

So sánh các thuật toán điều khiển chống rung cho cầu trục dạng con lắc kép

Comparative study on anti-swings control for double-pendulum-type crane systems

> DƯƠNG MINH ĐỨC¹, VŨ TIẾN DŨNG¹, PHAN THỊ CẨM TRANG², ĐÀO QUÝ THỊNH¹

¹Trường Đại học Bách khoa Hà Nội

²Trường Đại học Xây dựng Hà Nội

Email: duc.duongminh@hust.edu.vn; thinh.daoquy@hust.edu.vn

TÓM TẮT:

Cầu trục là thiết bị vận chuyển nâng hạ được dùng phổ biến trong công nghiệp. Tuy nhiên, trong quá trình di chuyển tải của cầu trục, hiện tượng tải dao động luôn xảy ra làm ảnh hưởng đến năng suất hoạt động và gây mất an toàn trong sản xuất. Đã có rất nhiều nghiên cứu về vấn đề điều khiển cầu trục sao cho dao động này được hạn chế một cách tối đa. Bài viết này trình bày và so sánh các phương pháp chống rung được áp dụng trên mô hình cầu trục 2D dạng con lắc kép có chiều dài dây không đổi gồm phương pháp phản hồi đầu ra, phương pháp điều khiển trượt và phương pháp tạo dạng tín hiệu đầu vào. Kết quả đánh giá và so sánh các phương pháp có thể là một thông tin gợi ý hữu ích cho các kỹ sư điều khiển trong việc lựa chọn, thiết kế các bộ điều khiển của hệ thống cầu trục trong thực tế.

Từ khóa: Cầu trục kiểu con lắc đôi; chống rung; điều khiển phản hồi đầu ra; điều khiển chế độ trượt; định hình trước đầu vào

ABSTRACT

Bridge cranes are commonly used for lifting equipment in industry. During operation, the vibration of the load affects operational productivity and causes unsafety in manufacturing. This paper presents some anti-swings methods applied to the double-pendulum-type 2D crane model with constant rope length including output feedback, sliding mode control and input preshaping. The comparative results these methods can be used to select and design the appropriate controller for industrial bridge cranes.

Keywords: Double pendulum type crane; Vibration suppression; Output feedback control; Sliding mode control; Input preshaping.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Cầu trục là thiết bị nâng hạ được sử dụng phổ biến ở các nhà máy và hải cảng. Nó giúp vận chuyển hàng hóa có khối lượng và kích thước lớn góp phần làm giảm nhân công đồng thời nâng cao năng suất sản xuất. Do nhu cầu thực tế với việc cần phải vận chuyển hàng hóa một cách nhanh chóng, để có thể giúp cho cầu trục hoạt động ổn định và an toàn thì vấn đề điều khiển cho cầu trục là một vấn đề đã và đang thu hút được rất nhiều nghiên cứu ở trong và ngoài nước [1]. Trong đa số các thiết kế điều khiển, để đơn giản người ta thường coi khối lượng của móc không đáng kể so với khối lượng của tải cũng như bỏ qua dây nối giữa móc và tải. Vì thế đối tượng được xét đến là mô hình cầu trục con lắc đơn với dao động là đơn tần. Tuy nhiên, trong trường hợp khối lượng của móc là đáng kể và để đảm bảo sự tương quan với thực tế, đối tượng cần được xét đến là mô hình cầu trục dạng con lắc kép thay vì mô hình cầu trục con lắc đơn. Khi đó dao động của đối tượng sẽ trở thành đa tần số với sự dao động của cả móc và tải. Dẫn đến việc mô hình hóa đối tượng cũng như thiết kế thuật toán điều khiển trở nên phức tạp hơn.

Đối với việc thiết kế điều khiển cho đối tượng cầu trục dạng con lắc kép, mục tiêu sẽ giúp cho cả dao động của móc và dao

