

Khi chuyển sang giai đoạn toán học hóa, tình huống thực tế đã được lý tưởng hóa, học sinh chỉ cần chuyển đổi các đối tượng và quan hệ ngoài toán thành các đối tượng và quan hệ toán học, chuyển đổi câu hỏi đặt ra trong tình huống thực tế sang câu hỏi toán học, mục tiêu là biểu diễn mô hình thực tế bằng ngôn ngữ toán học. Nói cách khác, toán học hóa theo quan điểm này là một giai đoạn gắn liền với quá trình mô hình hóa nhằm biểu diễn hoặc giải thích mô hình thực tế bằng các phương tiện và công cụ của toán học.

Thứ ba, trong chương trình đánh giá học sinh quốc tế PISA, khái niệm toán học hóa được mô tả là quá trình cơ bản mà học sinh sử dụng các kiến thức, kĩ năng toán học tích lũy được từ trường học cùng với kinh nghiệm sống để giải quyết các vấn đề thực tế [7], [8]. Quá trình toán học hóa này bao gồm 5 bước: Bắt đầu từ một vấn đề thực tế được đặt ra trong thế giới thực; Nhận ra các kiến thức toán học phù hợp với vấn đề, tổ chức lại vấn đề theo các khái niệm toán học; Không ngừng cắt tìa các yếu tố thực tế để chuyển vấn đề thành một bài toán thể hiện trung thực cho tình huống; Giải quyết bài toán; Làm cho lời giải của bài toán có ý nghĩa đối với tình huống thực tế, xác định những hạn chế của lời giải [9]. Như vậy, toán học hóa theo quan điểm của PISA là toàn bộ quá trình mô hình hóa, hay nói cách khác mô hình hóa là một giai đoạn của quá trình toán học hóa.

Trong bài viết này, chúng tôi đề cập đến quan điểm thứ ba đó là toán học hóa bao gồm cả quá trình mô hình hóa.

2.2. Các giai đoạn toán học hóa

Trong quá trình toán học hóa, tình huống toán học hóa đóng vai trò quan trọng trong việc hình thành động cơ và nhu cầu nhận thức của học sinh. Nó là tình huống tương ứng với mô hình thực tế, chứa đựng những yếu tố quan trọng của tình huống thực tế ban đầu, nhưng đã được đơn giản hóa, đặc biệt hóa, cụ thể hóa, thêm các điều kiện, giả thiết phù hợp, hạn chế những yếu tố không cần thiết cho phép học sinh có thể sử dụng một số công cụ và ngôn ngữ toán học để mô tả về tình huống ban đầu. Có thể xây dựng được nhiều tình huống toán học hóa khác nhau cho cùng một tình huống thực tế tùy thuộc vào kinh nghiệm, kiến thức, mục đích và sự quan tâm của học sinh [12], [13], [14]. Trong khuôn khổ bài báo này, chúng tôi sử dụng quá trình toán học hóa gồm các giai đoạn sau đây:

Giai đoạn 1 (Thiết lập mô hình toán): Chuyển đổi từ tình huống toán học hóa sang mô hình toán học: Học sinh xác định các thông tin cần thiết, sử dụng các cấu trúc, biểu diễn, đặc trưng toán liên quan để xây dựng tình huống đã cho theo ngôn ngữ toán học. Quá trình này bao gồm các hoạt động: Nhận ra các yếu tố toán học và các biến quan trọng của tình huống; Nhận ra các cấu trúc toán trong tình huống như các quy tắc, các mối quan hệ toán học; Phân biệt giữa các thông tin liên quan và không liên quan đến yêu cầu của tình huống; Sử dụng các biến, kí hiệu, sơ đồ, đồ thị, hình vẽ phù hợp để biểu diễn tình huống một cách toán học; Chuyển các đối tượng, dữ liệu, mối quan hệ, điều kiện, giả thiết, yêu cầu của tình huống sang ngôn ngữ toán; Thiết lập mô hình toán từ tình huống toán học hóa.

