

# Khảo sát khả năng kháng cắt của sàn phẳng bê tông cốt thép bằng phương pháp mô phỏng

## Investigate the punching shear resistance capacity of reinforced concrete slab by simulation method

> VŨ CÔNG ANH<sup>1</sup>, ĐÀO CÔNG BÌNH<sup>1</sup>, MAI VIỆT CHINH<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Học viện Kỹ thuật Quân sự, Email: [daocongbinh@lqdtu.edu.vn](mailto:daocongbinh@lqdtu.edu.vn), [maivietchinh@lqdtu.edu.vn](mailto:maivietchinh@lqdtu.edu.vn)

### TÓM TẮT:

Bài báo nghiên cứu khả năng kháng cắt của sàn phẳng bê tông cốt thép bằng phương pháp mô phỏng. Dựa trên mô hình phá hoại dẻo của bê tông (Concrete damaged plasticity model), mô hình mô phỏng được xây dựng trên nền tảng phần mềm Abaqus. Mô hình đã được xác minh độ tin cậy qua việc so sánh với các kết quả thí nghiệm đã được công bố. Từ đó, các nghiên cứu tham số được mở rộng để khảo sát ảnh hưởng của cường độ bê tông và cường độ thép đến khả năng kháng cắt thủng của sàn phẳng bê tông cốt thép. Kết quả mô phỏng cũng được so sánh với giá trị lực cắt từ công thức có sẵn trong các tiêu chuẩn ACI 318 và Eurocode 2.

**Từ khóa:** Kháng cắt; sàn phẳng bê tông cốt thép; phá hoại giòn; mô hình phá hoại dẻo

### ABSTRACT

The article studies the punching shear capacity of reinforced concrete slabs by simulation method. Based on the Concrete Damage Plasticity (CDP) constitute model, the simulation model is established in the Abaqus software. The simulation model was verified by the comparison of punching shear tests. The parametric studies were implemented to investigate the effect of concrete and steel strength on the punching shear resistance capacity of the reinforced concrete slab. The punching shear resistance capacity of reinforced concrete slab was also calculated by the formulas proposed by available standards.

**Keywords:** RC slab; punching shear; brittle failure; concrete damaged plasticity model

### 1. ĐẶT VẤN ĐỀ

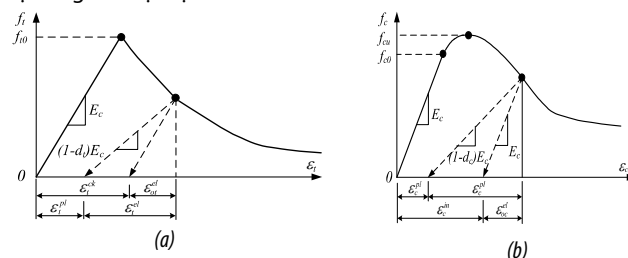
Trong xây dựng dân dụng, hệ kết cấu sàn phẳng bê tông cốt thép (BTCT) được sử dụng tương đối phổ biến vì những lợi ích mà nó mang lại. Bản sàn được kê trực tiếp lên đầu cột cho phép tăng chiều cao tầng, thuận lợi cho bố trí các hệ thống kỹ thuật và sử dụng không gian linh hoạt hơn. Hệ kết cấu này cũng dễ dàng trong việc chế tạo cốt pha tạm lớn, từ đó tạo được độ phẳng không gian trần cho trần và tăng tốc độ thi công công trình. Tuy nhiên, một trong những vấn đề quan trọng nhất trong thiết kế sàn phẳng là sự tập trung ứng suất xung quanh vị trí giao nhau của sàn - cột, vị trí có thể dẫn đến phá hủy do cắt [1]. Liên quan đến chủ đề này, một số nghiên cứu thực nghiệm đã được thực hiện, có thể kể đến như của Muttoni [2], Belletti và cộng sự [3], Đặng Công Thuật [4], Oukail [5], Yang [6].

Mặc dù cách tiếp cận bằng thực nghiệm đóng vai trò rất quan trọng để nghiên cứu khả năng kháng cắt (KC) của sàn phẳng BTCT, tuy nhiên phương pháp này vẫn có nhược điểm là giá thành cao đi cùng các yêu cầu kỹ thuật khắt khe. Bài viết hiện tại nhằm mục đích khảo sát khả năng chống cắt của sàn phẳng BTCT bằng phương pháp mô phỏng. Sức mạnh tính toán của các phần mềm tiên tiến tạo điều kiện thuận lợi cho việc sử dụng phương pháp số và do đó khắc phục được những nhược điểm của phương pháp thực nghiệm truyền thống.