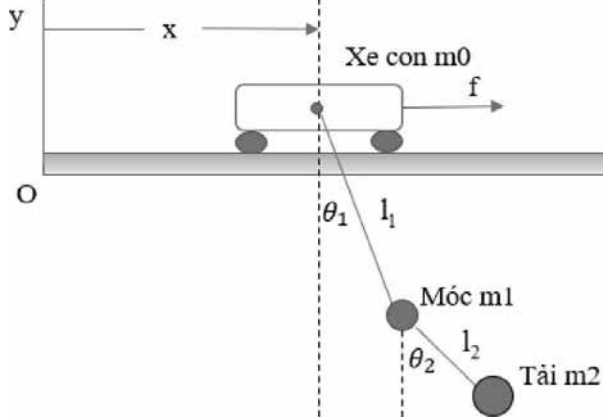
động của tải được đảm bảo triệt tiêu trong khi di chuyển đến vị trí mong muốn. Đã có rất nhiều nghiên cứu tập trung vào giải quyết vấn đề điều khiển cầu trục dạng con lắc kép sử dụng các thuật toán điều khiển khác nhau như điều khiển phản hồi đầu ra [2-3]; điều khiển trượt [4-6]; điều khiển tạo dạng tín hiệu đầu vào [7-8]. Tuy nhiên, các so sánh tổng kết về các phương pháp này vẫn còn thiếu. Bài viết này sẽ trình bày một số phương pháp điều khiển điển hình cho cầu trục dạng con lắc kép để từ đó có được các so sánh tổng kết về các phương pháp này. Các phương pháp điều khiển được xem xét gồm có điều khiển phản hồi đầu ra, điều khiển trượt và điều khiển tạo dạng tín hiệu đầu vào. Dựa vào kết quả và việc thiết kế của từng phương pháp, bài viết sẽ đưa ra nhận xét về ưu nhược điểm của từng bộ điều khiển. Từ đó, chúng ta có cơ sở để lựa chọn bộ điều khiển chống rung cho thiết bị một cách phù hợp với yêu cầu và điều kiện thực tế.

Nội dung của bài viết gồm các phần như sau. Phần 2 trình bày về mô hình động lực học của mô hình cầu trục dạng con lắc kép. Phần 3 trình bày việc thiết kế các bộ điều khiển chống rung bao gồm điều khiển phản hồi đầu ra, điều khiển trượt và điều khiển tạo dạng tín hiệu đầu vào. Kết quả mô phỏng của 3 phương pháp điều khiển trên công cụ Matlab & Simulink được trình bày trong phần 4.

Các kết luận và hướng phát triển trong tương lai được trình bày trong phần 5.

2. MÔ HÌNH TOÁN HỌC CỦA CẦU TRỤC DẠNG CON LẮC KÉP

Mô hình cầu trục 2D dạng con lắc kép trên mặt phẳng Oxy như trong hình 1. Trong đó, xe con chuyển động tịnh tiến theo trục Ox và có vị trí $(x, 0)$; đồng thời móc và tải chuyển động theo trục Oy với hai góc dao động, θ_1, θ_2 được xác định như trong hình 1.



Hình 1. Mô hình cầu trục dạng con lắc kép

Tọa độ trên mặt phẳng Oxy của xe con, móc và tải lần lượt tương ứng là $r_{m0}(x, 0)$; $r_{m1}(x + l_1 \sin \theta_1, -l_1 \cos \theta_1)$ và $r_{m2}(x + l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin \theta_2, -l_1 \cos \theta_1 - l_2 \cos \theta_2)$.

Hàm Lagrangian cho hệ được xác định như sau:

$$L = K - P$$

Trong đó K và P lần lượt là động năng và thế năng của hệ, được xác định như sau:

$$K = \frac{1}{2} m_0 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{r}_{m1}^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{r}_{m2}^2$$

$$= \frac{1}{2} m_0 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_1 \left[(\dot{x} + l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1)^2 + (l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1)^2 \right]$$

$$+ \frac{1}{2} m_2 \left[(\dot{x} + l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + l_2 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2)^2 + (l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 + l_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2)^2 \right]$$

$$P = m_1 g l_1 (1 - \cos \theta_1) +$$

$$m_2 g [l_1 (1 - \cos \theta_1) + l_2 (1 - \cos \theta_2)]$$

Phương trình Lagrangian của hệ:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} = T_i \quad (i = 1, 2, 3)$$

Trong đó:

$$q_i = [x \quad \theta_1 \quad \theta_2]^T$$

$T_i = [f \quad 0 \quad 0]^T$ với f là ngoại lực tác động lên xe con theo phương Ox.