Giai đoạn 2 (Giải bài toán): Học sinh phân tích, lựa chọn, sử dụng các công cụ toán học phù hợp để giải quyết vấn đề đã được thiết lập dưới dạng toán học và sản phẩm cuối cùng là một kết quả toán. Quá trình này bao gồm các hoạt động: Lựa chọn và thực hiện một

phương án giải; Sử dụng các công cụ toán học như khái niệm, quy tắc, công thức, thuật toán để tìm ra kết quả; Thực hiện các quá trình toán học như: các phép toán số học, giải phương trình, suy luận logic từ các giả thiết toán học, lấy thông tin từ bảng và đồ thị, phân tích dữ liệu; Sử dụng và chuyển đổi giữa các biểu diễn khác nhau trong quá trình tìm lời giải; Thiết lập các quy tắc, nhận ra các kết nối giữa các đối tượng toán học, tạo ra các lập luận toán học.

Giai đoạn 3 (Chuyển đổi kết quả bài toán sang thực tế): Giải thích kết quả toán học trong ngữ cảnh của tình huống ban đầu. Quá trình này bao gồm các hoạt động: Nhận ra các yếu tố thực tế tương ứng với kết quả toán có được; Hiểu được kết quả toán cho biết điều gì về tình huống ban đầu; Cố gắng giải thích kết quả toán theo ngôn ngữ thực tế thông thường; Đôi khi, một câu trả lời đầy đủ đòi hỏi sử dụng những lập luận để có được kết quả thực tế phù hợp.

Giai đoạn 4 (Phản ánh): Học sinh phản ánh quá trình toán học hóa và kết quả ngược trở lại tình huống ban đầu để xác định tính hợp lý và ý nghĩa của kết quả đối với tình huống. Quá trình này bao gồm các hoạt động: Kiểm tra tính hợp lý, thỏa đáng của kết quả với thông tin được cho ban đầu; Xem xét ảnh hưởng của các yếu tố thực tế lên kết quả và các tính toán của mô hình để điều chỉnh hay áp dụng kết quả; Hiểu phạm vi và hạn chế của mô hình toán, phương pháp giải cũng như công cụ toán học được sử dụng trong quá trình giải quyết tình huống; Giải thích tại sao kết quả không phù hợp với tình huống được cho, xem lại một số bước hoặc thực hiện lại quá trình toán học hóa nếu kết quả không phù hợp với tình huống; Tìm kiếm các khả năng khác của tình huống (nếu có).

Như vậy, thông qua quá trình toán học hóa, học sinh từng bước được làm quen, thích ứng với việc sử dụng kiến thức toán đã học vào giải quyết các tình huống toán học đặt trong ngữ cảnh thực tế ở mức độ vừa phải, đồng thời tạo cơ sở cho việc thực hiện dạy học toán học hóa ở những mức độ cao hơn.

2.3. Thực trạng sử dụng toán học hóa trong dạy học môn Hình Học

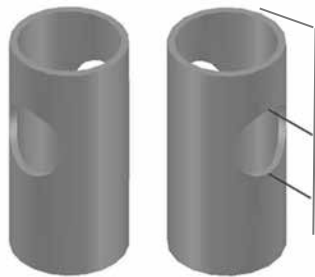
Hình họa nghiên cứu cách biểu diễn không gian từ n chiều sang không gian n-1 chiều, cụ thể từ không gian 3 chiều sang không gian 2 chiều và giải các bài toán trên không gian 2 chiều đó. Hình họa là cơ sở để học môn vẽ kỹ thuật, vẽ kỹ thuật đòi hỏi việc xây dựng mô hình toán học khi giải quyết các vấn đề thực tiễn. Để hiểu sâu được môn học thông thường được chuyển đổi thông qua hình học không gian mà sinh viên đã được tiếp cận ở toán phổ thông.

Thực tế sinh viên, học môn hình họa vẽ kỹ thuật rất khó khăn trong việc giải các bài toán thực tiễn. Việc toán học hóa ít được xây dựng rõ ràng khi giải bài toán thực tiễn

2.4. Sử dụng toán học hóa trong dạy học môn Hình Học

Thông qua việc giải bài toán có nội dung thực tiễn, cần làm rõ quá trình toán học hóa bài toán nhằm giúp học sinh thấy được cách thức xây dựng bài toán có nội dung thực tiễn. Các ví dụ dưới đây minh họa các giai đoạn của quá trình toán học hóa trong giải quyết các bài toán thực tiễn.