### 2. MÔ HÌNH VẬT LIỆU

Bê tông là vật liệu giòn, không đồng nhất và thể hiện ứng xử phức tạp không đàn hồi phi tuyến tính dưới các trạng thái ứng suất

đa trục [7]. Để nắm bắt được các hành vi này, việc lựa chọn mô hình phù hợp để mô hình hóa vật liệu bê tông là rất quan trọng. Mô hình phá hoại dẻo của bê tông (Concrete Damaged Plasticity Model - CDP model) được coi là một trong những mô hình phù hợp nhất để mô phỏng vật liệu bê tông. Mô hình này được đề xuất bởi Lubliner [8], sau đó được phát triển bởi Lee và Fenves [9]. Mô hình CDP giả định hai cơ chế hư hỏng chính của bê tông là nứt do kéo và nén. Sự phát triển của bề mặt chảy dẻo (hoặc hư hỏng) được kiểm soát bởi độ cứng của vật liệu.



Hình 1. Quan hệ ứng suất - biến dạng của bê tông dưới ứng suất kéo (a) và nén (b) theo mô hình CDP

Hình 1 thể hiện đường ứng suất biến dạng khi kéo và nén của mô hình CDP. Đường cong ứng suất - biến dạng được giả định là đàn hồi tuyến tính đến khi đạt đến giá trị  $f_{t0}$  (kéo) và  $f_{c0}$  (nén). Ứng suất của phần tử bê tông  $f_t$  và  $f_c$  được xác định trên đường cong ứng suất biến dạng theo công thức:

$$f_t = E_c \cdot (\varepsilon_t - \varepsilon_t^{pl}) \cdot (1 - d_t) \quad (1)$$

$$f_c = E_c \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_c^{pl}) \cdot (1 - d_c) \quad (2)$$

Trong đó:  $E_c$  là mô đun đàn hồi của bê tông;

$\varepsilon_t, \varepsilon_c$  là biến dạng kéo và nén của phần tử;

$\varepsilon_t^{pl}, \varepsilon_c^{pl}$  là biến dạng dẻo khi kéo và nén;

$d_t$  và  $d_c$  là các biến thiết hại xác định sự suy giảm của cường độ.

Để xác định mặt phẳng phá hoại, ứng suất kéo hữu hiệu  $\bar{f}_t$  và ứng suất nén hữu hiệu  $\bar{f}_c$  của bê tông có thể được tính theo công thức:

$$\bar{f}_t = \frac{f_t}{1 - d_t} = E_c \cdot (\varepsilon_t - \varepsilon_t^{pl}) \quad (3)$$

$$\bar{f}_c = \frac{f_c}{1 - d_c} = E_c \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_c^{pl}) \quad (4)$$

Mối quan hệ của biến dạng nứt và biến dạng dẻo có thể được biểu thị bằng công thức:

$$\varepsilon_t^{pl} = \varepsilon_t^{ck} - \frac{d_t}{1 - d_t} \cdot \frac{f_t}{E_0}$$

$$\varepsilon_c^{pl} = \varepsilon_c^{ck} - \frac{d_c}{1 - d_c} \cdot \frac{f_c}{E_0}$$

Trong đó:  $\varepsilon_t^{pl}, \varepsilon_c^{ck}$  tương trưng cho biến dạng nứt khi kéo và nén.

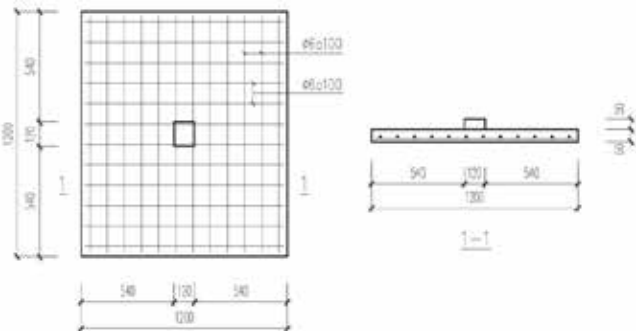
Các biến dạng này có thể nhận được bằng tổng biến dạng trừ đi biến dạng đàn hồi tương ứng.

Trong ABAQUS, mô hình CDP được thực hiện thực hiện thông qua các tham số: tỉ số giữa cường độ nén hai trục với cường độ nén một trục  $\sigma_{bo}/\sigma_{co}$ , thông số đại diện cho dạng phá hoại  $k_c$ , góc giãn nở  $\phi$ , độ lệch tâm  $\epsilon$ , tham số độ nhớt và đường cong biến dạng của vật liệu, như minh họa trên bảng 1.