Khai triển phương trình Lagrangian của hệ ta được hệ phương trình động lực học của cầu trục 2D dạng con lắc kép là:

$$(m_0 + m_1 + m_2) \ddot{x} + (m_1 + m_2) l_1 \ddot{\theta}_1 \cos \theta_1$$

$$+ m_2 l_2 \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 - (m_1 + m_2) l_1 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1$$

$$- m_2 l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2 = f \quad (1)$$

$$(m_1 + m_2) l_1 \ddot{x} \cos \theta_1 + (m_1 + m_2) l_1 \ddot{\theta}_1$$

$$+ m_2 l_1 l_2 \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2)$$

$$+ (m_1 + m_2) g l_1 \sin \theta_1 = 0 \quad (2)$$

$$m_2 l_2 \ddot{x} \cos \theta_1 + m_2 l_1 l_2 \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) +$$

$$+ m_2 l_2 \ddot{\theta}_2 - m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2)$$

$$+ m_2 g l_2 \sin \theta_2 = 0$$

Mô hình động lực học của hệ được viết dưới dạng thu gọn như sau:

$$M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) = F \quad (4)$$

Trong đó, q là vec tơ trạng thái, F là vec tơ lực tác dụng, M là ma trận quán tính, C là mô men nhớt và lực hướng tâm, G là mô men trọng lực của hệ thống:

$$q_i = [x \quad \theta_1 \quad \theta_2]^T$$

$$F = [f \quad 0 \quad 0]^T$$

$$M(q) = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}$$

$$G = [g_{11} \quad g_{12} \quad g_{13}]^T$$

Trong đó:

$$m_{11} = m_0 + m_1 + m_2$$

$$m_{22} = (m_1 + m_2) l_1^2$$

$$m_{33} = m_2 l_2^2$$

$$m_{12} = m_{21} = (m_1 + m_2) l_1 \cos \theta_1$$

$$m_{13} = m_{31} = m_2 l_2 \cos \theta_2$$

$$m_{23} = m_{32} = m_2 l_1 l_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)$$

$$c_{11} = c_{21} = c_{31} = c_{22} = c_{33} = 0$$

$$c_{12} = -(m_1 + m_2) l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1$$

$$c_{13} = -m_2 l_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2$$

$$c_{23} = -m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2)$$

$$c_{32} = -m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1 - \theta_2)$$

$$g_{11} = 0, g_{12} = (m_1 + m_2) g l_1 \sin \theta_1;$$

$$g_{13} = m_2 g l_2 \sin \theta_2$$

3. ĐIỀU KHIỂN CHỐNG RUNG CHO CẦU TRỤC DẠNG CON LẮC KÉP

4.1. Điều khiển chống rung dựa vào phản hồi đầu ra

Trước tiên ta giả định các điều kiện sau:

- Các phản hồi trạng thái $X, \dot{X}, \ddot{X}$ là không có sẵn
- Giới hạn lực/moment của động cơ:

$$|u(t)| \leq u_{max} \quad (5)$$

Chiều dài dây từ xe con đến móc lớn hơn chiều dài dây từ móc đến tải và các góc dao động không vượt quá 90° :

$$|\theta_1| \leq \frac{\pi}{2}, |\theta_2| \leq \frac{\pi}{2}, l_1 \geq l_2 \quad (6)$$

Bộ điều khiển dựa trên phản hồi đầu ra được thiết kế để xe con di chuyển đến vị trí mong muốn đồng thời dao động bị triệt tiêu:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x(t) = x_d, \lim_{x \rightarrow \infty} \theta_1(t) = 0, \lim_{x \rightarrow \infty} \theta_2(t) = 0 \quad (7)$$

Ta có hàm năng lượng của hệ:

$$Ex = \dot{x}u = K + P$$

$$= \frac{1}{2} \dot{q}' M(q) (\dot{q}) + (m_1 + m_2) g l_1 (1 - \cos \theta_1) + m_2 g l_2 (1 - \cos \theta_2)$$
(8)

Tích phân hai lần theo thời gian (1) sau đó chia cả hai vế cho $m_0 + m_1 + m_2$ ta được:

$$x + \frac{m_2 l_2}{m_1} [\beta \sin \theta_1 + \sin \theta_2] = \frac{1}{m_1} \iint u dt dt$$
(9)

Trong đó: $m_t = m_0 + m_1 + m_2$, $\beta = \frac{(m_1 + m_2) l_1}{m_2 l_2} > 1$

Từ phương trình (9) ta định nghĩa:

$$x_p = x + \frac{m_2 l_2}{m_1} [\beta \sin \theta_1 + \sin \theta_2]$$
(10)

Định nghĩa tín hiệu tổng hợp ϕ dựa trên cấu trúc (10):

$$\phi = x + \alpha [\beta \sin \phi_1 + \sin \phi_2]$$
(11)