Ví dụ 1 [4]. Một ống thép hình trụ được khoan sẵn bởi một mũi khoan hình trụ 2 trục cắt vuông góc với nhau. Xác định đường kính của ống trụ gần vừa khít với lỗ khoan để được hai ống trụ thông nhau. Thiết lập bản vẽ vật thể.



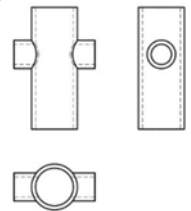
Thiết lập mô hình toán học:

Giao của hai mặt trụ tròn xoay khác đường kính và hai trục vuông góc và cắt nhau là đường cong ghềnh bậc 4

Giải bài toán bằng hình học không gian:

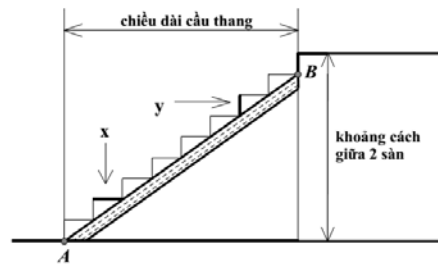
Dùng mặt phẳng chứa trục của ống trụ đi qua điểm cao nhất và thấp nhất của giao ta có được đường kính của ống trụ nhỏ

Biểu diễn hình họa: xác định bằng hình chiếu đứng, hình chiếu bằng và hình chiếu cạnh



Triển khai thực tế

Ví dụ 2 [12]. Một cầu thang nhà ở được thiết kế an toàn khi mỗi bậc có chiều cao tối đa là 19 cm và chiều sâu tối thiểu là 25 cm. Hãy thiết kế một cầu thang an toàn đi từ tầng 1 lên tầng 2 của ngôi nhà có khoảng cách giữa hai sàn là 2,8 m và chiều dài cầu thang là 3,6 m bằng cách chỉ ra số bậc, chiều cao và chiều sâu của mỗi bậc (Hình 2).



Hình 2: Thiết kế mô hình cầu thang

Giải.

Thiết lập mô hình toán học: Gọi n là số bậc cầu thang (n nguyên dương), y là chiều cao bậc và x là chiều sâu bậc. Khi đó, tùy thuộc vào số biến ta chọn mà mô hình toán sẽ là những hệ bất phương trình khác nhau.

Trường hợp 3 biến (n; x; y), ta có hệ
$$\begin{cases} x \geq 25 \\ y \leq 19 \\ ny = 280 \\ (n-1)x = 360 \end{cases}$$

Trường hợp 2 biến (x; y), ta có hệ
$$\begin{cases} x \geq 25 \\ y \leq 19 \\ \frac{280}{y} = \frac{360}{x} + 1 \end{cases}$$

Trường hợp 1 biến (n), ta có hệ bất phương trình bậc nhất một ẩn
$$\begin{cases} \frac{280}{n} \leq 19 \\ \frac{360}{n-1} \geq 25 \end{cases}$$

Giải bài toán: Cả ba hệ trên đều có thể biến đổi để đưa về hệ phương trình bậc nhất một ẩn:

$$\begin{cases} \frac{280}{n} \leq 19 \\ \frac{360}{n-1} \geq 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \geq 14,7 & (1) \\ n \leq 15,4 & (2) \end{cases}$$

Do n nguyên dương nên từ hai bất phương trình (1) và (2) suy ra n = 15. Khi đó, chiều cao bậc h = 18,7 cm và chiều sâu bậc r = 25,7 cm.

Chuyển đổi kết quả bài toán sang thực tế:

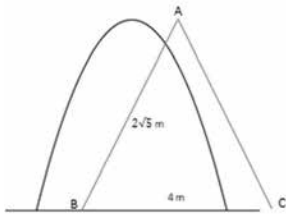
Cầu thang có thể được thiết kế với 15 bậc, chiều cao bằng 18,7cm và chiều sâu của bậc là 25,7cm.