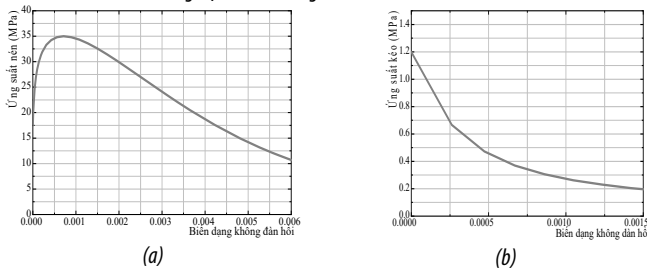
Bảng 1. Các tham số của mô hình CDP trong ABAQUS [10,11]

| Thông số                  | Giá trị |
|---------------------------|---------|
| $\sigma_{bo}/\sigma_{co}$ | 1,16    |
| $k_c$                     | 0,67    |
| $\phi$                    | 31°     |
| $\epsilon$                | 0,1     |
| viscosity                 | 0       |

### 3. XÁC MINH TÍNH HỢP LỆ CỦA MÔ HÌNH SỐ

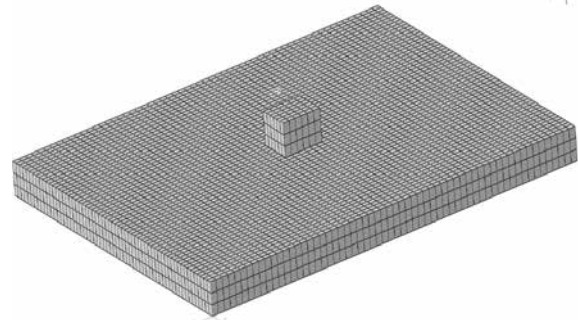


Hình 2. Mô hình thí nghiệm của Jahangir Alam [12]

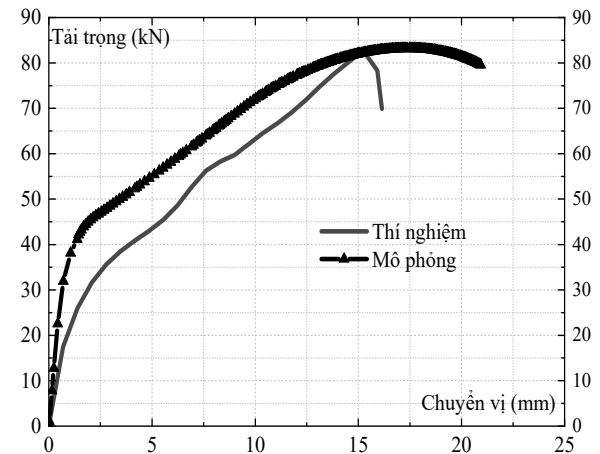


Hình 3. Đường cong ứng suất-biến dạng khi nén (a) và kéo (b) với bê tông C35

Để bảo độ tin cậy của kết quả phân tích, mô hình số cần được xác minh thông qua các kết quả thí nghiệm đã được công bố. Jahangir Alam đã tiến hành thí nghiệm để kiểm tra khả năng chống cắt của sàn phẳng BTCT [12]. Hình 2 cho thấy hình dạng của tấm phẳng BTCT trong thí nghiệm của Jahangir Alam. Tấm bê tông có kích thước 1,2m x 1,2m x 0,05m. Các lớp thép đường kính D6 bố trí theo phương ngang và dọc đặt cách nhau 100mm. Một cột ngắn 120mm x 120mm x 50mm được đặt ở giữa tấm. Vật liệu bê tông có cường độ nén  $f_c = 35\text{MPa}$  và mô đun đàn hồi  $E = 29780\text{MPa}$ . Thép thanh có cường độ chảy  $f_y = 421\text{MPa}$  và mô đun đàn hồi  $E_s = 200\text{e}^3\text{MPa}$ . Hình 3 mô tả quan hệ ứng suất-biến dạng của bê tông C35 dùng trong mô phỏng. Lưới kích thước 2cm cho các phần tử thống nhất trong cả mô hình đảm bảo độ chính xác của kết quả cũng như tiết kiệm thời gian tính toán, được thể hiện trên hình 4.