Ở đây, $\frac{m_2 l_2}{m_1}$ được thay thế bởi $(\alpha \leq 0)$. Hàm năng lượng E_ϕ

được xác định như sau:

$$\dot{E}_\phi = \dot{\phi} u = \dot{x} u + \alpha (\beta \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 + \dot{\phi}_2 \cos \phi_2) u$$

Cần thiết kế bộ điều khiển để $\phi \rightarrow x_d$ đồng thời đảm bảo các góc dao động bị triệt tiêu. Ta có sai số tổng hợp như sau:

$$e_\phi = \phi - x_d = ex + \alpha [\beta \sin \phi_1 + \sin \phi_2]$$

4.2. Điều khiển chống rung bằng bộ điều khiển trượt

Viết mô hình hệ thống dưới dạng mô hình không gian trạng thái như sau:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \dot{x}_2 \\ \dot{x}_2 &= f_1(X) + b_1(X)u \\ \dot{x}_3 &= \dot{x}_4 \\ \dot{x}_4 &= f_2(X) + b_2(X)u \\ \dot{x}_5 &= \dot{x}_6 \\ \dot{x}_6 &= f_3(X) + b_3(X)u \end{aligned}$$

Trong đó:

$$X = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T$$

$$= [\dot{x} \ \phi_1 \ \dot{\phi}_1 \ \phi_2 \ \dot{\phi}_2]^T$$

$$[F_1(x) \ F_2(x) \ F_3(x)]^T = M^{-1}(-C(q, \dot{q})\dot{q} - G(q))$$

$$[b_1(x) \ b_2(x) \ b_3(x)]^T = M^{-1}[1 \ 0 \ 0]^T$$

Lựa chọn mặt trượt như sau:

$$S = C_1(X_1 - X_d) + C_2 X_2 + C_3 X_3 + C_4 X_4 + C_5 X_5 + C_6 X_6 (*)$$

Từ phương trình (*) ta có:

$$S = X.C$$

Để hệ thống ổn định ta xác định C bằng phương pháp gán điểm cực. Sử dụng công cụ Matlab:

$$C = \text{place}(A, B, P)$$

Với A, B là các ma trận; $P = [p_1 \ p_2 \ p_3 \ p_4 \ p_5 \ p_6]$ chứa các điểm cực.

4.3. Điều khiển chống rung bằng bộ định dạng đầu vào

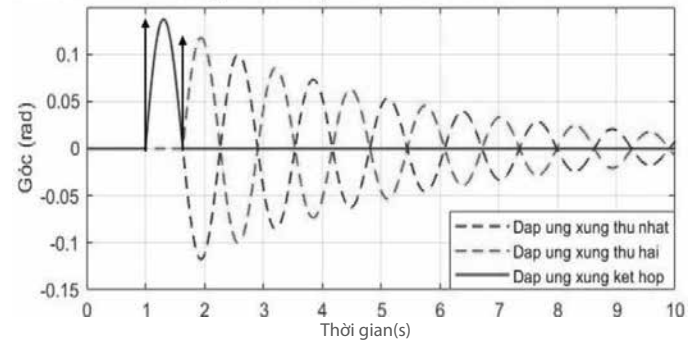
Một hệ tuyến tính, dao động bậc bất kỳ đều có thể biểu diễn dưới dạng tổng các dao động bậc hai tắt dần như phương trình sau:

$$G(s) = \sum_{i=1}^N \frac{K_{oi} \omega_{oi}^2}{s^2 + 2\omega_{oi} \xi_{oi} s + \omega_{oi}^2}$$

Xét một khâu dao động đơn thứ i, đáp ứng đầu ra của khâu dao động với đầu vào có dạng xung $u_o(t) = A_0 \delta(t - t_0)$ là:

$$y_{io} = \left[A_o \frac{K_{oi} \omega_{oi}}{\sqrt{1 - \xi_{oi}^2}} e^{-\xi_{oi} \omega_{oi} (t - t_0)} \right] \sin(\omega_{oi} \sqrt{1 - \xi_{oi}^2} (t - t_0))$$

Để đơn giản, ta xét với $N = 1$. Một xung thứ 2 có dạng $u_1(t) = A_1 \delta(t - t_1)$ tác động vào hệ sẽ có đáp ứng xung y_{11} để triệt tiêu đáp ứng xung y_{10} do xung thứ nhất gây ra từ thời điểm t_1 như được mô tả ở hình 2.



