

# Nghiên cứu tính toán kết cấu dây cứng chịu tác dụng tĩnh theo phương pháp nguyên lý cực trị gauss

Study on calculation of possible structure by gauss positive principle method

> TS PHẠM VĂN TRUNG

Trường Đại học Kiến trúc Hà Nội

## TÓM TẮT

Kết cấu dây cứng là hệ kết cấu dây có độ cứng kháng uốn nhất định. Khi chịu tác dụng của các nguyên nhân bên ngoài, trong dây phát sinh thành phần mô men uốn đủ lớn không được phép bỏ qua. Các lý thuyết tính toán dây cứng hiện nay đều tính tương tự dầm, quá trình tính toán dẫn đến thuật toán truy hồi. Trong báo cáo này, tác giả trình bày việc ứng dụng Phương pháp nguyên lý cực trị Gauss kết hợp lập trình tính toán trong Matlab. Với cách xây dựng và thuật toán giải rõ ràng, chặt chẽ, đã nhận được kết quả chính xác cho bài toán dây cứng chịu tải trọng tĩnh và dao động riêng của dây cứng với hữu hạn bậc tự do. Các kết quả nghiên cứu được so sánh, kiểm nghiệm với các lý thuyết tính chính xác của cơ học kết cấu và các phần mềm tính toán cho thấy độ tin cậy của phương pháp đề xuất.

**Từ khóa:** Dây cứng, phương pháp nguyên lý cực trị Gauss, chuyển vị nhỏ.

## ABSTRACT:

Rigid wire structure is a wire structure system with a certain flexural resistance. When subjected to external causes, the bending moment component that is large enough in the wire must not be ignored. The current hard wire calculation theories are similar to beams, the calculation process leads to retrieval algorithms. In this report, the author presents the application of Extreme Principle Gauss method combined with computational programming in Matlab. With a clear and tight construction and solving algorithm, accurate results have been obtained for the problem of hard strings subjected to static loads and specific vibrations of rigid wires with finite degrees of freedom. The research results are compared and tested with the theory of accuracy of structural mechanics and calculation software showing the reliability of the proposed method.

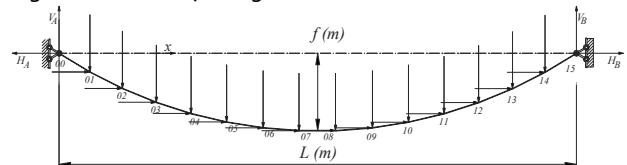
**Keywords:** Hard wire, Gauss positive principle method, small displacement

## 1. Mở đầu

Kết cấu dây cứng là hệ kết cấu dây có độ cứng kháng uốn nhất định [6]. Trong thực tế, khi chịu tác dụng của tải trọng, trong dây phát sinh thành phần mô men uốn đủ lớn và không được phép bỏ qua. Hệ kết cấu dây cứng chế tạo từ vật liệu thép định hình tiết diện chữ I hoặc các thanh thép tổ hợp lại với nhau [2 - 6]. Xét tỷ số giữa ứng suất do mô men uốn gây ra trong tiết diện lớn hơn 5% ứng suất do lực căng gây ra, khi đó dây được quan niệm là dây cứng [4]. Dây cứng được chia thành hai loại là dây cứng dạng dàn võng và dây cứng dạng thanh cong võng [6]. Các lý thuyết tính toán dây cứng hiện nay được tính tương tự dầm, quá trình tính toán dẫn đến thuật toán truy hồi. Phần lớn các lý thuyết tính toán trên chỉ đề cập đến tải trọng thẳng đứng cân bằng và không cân bằng. Trong báo cáo này, tác giả trình bày một phương pháp mới tính toán dây cứng chịu tải trọng tĩnh, vật liệu làm việc trong giai đoạn đàn hồi và chấp nhận giả thuyết chuyển vị nhỏ theo “Phương pháp nguyên lý Cực trị Gauss” của GS. TSKH Hà Huy Cương kết hợp lập trình tính toán bằng phần mềm Matlab.