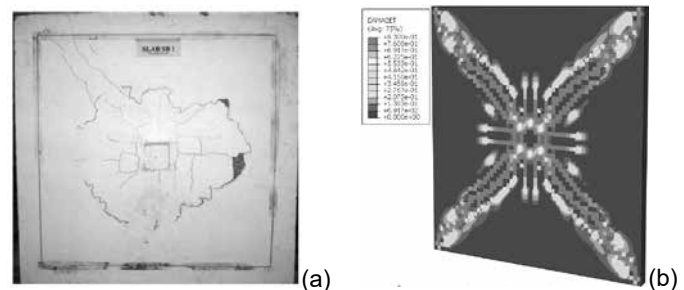
Hình 4. Chia lưới phần tử của mô hình số



Hình 5. Đường cong tải trọng-chuyển vị theo thí nghiệm và mô phỏng

Bảng 2. So sánh kết quả thí nghiệm của Alam và mô phỏng

| Trường hợp | Lực cắt lớn nhất (kN) | Chênh lệch (%) |
|------------|-----------------------|----------------|
| Alam       | 81,75                 | //             |
| Mô phỏng   | 82,80                 | 1,3            |



Hình 6. Mô hình phá hoại do cắt theo thí nghiệm (a) và mô phỏng (b)

Hình 5 thể hiện đường cong tải trọng - độ võng tại giữa bản theo thí nghiệm của Alam và mô phỏng. Khả năng kháng cắt trong mô hình mô phỏng là 82,8kN tương ứng với độ võng 17mm trong khi kết quả thu được từ thử nghiệm là 81,75kN tại độ võng 15,2mm. Bảng 2 cho thấy sự chênh lệch về khả năng kháng cắt trong thử nghiệm và mô phỏng. Sự khác biệt giữa kết quả mô phỏng và thử nghiệm là 1,3%.

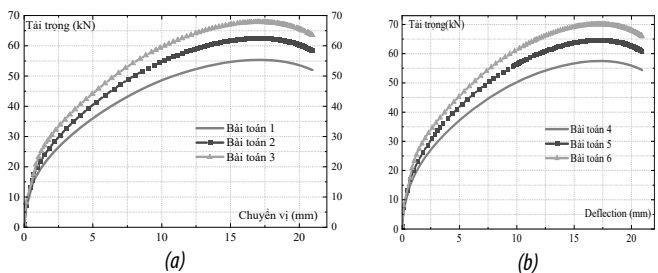
Hình 6 cho thấy mô hình phá hoại do cắt theo thử nghiệm và mô phỏng. Các vết nứt được hình thành xung quanh vị trí giao nhau giữa bản sàn - cột và lan rộng về các góc. Các kết quả trên cho thấy sự phù hợp tốt giữa kết quả thí nghiệm và mô phỏng. Mô hình mô phỏng đảm bảo độ tin cậy để thực hiện các nghiên cứu tiếp theo.

#### 4. CÁC NGHIÊN CỨU THAM SỐ MỞ RỘNG

Trong mục này, các nghiên cứu tham số được thực hiện để khảo sát ảnh hưởng của cường độ bê tông và cường độ thép đến khả năng kháng cắt của sàn phẳng BTCT. Các kích thước hình học của mô phỏng giống như trong mô hình đã được xác minh ở mục 3. Vật liệu bê tông được thay đổi với 3 trường hợp cấp độ bền B20, B25 và B30. Vật liệu thép được thay đổi với 2 trường hợp dùng thép CB240T và CB300T.

Bảng 3. Các bài toán khảo sát

| Bài toán | Vật liệu bê tông | Vật liệu thép |
|----------|------------------|---------------|
| 1        | B20              | CB240T        |
| 2        | B25              | CB240T        |
| 3        | B30              | CB240T        |
| 4        | B20              | CB300T        |
| 5        | B25              | CB300T        |
| 6        | B30              | CB300T        |



Hình 7. Đường cong tải trọng-chuyển vị khi thay đổi cường độ bê tông

Bảng 4. So sánh khả năng kháng cắt của sàn BTCT (thay đổi cường độ bê tông, cốt thép CB240T)

| Bài toán          | 1    | 2    | 3    |
|-------------------|------|------|------|
| Khả năng KCT (kN) | 55,4 | 62,4 | 67,9 |
| Thay đổi (%)      | 0    | 13   | 23   |

Bảng 5. So sánh khả năng kháng cắt của sàn BTCT (thay đổi cường độ bê tông, cốt thép CB300T)

| Bài toán         | 4    | 5    | 6  |
|------------------|------|------|----|
| Khả năng KC (kN) | 57,5 | 64,6 | 70 |
| Thay đổi (%)     | 0    | 12   | 22 |