Hình 2. Đáp ứng kết hợp của hai xung

4. KẾT QUẢ MÔ PHỎNG

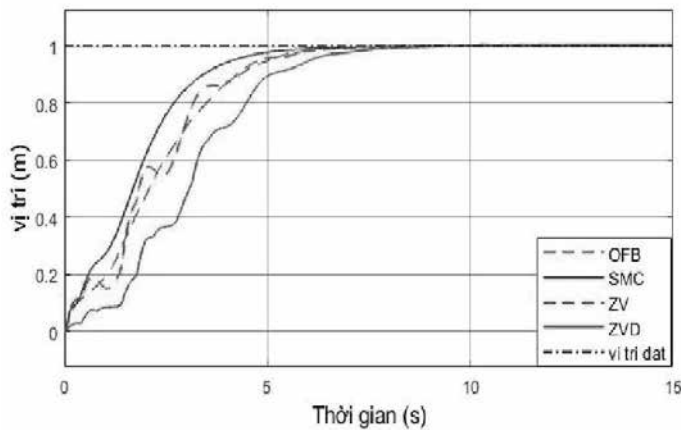
Bài viết sẽ so sánh kết quả mô phỏng khi sử dụng bộ điều khiển phản hồi đầu ra (OFB), khi sử dụng bộ điều khiển trượt (SMC), khi sử dụng bộ định dạng đầu vào hai xung (ZV) và khi sử dụng bộ định dạng đầu vào ba xung (ZVD). Thông số mô phỏng bài viết sử dụng như bảng 1.

Bảng 1. Thông số mô hình và các bộ điều khiển

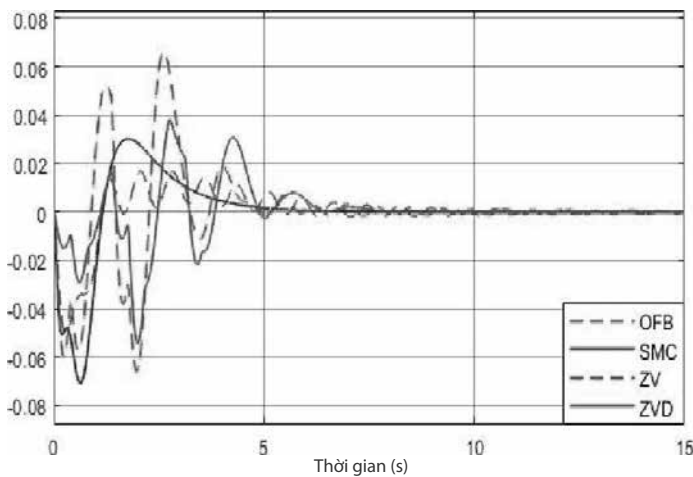
Thông số mô hình	$M_0 = 10\text{kg}$, $m_1 = 12\text{kg}$, $m_2 = 20\text{kg}$ $l_1 = 1,5\text{m}$, $m_2 = 0,5\text{m}$, $g = 9,81$
Thông số OFB	$K_p = 40$, $k_d = 90$, $\alpha = -0,05$
Thông số SMC	$n = 10$, $K = 1,5$ $P = [-1 \ -3 \ -6 \ -12 \ -15 \ -16]$
Thông số PID	$P = 0,078$; $D = 30,48$; $N = 100$
Thông số ZV	$ZV_{\omega 1} = \begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,5 \\ 0 & 2.1234 \end{bmatrix}$ $ZV_{\omega 2} = \begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,5 \\ 0 & 2.7194 \end{bmatrix}$
Thông số ZVD	$ZVD_{\omega 1} = \begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,25 & 0,5 & 0,25 \\ 0 & 2,1234 & 4,2486 \end{bmatrix}$ $ZVD_{\omega 2} = \begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,25 & 0,5 & 0,25 \\ 0 & 0,7194 & 1,4389 \end{bmatrix}$

Với tín hiệu đầu vào dạng bước nhảy, kết quả so sánh vị trí xe con của các phương pháp được chỉ ra ở hình hình 3. Còn kết quả so sánh góc dao động của móc và tải lần lượt được thể hiện ở hình 4 và hình 5.