## 2. Xây dựng bài toán.

Xét một dây cứng dạng thanh cong võng hai khớp, gối tựa ngang mức vượt nhịp  $L$ , độ võng chế tạo  $f$ . Phương trình trục dây xét trường hợp là cung tròn hoặc parabol (bậc 2). Dây cứng chịu tác dụng: trọng lượng bản thân dây, trọng lượng của kết cấu, được qui đổi thành lực tập trung có cường độ  $P$  đặt tại các điểm chia của dây với tọa độ ban đầu là  $(x_0, z_0, i)$  và tọa độ khi đã biến dạng là  $(x_i, z_i)$  (hình 1). Khi số lượng điểm chia đủ lớn, có thể quan niệm đoạn dây là thẳng, lực căng trong đoạn dây là hằng số, mô men phân bố theo quy luật bậc nhất. Trong nghiên cứu này tác giả chưa xét đến ảnh hưởng của lực cắt vì ảnh hưởng này tương đối nhỏ so với lực căng, mô men.

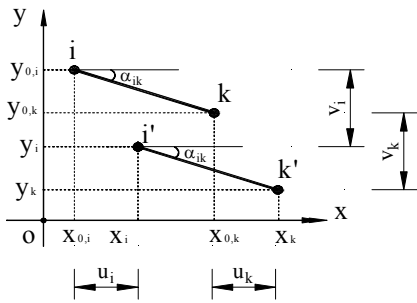


Hình 1. Sơ đồ tính toán dây cứng chịu tải

Giả thiết chuyển vị nhỏ: Giả thiết biến dạng và chuyển vị trong hệ rất nhỏ. Nghĩa là dưới tác dụng của các nguyên nhân bên ngoài hình dáng của công trình thay đổi rất ít, cho phép ta có thể sử dụng các liên hệ gần đúng giữa các đại lượng hình học. Góc  $\theta$  là góc xoay của một tiết diện nào đó trên công trình trong quá trình biến dạng thì theo giả thiết này có thể viết:

$$\sin \theta \approx 0; \quad \text{tg} \theta \approx 0; \quad \cos \theta \approx 1 \quad (1)$$

Xét một đoạn dây cứng giữa hai nút  $i$  và  $k$ . Gọi tọa độ nút  $(i-1)$  và  $i$  ( $i-1, i=1, 2, \dots, n$ ) của đoạn dây cứng trước khi chịu tải là  $i-1(x_{0,i-1}; y_{0,i-1})$  và  $i(x_{0,i}; y_{0,i})$  (hình 2.4).



Hình 2. Sơ đồ chuyển vị dây cứng chịu tải

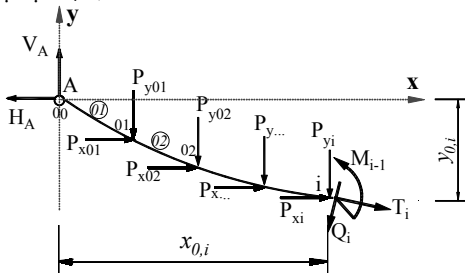
Theo điều kiện hình học trong sơ đồ chuyển vị của phần tử dây cứng, chuyển vị của nút thứ  $i$  theo phương ngang, phương đứng được xác định như sau:  $u_i = x_i - x_{0,i}$ ;  $v_i = y_i - y_{0,i}$ ; (2)

Chiều dài các đoạn dây trước biến dạng  $S_{0i}$  và các cosin chỉ phương:

$$S_{ik} = \sqrt{(x_{0,k} - x_{0,i})^2 + (y_{0,k} - y_{0,i})^2};$$

$$\sin(\alpha_i) = \frac{y_k - y_i}{\sqrt{(x_k - x_i)^2 + (y_k - y_i)^2}}; \quad \cos(\alpha_i) = \frac{x_k - x_i}{\sqrt{(x_k - x_i)^2 + (y_k - y_i)^2}}; \quad (3)$$

Tính nội lực  $T_i$ ,  $Q_i$  và  $M_{i-1}$ .



Hình 3. Mô hình xác định nội lực dây cứng chịu tải

$$\begin{cases} T_i = H_A \times \cos(\alpha_i) + \left( V_A - \sum_{k=1}^{i-1} P_{yk} \right) \times \sin(\alpha_i) \\ M_{i-1} = V_A \times x_{0,i} - H_A \times y_{0,i} - \sum_{k=1}^{i-1} P_{yk} \times (x_{0,i} - x_{0,k}) \\ Q_i = -H_A \times \sin(\alpha_i) + \left( V_A - \sum_{k=1}^{i-1} P_{yk} \right) \times \cos(\alpha_i) \end{cases} \quad (4)$$

Thành phần mô men trong đoạn  $S_i$  biến thiên theo quy luật bậc nhất đều (i-1) là  $M_{i-1}$  và đầu  $i$  là  $M_i$ . Mô men tại tiết diện cách đầu (i-1) một đoạn  $s$  được xác định như sau:

$$M_{(s)}^i = M_{i-1} + \frac{M_i - M_{i-1}}{S_i} s; \quad 0 \leq s \leq S_i \quad (5)$$