Phản ánh:

Trong thực tế, không phải khi nào yếu tố an toàn của cầu thang cũng được tính đến, vì thiết kế cầu thang còn phụ thuộc vào không gian của ngôi nhà. Ngoài ra, theo văn hóa, phong tục ở Việt Nam, người ta quan niệm số bậc cầu thang phải lẻ hoặc số bậc phải rơi vào trục Sinh thì mới tốt.

Ví dụ 3: Một xe tải có chiều rộng 2,4m, chiều cao 2,5m muốn đi qua một cổng hình parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng là 4m và khoảng cách từ đỉnh cổng đến hai chân cổng là $2\sqrt{5}$ (bỏ qua độ dày của cổng)

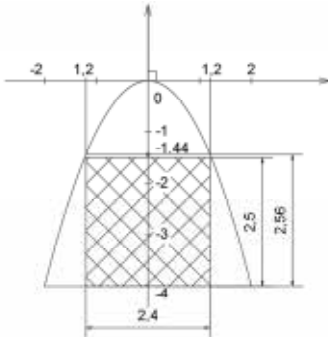
Hỏi xe có đi qua được cổng không? Tại sao?
Giải:



Thiết lập mô hình Toán học:

Đặt cổng parabol vào hệ trục tọa độ gốc tọa độ O trùng với đỉnh parabol; $a < 0$ bề lõm quay xuống, trục đối xứng của cổng là trục oy. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi parabol $y = ax^2$ với $a < 0$ là hình biểu diễn cổng mà xe muốn đi qua.

Chứng minh $a = -1$



Giải bài toán:

Áp dụng định lý Pytago cho tam giác vuông cạnh huyền là $2\sqrt{5}$ một cạnh góc vuông là $4:2 = 2$ ta có $|y| = 4$ thay $x = 2$ ta có $4 = |a| \cdot 4$
 $\Rightarrow a = -1$ (do $a < 0$)

$$a = -1 \Rightarrow y = -x^2$$

$$x = 1,2 \Rightarrow y = -1,44$$

khoảng cách còn lại $4 - 1,44 = 2,56 > 2,5$.

Chuyển đổi kết quả bài toán sang thực tế: Do vậy ô tô qua được

Phản ánh: thực tế cần xét hình dạng cổng có theo parabol dạng $y = ax^2$ và trình độ tài xế

Các ví dụ trên cho thấy rằng sử dụng quá trình toán học hóa trong hướng dẫn học sinh giải quyết các bài toán thực tiễn giúp phát triển năng lực toán học cho học sinh, cụ thể: thông qua biểu diễn vật thể trong hình họa, sử dụng tính chất hình học không gian dạng của giao hai mặt; so sánh hai biểu thức bậc nhất một ẩn (tức là giải bất phương trình bậc nhất một ẩn); sử dụng kết quả giải bất phương trình bậc nhất một ẩn để đưa ra câu trả lời cho tình huống thực tiễn. Qua đó, có thể thấy thông qua quá trình toán học hóa, giáo viên có cơ hội phát triển cho học sinh các năng lực như: năng lực toán học hoá, năng lực giải toán và năng lực chuyển từ kết quả giải toán về giải quyết vấn đề thực tiễn.

Kết quả nghiên cứu cũng cho thấy học sinh thực hiện tốt bước giải toán và trả lời yêu cầu của tình huống sau khi có kết quả toán. Tuy nhiên,

nhiều học sinh chưa thực hiện được bước phản ánh, nghĩa là đối chiếu kết quả lời giải của bài toán với tình huống trong thực tiễn, suy xét để điều chỉnh thực tiễn. Như vậy, phần lớn học sinh đã nắm được ba trong bốn bước của quá trình toán học hóa, bảo đảm thứ tự của các bước nhưng chưa nhận ra được tính “quy trình” trong giải quyết tình huống toán học hóa, nghĩa là phải thường xuyên đối chiếu với tính đúng đắn trong thực tiễn để thay đổi các điều kiện của bài toán hoặc thậm chí điều chỉnh mô hình toán học để đảm bảo tính tối ưu của lời giải bài toán và đưa ra lời giải của bài toán phù hợp với thực tiễn.