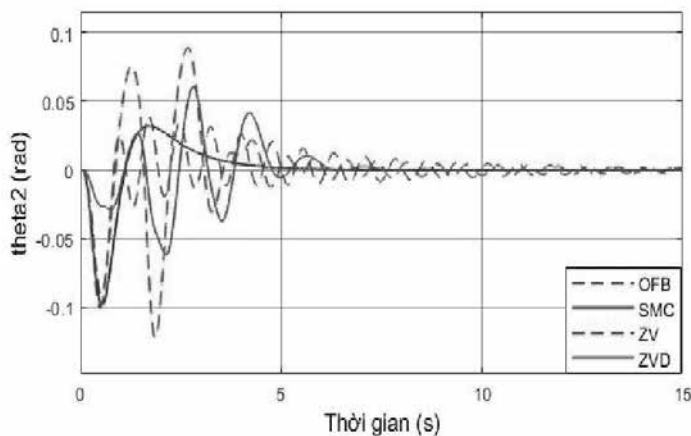
Để kiểm nghiệm tính bền vững của các bộ điều khiển trên ta áp dụng vào trường hợp: $l_1 = 2m$, $l_2 = 0,6m$ và $m_2 = 30kg$. Khi đó, kết quả so sánh vị trí xe con, góc dao động của móc và góc dao động của tải lần lượt chỉ ra ở các hình 6, hình 7 và hình 8.



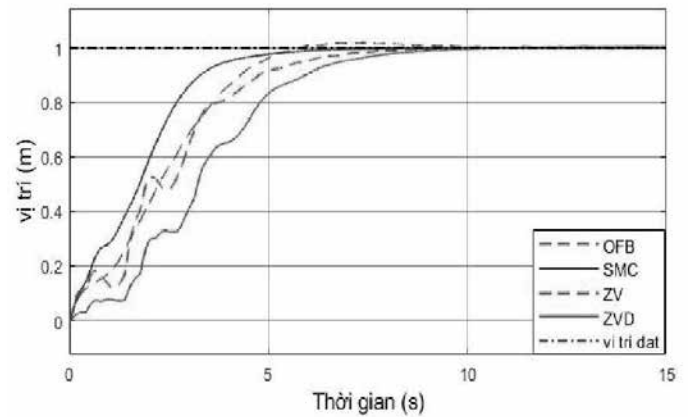
Hình 3. So sánh vị trí của xe con



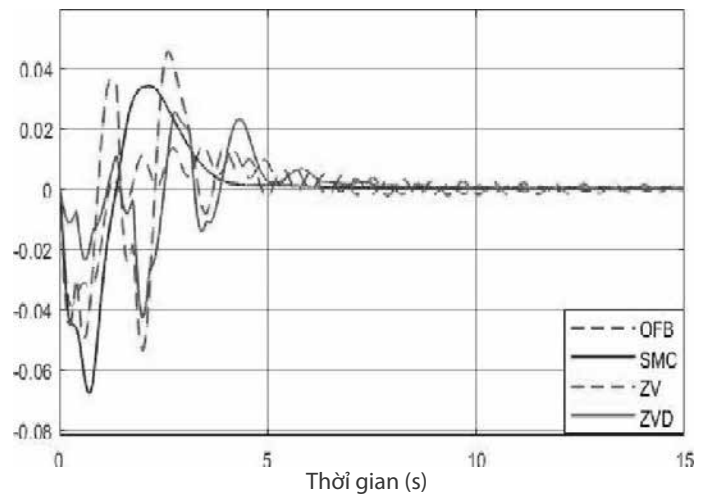
Hình 4. So sánh góc dao động của móc



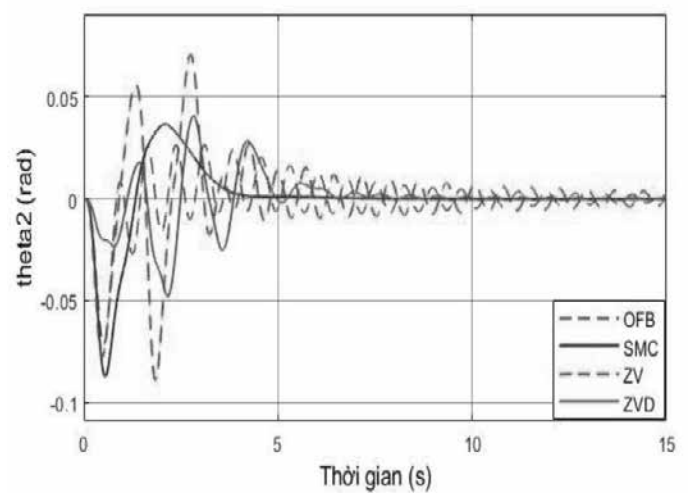
Hình 5. So sánh góc dao động của tải trọng