Áp dụng phương pháp Nguyên lý cực trị Gauss cho bài toán với tải trọng tập trung tại các nút khi bỏ qua lực cắt, ta có:

$$Z = \sum_{i=1}^n \int_0^{S_i} \frac{1}{EA_i} (T_i)^2 ds + \sum_{i=1}^n \int_0^{S_i} \frac{1}{EI_i} (M_i)^2 ds - 2 \sum P_{yi} \times (z_i - z_{0,i}) \rightarrow \min (6)$$

Thay  $M_i$  (5) vào (6) và lưu ý  $T_i$  và  $Q_i$  trong các phần tử là hằng số, rút gọn biểu thức ta được: Phiếm hàm lượng cường bức của bài toán theo phương pháp Nguyên lý cực trị Gauss:

$$Z = \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{EA_i} (T_i)^2 + \sum_{i=1}^n \int_0^{S_i} \frac{1}{EI_i} \left( M_{i-1} + \frac{M_i - M_{i-1}}{S_i} s \right)^2 ds - 2 \sum_{i=1}^n P_{yi} \times (y_i - y_{0,i}) \rightarrow \min (7)$$

Trong đó:  $n$  - số đoạn chia của dây cứng.

$P_{yi}$  - tải trọng theo phương  $y$  tác dụng lên nút thứ  $i$

⚡ **Điều kiện biên và điều kiện liên kết**

- Đối với các bài toán không xét chuyển vị cưỡng bức của gối tựa (biến dạng neo), ta gán các giá trị tại gối tựa bằng giá trị ban đầu:

$$x_i = x_{0,i}; \quad y_i = y_{0,i}; \quad (8)$$

- Đối với các bài toán có xét chuyển vị cưỡng bức của gối tựa, ta gán các giá trị tại gối tựa bằng giá trị ban đầu cộng với chuyển vị cưỡng bức:  $x_i = x_{0,i} + \Delta_{xi}$ ;  $y_i = y_{0,i} + \Delta_{yi}$ ; (9)

Trong biểu thức (2.9) và (2.10):

$i$  - gối có điều kiện biên.

$\Delta_{xi}$  - chuyển vị cưỡng bức tại gối  $i$  theo phương  $x$ .

$\Delta_{yi}$  - chuyển vị cưỡng bức tại gối  $i$  theo phương  $z$ .

- Đối với các bài toán dây hai khớp, ta cho giá trị mô men tại hai gối bằng không:  $M_A = M_{00} = 0$ ;  $M_B = M_{15} = 0$ ; (10)

**3. Giải bài toán.**

$$\frac{\partial Z}{\partial H_i} = 0; \quad (11)$$

Hệ phương trình (11) là hệ phương trình tuyến tính. Giải hệ phương trình (11) xác định lực xô ngang  $H$  và tọa độ của các điểm nút. Chương trình tính toán được lập trình trong Matlab.

**4. Ví dụ minh họa.**

**4.1. Ví dụ 1 - Ví dụ tính toán dây có dạng cung tròn.**

Xét một dây cứng dạng thanh cong võng hai khớp sơ đồ tính như hình 2.6. Dây được chế tạo dạng cung tròn bán kính  $R$ , nhịp dây  $L=60m$ , độ võng chế tạo  $f=6m$ . Độ cứng chịu kéo (nén)  $EA=6.10^6$  kN; độ cứng chịu uốn  $EI=1.10^6$  kNm<sup>2</sup>. Dây chịu tải thẳng đứng  $q=20kN/m$ . Khi tính toán bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt.

**Yêu cầu:** Xác định phản lực liên kết, nội lực của hệ dây cứng trong trường hợp chấp nhận giả thiết chuyển vị nhỏ

**A. Bài giải theo phương pháp Nguyên lý cực trị Gauss**

Chia dây thành 15 đoạn có chiều dài bằng nhau. Tải trọng phân bố trên dây được quy về tập trung tại các điểm nút với cường độ là  $P=80$  kN. Trong từng đoạn dây ta quan niệm như thẳng. Đánh số nút và số thanh như hình 1. Từ phương trình của dây khi chế tạo là cung tròn đi qua 3 điểm ta tính được tọa độ các điểm nút. Áp dụng công thức (3) ta tính được chiều dài các đoạn dây và các cosin chỉ phương. Tính lực căng trong các đoạn dây và mô men tại các điểm nút theo (4) Thay vào phiếm hàm (7) và áp điều kiện biên ta được:

Lực căng ngang:  $y = \text{diff}(z, H) = 0 \Rightarrow H = 1462,033667393$  kN

Và nội lực trong các đoạn dây:

Bảng 1. Nội lực dây cứng dạng cung tròn chịu tải khi giả thiết chuyển vị là nhỏ

Lực căng trong dây (kN)	Mô men tại các điểm nút (kN.m)		
T <sub>01</sub>	1565.606854218	M <sub>01</sub>	-17.233986652
T <sub>02</sub>	1538.810537878	M <sub>02</sub>	-8.454760366
T <sub>03</sub>	1515.753335237	M <sub>03</sub>	15.578678306
T <sub>04</sub>	1496.625612421	M <sub>04</sub>	45.808367404
T <sub>05</sub>	1481.584332675	M <sub>05</sub>	74.927383958
T <sub>06</sub>	1470.752333515	M <sub>06</sub>	97.420095355
T <sub>07</sub>	1464.217761580	M <sub>07</sub>	109.592494743
T <sub>08</sub>	1462.033667393	M <sub>08</sub>	109.592494743
T <sub>09</sub>	1464.217761580	M <sub>09</sub>	97.420095355
T <sub>10</sub>	1470.752333515	M <sub>10</sub>	74.927383958
T <sub>11</sub>	1481.584332675	M <sub>11</sub>	45.808367404
T <sub>12</sub>	1496.625612421	M <sub>12</sub>	15.578678306
T <sub>13</sub>	1515.753335237	M <sub>13</sub>	-8.454760366
T <sub>14</sub>	1538.810537878	M <sub>14</sub>	-17.233986652
T <sub>15</sub>	1565.606854218	M <sub>15</sub>	0.000000000

**B. Bài giải kiểm tra theo phương pháp lực trong Cơ học kết cấu.**

⚡ **Bước 1:** Xác định bậc siêu tĩnh (Số ẩn số): 1 ẩn; Chọn ẩn số là lực căng ngang H

⚡ **Bước 2:** Chọn hệ cơ bản: Loại bỏ liên kết ngang tại gối B và thay bằng lực căng ngang H

⚡ **Bước 3:** Hệ phương trình chính tắc:

$$\delta_{11}H + \Delta_{1P} = 0$$

⚡ **Bước 4:** Xác định các hệ số và giải hệ phương trình

Bảng 2. Nội lực dây cứng dạng cung tròn chịu tải khi giả thiết chuyển vị là nhỏ tính theo phương pháp lực

Nút	Nội lực do H		Nội lực do P		Nội lực cuối cùng	
	Lực dọc N(kN)	Mô men M(kN.m)	Lực dọc N(kN)	Mô men M(kN.m)	Lực dọc N(kN)	Mô men M(kN.m)
1	1363.900	-2161.921	201.706	2144.687	1565.606854	-17.233987
2	1389.719	-4026.243	149.092	4017.788	1538.810538	-8.454760
3	1411.687	-5587.802	104.066	5603.381	1515.753335	15.578678
4	1429.745	-6842.272	66.881	6888.081	1496.625612	45.808367
5	1443.842	-7786.178	37.743	7861.106	1481.584333	74.927384
6	1453.939	-8416.905	16.813	8514.325	1470.752334	97.420095
7	1460.009	-8732.706	4.209	8842.299	1464.217762	109.592495
8	1462.034	-8732.706	0.000	8842.299	1462.033667	109.592495
9	1460.009	-8416.905	4.209	8514.325	1464.217762	97.420095
10	1453.939	-7786.178	16.813	7861.106	1470.752334	74.927384
11	1443.842	-6842.272	37.743	6888.081	1481.584333	45.808367
12	1429.745	-5587.802	66.881	5603.381	1496.625612	15.578678
13	1411.687	-4026.243	104.066	4017.788	1515.753335	-8.454760
14	1389.719	-2161.921	149.092	2144.687	1538.810538	-17.233987
15	1363.900	0.000	201.706	0.000	1565.606854	0.000000

Xác định nội lực trong các đoạn dây do tải trọng và do H=1 gây ra trong hệ cơ bản.