3. KẾT LUẬN

Thông qua quá trình toán học hóa, học sinh được luyện tập giải bài toán theo bốn bước của quá trình toán học hóa, từ việc chuyển tình huống thực tiễn sang tình huống toán học, mô hình bài toán để thiết lập mô hình, giải bài toán và chuyển đổi kết quả của bài toán sang kết quả thực tế. Kết quả nghiên cứu cho thấy, nhiều học sinh còn gặp khó khăn khi thực hiện một trong các bước trên. Tuy nhiên, sử dụng quá trình toán học hóa trong dạy học môn Toán góp phần hình thành và phát triển các năng lực toán học cho học sinh, đặc biệt là năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn. Vì vậy, giáo viên cần tăng cường sử dụng các bài toán gắn với tình huống thực tiễn, xây dựng các tình huống toán học hóa trong dạy học khái niệm, dạy học định lý và dạy học giải bài tập toán học.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. A. Bessot and T. N. Nguyen, “Mathematical modeling of variations in teaching thanks to dynamic geometry - Mira research project.” (in Vietnamese), *Journal of Science*, Ho Chi Minh City University of Education, Vol. 85, pp. 55-63, 2011.
- [2]. W. Blum and D. Leiss, “How do students and teachers deal with mathematical modelling problems? The example ‘Sugarloaf,’” in G. Haines, P. Galbraith, W. Blum, and S. Khan, *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics*. Chichester: Horwood Publishing, 2006, pp. 222-231.
- [3]. W. Blum, P. Galbraith, and M. Niss, *Introduction: Modelling and applications in mathematics education*. Springer, pp. 3-32, 2007.
- [4]. X. T. Ha and S. N. Pham, “Designing exercises with real life situations in teaching mathematics at schools.” (in Vietnamese), *Journal of Educational Science*, Vol. III, pp. 11-12, 2014.
- [5]. G. Kaiser, “Modelling and modelling competencies in school: *Mathematical modelling: Education, Engineering and Economics*.” Springer, 2007, pp. 110-119.
- [6]. Ministry of Education and Training, “Circular No.32/2018/TT-BGDĐT dated on 26/12/2018 of Minister of Ministry of Education and Training on promulating general education curriculum.” (in Vietnamese), Hanoi, 2018.
- [7]. D. N. Nguyen, “Modeling method in teaching mathematics at high schools.” in *Proceeding of the conference for young lecturers’ in the universities of education*, Danang: Danang Publishing House, 2013, pp. 512-516.
- [8]. D. N. Nguyen, “Modelling in Vietnamese school mathematics.” *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, Vol. 15, No. 06, pp. 114-126, 2016.
- [9]. D. N. Nguyen, “The process of modeling in teaching mathematics at high schools.” (in Vietnamese), *VNU Journal of Science*, Educational Research, Vol. 31, No. 3, pp. 01-10, 2015.
- [10]. G. Stillman, P. Galbraith, J. Brown, and I. Edwards, “A framework for success in implementing mathematical modelling in the secondary classroom. *Mathematics: Essential Research, Essential Practice*.” Vol. 2, pp. 688-697, 2007.
- [11]. Hoàng Phê (2004) (chủ biên), *Từ điển tiếng Việt*, Nhà xuất bản Đà Nẵng – Trung tâm Từ điển học
- [12]. T. T. A. Nguyen, “Building teaching situations to support mathematising process.” (in Vietnamese), *Journal of Science*, Ho Chi Minh City University of Education, Vol. 48, No. 82, pp. 5-13, 2013.
- [13]. T. T. A. Nguyen, “Using mathematising in teaching probability at schools.” (in Vietnamese), *Journal of Science*, Hanoi National University of Education, Vol. 58, pp. 18-27, 2013.
- [14]. T. T. A. Nguyen, “Building a rubric to measure quantitative literacy competencies of students when they face with mathematisation situations.” (in Vietnamese), *Journal of Science and Education*, Hue University of Education, Vol. 1, pp.5-15, 2014.