Hình 6. So sánh vị trí của xe con

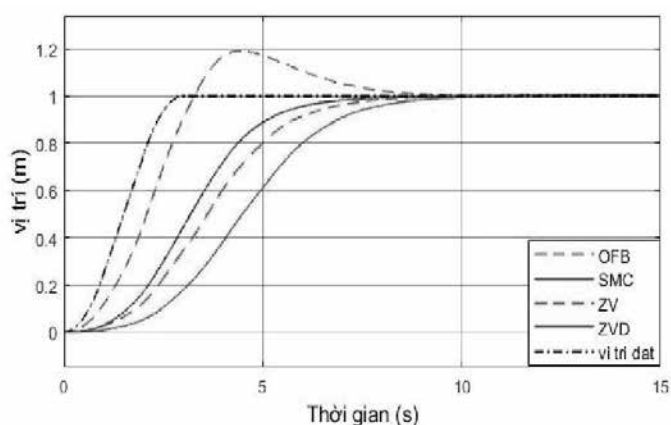


Hình 7. So sánh góc dao động của móc

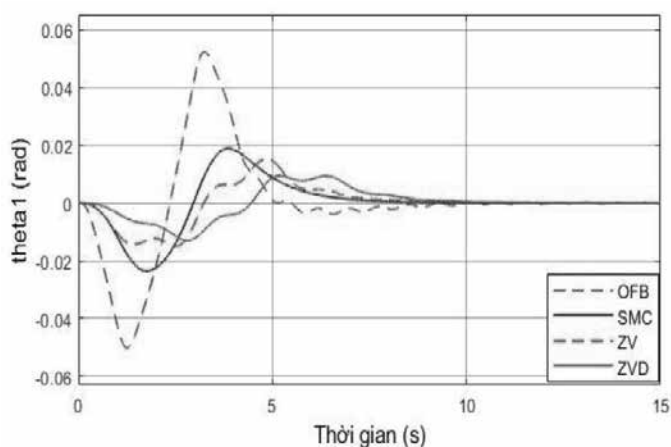


Hình 8. So sánh góc dao động của tải trọng

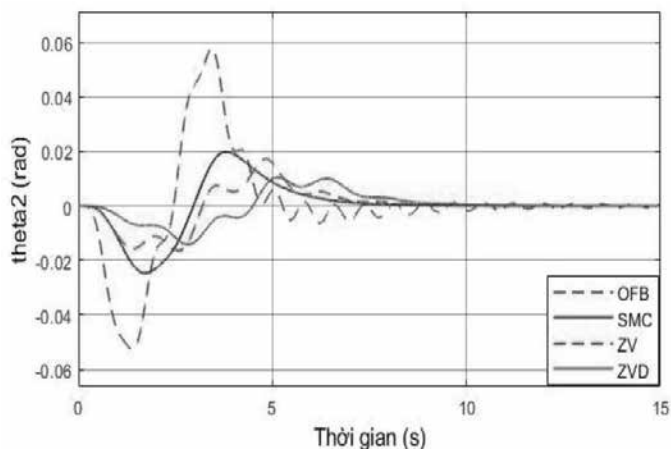
Bài viết cũng trình bày kết quả so sánh của các phương pháp khi thay đổi lượng đặt đầu vào như hình 9. Ta có kết quả so sánh vị trí xe con, góc dao động của móc và của tải lần lượt chỉ ra ở các hình 9, hình 10 và hình 11.



Hình 9. So sánh vị trí của xe con



Hình 10. So sánh góc dao động của móc



Hình 11. So sánh góc dao động của tải trọng

5. KẾT LUẬN VÀ PHƯƠNG HƯỚNG PHÁT TRIỂN

Qua các kết quả mô phỏng trên, ta có thể rút ra một số kết luận như sau.