Xác định hệ số và số tự do của phương trình chính tắc, giải phương trình ta được:

$$H=1462,033667393kN.$$

Từ đó ta xác định được nội lực trong các đoạn dây

**C. So sánh kết quả tính toán theo phương pháp để xuất và phương pháp lực.**

So sánh lực căng ngang H:

$$\frac{1462.033337393 - 1462.033667393}{1462.033337393} \cdot 100\% = 0.00002\%$$

Sai lệch giữa phương pháp để xuất và phương pháp là quá nhỏ (2<sup>-5</sup>%)

**4.2. Ví dụ 2 – Ví dụ tính toán dây cứng dạng parabol.**

Xét lại ví dụ 1 với dạng dây cứng được chế tạo ban đầu là parabol. Các giải quyết tương tự như ví dụ 1.

**A. Bài giải theo phương pháp Nguyên lý cực trị Gauss**

Chia dây thành 15 đoạn có chiều dài bằng nhau. Tải trọng phân bố trên dây được quy về tập trung tại các điểm nút với cường độ là P=80 kN. Trong từng đoạn dây ta quan niệm như thẳng. Đánh số nút và số thanh như hình 1. Từ phương trình của dây khi chế tạo là cung tròn đi qua 3 điểm ta tính được tọa độ các điểm nút. Áp dụng công thức (3) ta tính được chiều dài các đoạn dây và các cosin chỉ phương. Tính lực căng trong các đoạn dây và mô men tại các điểm nút theo (4) Thay vào phiếm hàm (7) và áp điều kiện biên ta được:

$$\text{Lực căng ngang: } y = \text{diff}(z,H) = 0 \Rightarrow H = 1486,804248753kN$$

Và nội lực trong các đoạn dây:

Bảng 3. Nội lực dây cứng dạng parabol chịu tải khi giả thiết chuyển vị là nhỏ

Lực căng trong dây (kN)		Mô men tại các điểm nút (kN.m)	
T01	1588.762277184	M01	19.705655691
T02	1562.360617681	M02	36.596217287
T03	1539.667273717	M03	50.671684788
T04	1520.848215412	M04	61.932059681
T05	1506.048647191	M05	70.377340479
T06	1495.387881190	M06	76.007527182
T07	1488.954794551	M07	78.822621277
T08	1486.804248753	M08	78.822621277
T09	1488.954794551	M09	76.007527182
T10	1495.387881190	M10	70.377340479
T11	1506.048647191	M11	61.932059681
T12	1520.848215412	M12	50.671684788
T13	1539.667273717	M13	36.596217287
T14	1562.360617681	M14	19.705655691
T15	1588.762277184	M15	0.000000000

**B. Bài giải kiểm tra theo phương pháp lực trong Cơ học kết cấu.**

⚡ Bước 1: Xác định bậc siêu tĩnh (Số ẩn số): 1 ẩn; Chọn ẩn số là lực căng ngang H

⚡ Bước 2: Chọn hệ cơ bản: Loại bỏ liên kết ngang tại gối B và thay bằng lực căng ngang H

⚡ Bước 3: Hệ phương trình chính tắc:

$$\delta_{11}H + \Delta_{1P} = 0$$

⚡ Bước 4: Xác định các hệ số và giải hệ phương trình

Xác định nội lực trong các đoạn dây do tải trọng và do H=1 gây ra trong hệ cơ bản.

Xác định hệ số và số tự do của phương trình chính tắc, giải phương trình ta được:

$$H = 1486,804248753 \text{ kN.}$$

Từ đó ta xác định được nội lực trong các đoạn dây

Bảng 4. Nội lực dây cứng dạng cung tròn chịu tải khi giả thiết chuyển vị là nhỏ tính theo phương pháp lực

Nút PT	Nội lực do H		Nội lực do P		Nội lực cuối cùng	
	Lực căng T (kN)	Mô men M (kN.m)	Lực căng T (kN)	Mô men M (kN.m)	Lực căng T (kN)	Mô men M (kN.m)
1	1392.900	-2220.294	195.862	2240.000	1588.762277	19.705656
2	1416.068	-4123.404	146.292	4160.000	1562.360618	36.596217
3	1436.602	-5709.328	103.065	5760.000	1539.667274	50.671685
4	1454.084	-6978.068	66.764	7040.000	1520.848215	61.932060
5	1468.131	-7929.623	37.918	8000.000	1506.048647	70.377340
6	1478.417	-8563.992	16.970	8640.000	1495.387881	76.007527
7	1484.694	-8881.177	4.261	8960.000	1488.954795	78.822621
8	1486.804	-8881.177	0.000	8960.000	1486.804249	78.822621
9	1484.694	-8563.992	4.261	8640.000	1488.954795	76.007527
10	1478.417	-7929.623	16.970	8000.000	1495.387881	70.377340
11	1468.131	-6978.068	37.918	7040.000	1506.048647	61.932060
12	1454.084	-5709.328	66.764	5760.000	1520.848215	50.671685
13	1436.602	-4123.404	103.065	4160.000	1539.667274	36.596217
14	1416.068	-2220.294	146.292	2240.000	1562.360618	19.705656
15	1392.900	0.000	195.862	0.000	1588.762277	0.000000

**C. So sánh kết quả tính toán theo phương pháp để xuất và phương pháp lực.**

So sánh lực căng ngang H:

$$\frac{1462.033337393 - 1462.033667393}{1462.033337393} 100\% = 0.00002\%$$

Sai lệch giữa phương pháp để xuất và phương pháp là quá nhỏ ( $2 \cdot 10^{-5}\%$ )

Kết quả tính toán theo phương pháp nguyên lý cực trị Gauss được so sánh với kết quả của phương pháp chính xác là phương pháp lực cho thấy kết quả gần như trùng khớp, sai số rất nhỏ khoảng  $10^{11} \div 10^{13}\%$ .

- Sai số là không đáng kể.

- Mặt khác sai số này là do quá trình nhân biểu đồ của phương pháp lực có lấy gần đúng với 12 chữ số phần thập phân.

Khi so sánh kết quả tính toán giữa hai dạng dây ta nhận thấy:

- Lực căng trong dây dạng parabol lớn hơn lực căng trong dây dạng cung tròn khoảng 1,479% ÷ 1,689%.

- Lực dọc trong dây dạng parabol thay đổi (6,86%) ít hơn trong dây dạng cung tròn (7,08%)

- Mô men lớn nhất trong dây cứng dạng cung tròn lớn hơn nhiều mô men lớn nhất trong dây cứng dạng parabol (28,077%) và còn xuất hiện mô men âm ở những tiết diện gần gối tựa.

**5. Kết luận.**

Áp dụng phương pháp nguyên lý cực trị Gauss, tác giả đã xây dựng thành công phương pháp tính toán kết cấu dây cứng khi chấp nhận giả thiết chuyển vị nhỏ theo một thuật toán thống nhất, không trùng lặp với các cách truyền thống.

Phương pháp trình bày đã giải quyết được hầu hết các bài toán cơ bản như: Dây cứng dạng cung tròn và dạng parabol chịu tác dụng của tải trọng.

Tác giả đã so sánh kết quả nghiên cứu với phương pháp tính chính xác trong cơ học kết cấu (Phương pháp lực) và đạt được độ chính xác tuyệt đối (sai số không đáng kể, nhỏ thua  $2 \cdot 10^{-5}\%$ ).

Theo nhận xét trên ta nhận thấy:

- Bài toán nghiên cứu tính toán kết cấu dây cứng của tác giả có tính chính xác

- Khi chịu tác dụng của tải trọng thẳng đứng thì dây cứng dạng parabol làm việc hợp lý hơn dây cứng dạng cung tròn. Lực căng và mô men nhỏ hơn và phân bố đều đặn hơn.

**TÀI LIỆU THAM KHẢO**

[1] Hà Huy Cương (2005), *Phương pháp nguyên lý cực trị Gauss*. Tạp chí Khoa học và kỹ thuật, Hà Nội, trang 112 - 118.  
 [2] Phạm Văn Hội (2006), *Kết cấu thép công trình dân dụng và công nghiệp - Tập 2*. NXB Khoa học và kỹ thuật Hà Nội, trang 119 - 126.  
 [3] Phạm Văn Trung (2006), *Phương pháp mới tính toán hệ kết cấu dây và mái treo*. Luận án tiến sĩ kỹ thuật, Trường Đại học Kiến Trúc Hà Nội, Hà Nội.  
 [4] Lê Thọ Trình (2003), *Cách tính hệ treo theo sơ đồ biến dạng*. NXB Xây Dựng, Hà Nội, trang 32 - 45.  
 [5] Ха Зуй Кыонг (1984), *Применение экстремального принципа Гаусса к задачам расчета жестких покрытий аэродромов и автомобильных дорог*. Дисс. на соиск. учен. степени докт. техн. наук. МАДИ, М.  
 [6] Н. С. Москалев (1980), *Конструкции висячих покрытий*. Москва Стройиздат. 62-100.