- Cả ba bộ điều khiển đều có khả năng chống rung cho hệ thống cầu trục. Bộ điều khiển trượt có chất lượng chống rung tốt nhất và bền vững nhất, đáp ứng nhanh nhất. Bộ điều khiển phản hồi đầu ra có khả năng chống rung kém nhất trong ba bộ điều khiển, đáp ứng chậm hơn bộ điều khiển trượt nhưng nhanh và bền vững hơn bộ điều khiển tạo dạng tín hiệu đầu vào. Bộ điều khiển tạo dạng tín hiệu đầu vào có khả năng chống rung trung bình, khả

năng bền vững kém do là bộ điều khiển tiền định, đáp ứng cũng chậm hơn so với hai bộ điều khiển còn lại. Việc tăng tính bền vững của bộ điều khiển tạo dạng tín hiệu đầu vào sẽ bị trả giá bằng việc thời gian đáp ứng sẽ chậm đi.

Tuy nhiên xét về cấu trúc và độ phức tạp của bộ điều khiển thì có thể thấy bộ điều khiển trượt có cấu trúc phức tạp nhất, bộ tạo dạng tín hiệu đầu vào có cấu trúc đơn giản nhất. Bộ điều khiển phản hồi đầu ra cần đo các tín hiệu đầu ra gồm vị trí xe cầu, các góc dao động. Trong khi đó bộ điều khiển trượt cần phải đo thêm các tín hiệu trạng thái của hệ nữa ngoài việc đo đầu ra của hệ. Việc đo các biến trạng thái của hệ có thể khắc phục bằng cách sử dụng các bộ quan sát. Nhưng điều đó cũng làm tăng độ phức tạp của bộ điều khiển. Bộ điều khiển tạo dạng tín hiệu đầu vào thì chỉ cần thông tin về tần số dao động mà không cần đo các góc dao động. Do đó có thể nhận thấy việc triển khai bộ điều khiển tạo dạng tín hiệu đầu vào là đơn giản nhất và khả thi nhất, so sánh với hai bộ điều khiển phản hồi đầu ra và điều khiển trượt.

Như vậy có thể thấy là tùy vào yêu cầu về mức độ dập tắt dao động, khả năng triển khai các thuật toán điều khiển, khả năng lắp đặt các cảm biến đo lường mà ta cần chọn các thuật toán điều khiển phù hợp. Bài báo đã đưa ra các nhận xét về ưu nhược điểm của các phương pháp trong các phương diện về chất lượng điều khiển và khả năng triển khai trong thực tế. Trong tương lai, các tác giả sẽ tiến hành chi tiết hơn trên các hệ thống thực nghiệm và thực tế công nghiệp.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Abdel-Rahman, Eihab M., Ali H. Nayfeh, and Ziyad N. Masoud. "Dynamics and control of cranes: A review." *Journal of Vibration and control* 9, no. 7 (2003): 863-908.
- [2] Guo, W, Liu, D, Yi, J, Zhao, D "Passivity-based control for double-pendulum-type overhead cranes". In *Proceedings of the IEEE Region 10th Conference Analog and Digital Techniques in Electrical Engineering TENCON*, Chiang Mai, Thailand, 24 November 2004, pp. 546-549.
- [3] Sun N, Fang YC, Chen H, Lu B. "Amplitude- Saturated Nonlinear Output Feedback Antiswing Control for Underactuated Cranes with DoublePendulum Cargo Dynamics," *IEE Trans Ind Electron*, 2017, 64(3): 2135-2146.
- [4] L. A. Tuan and S-G Lee, "Sliding mode controls of double-pendulum crane systems," *J. Mech. Sci. Technol.*, vol.27, no.6, pp, 1863-1873, June 2013.
- [5] J. Yi, D. Quian, "Hierarchical Sliding Mode Control for Under-actuated Cranes," Berlin Springer, 2015.
- [6] Dong Y, Wang Z, Feng Z, Cheng J, 'Incremental sliding mode control for doublependulum-type overhead crane system, ". In: *Proceedings of 27th Chinese Control Conference*, Kunming, China, 2008, pp. 368-371.
- [7] Garrido S, Abderrahim M, Giménez A, Diez R, Balaguer C. "Anti-swing input shaping control of an automatic construction crane". *IEEE Trans Sci Eng*, 2008, 5(3): 549-557.
- [8] Singhose W, Kim D, Kenison M. "Input shaping control of double-pendulum bridge crane oscillation." *J Dyn Syst Meas Control-Trans ASME*, 2008, 130(3).
- [9] Dianwei Qian "Anti-swing Control for Cranes (Design and Implementation using Matlab)", De Gruyter, 2017.
- [10] Nguyễn Phùng Quang, "Matlab & Simulink dành cho kỹ sư điều khiển tự động", NXB Khoa học và Kỹ thuật Hà Nội, 2006.