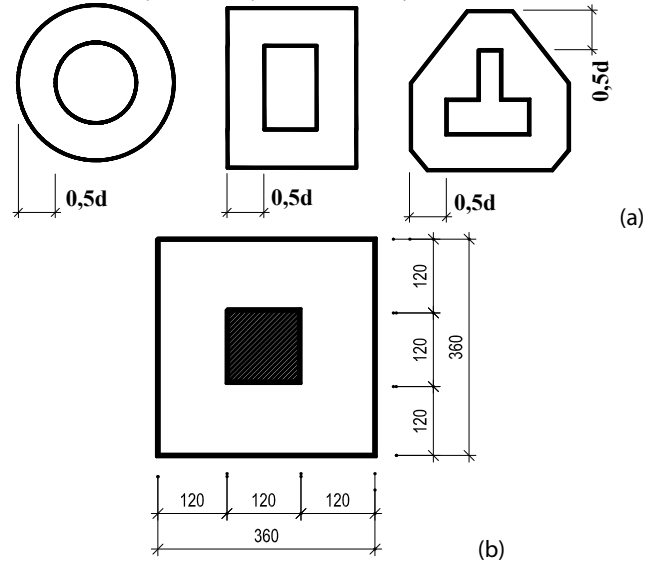
Hình 7 minh họa đường cong tải trọng kháng cắt - chuyển vị của tấm BTCT khi thay đổi cường độ của bê tông. Bảng 4 và 5 so sánh khả năng kháng cắt của các trường hợp nghiên cứu. Kết quả cho thấy khả năng kháng cắt của sàn BTCT tăng từ 12% đến 23% khi cường độ chịu nén của bê tông tăng từ 15MPa lên 22MPa. Rõ ràng, việc tăng cường độ bê tông ảnh hưởng đáng kể đến khả năng kháng cắt của sàn BTCT.

Theo ACI 318-2014 [13], khả năng kháng cắt của sàn phẳng

BTCT  $P_u$  không có cốt thép chịu cắt có thể được xác định theo công thức:

$$P_u = v_c \cdot b_o \cdot d \quad (7)$$

Trong đó  $v_c$  là cường độ kháng cắt của bê tông ở trạng thái giới hạn;  $b_o$  là chu vi mặt cắt tối hạn, như minh họa trên hình 8;



Hình 8. Chu vi mặt cắt tối hạn theo ACI 318 (a); áp dụng cho mặt cắt cột tiết diện vuông 120mm x 120mm

$d$  là chiều cao làm việc của sàn phẳng BTCT.

Cường độ kháng cắt  $v_c$  đối với bản phẳng BTCT không bố trí cốt đai được xác định theo giá trị nhỏ nhất trong các giá trị sau:

$$v_c = \frac{[(\alpha_s \cdot d / b_o) + 2] \sqrt{f_c}}{12} \quad (8)$$

$$v_c = \frac{\left(0,5 + \frac{2}{\beta_c}\right) \sqrt{f_c}}{6} \quad (9)$$

$$v_c = \frac{\sqrt{f_c}}{3} \quad (10)$$

Trong đó  $\alpha_s = 40$  đối với cột bên trong;

$\beta_c$  là tỷ số giữa cạnh dài và cạnh ngắn của cột.

$f_c$  là cường độ chịu nén của bê tông. Giá trị  $f_c$  được quy đổi từ giá trị cường độ tính toán chịu nén  $R_b$  theo TCVN 5574-2018 [14]. Công thức gần đúng quy đổi từ cường độ tính toán chịu nén  $R_b$  (theo tiêu chuẩn TCVN) sang giới hạn nén  $f_c$  (theo tiêu chuẩn ACI):

$$R_b = 0,85 \cdot f_c \cdot 0,9 = 0,765 \cdot f_c \quad (11)$$

Trong đó  $\varphi = 0,9$  là hệ số giảm cường độ, lấy theo tiêu chuẩn ACI-318.

Bảng 6. Cường độ chịu cắt của sàn phẳng BTCT với bê tông B20

| $\alpha_s$ | d (mm) | $b_o$ (mm) | $\beta_c$ | $V_{c1}$ (MPa) | $V_{c2}$ (MPa) | $V_{c3}$ (MPa) |
|------------|--------|------------|-----------|----------------|----------------|----------------|
| 40         | 50     | 720        | 1         | 1.54           | 1.6            | 1.3            |

Cường độ kháng cắt đối với bản sử dụng bê tông B20 được tính toán trong bảng 6, là giá trị nhỏ nhất trong 3 giá trị  $V_{c1}$ ,  $V_{c2}$ ,  $V_{c3}$ . Khi đó khả năng chịu cắt của sàn phẳng BTCT tính theo công thức (3):

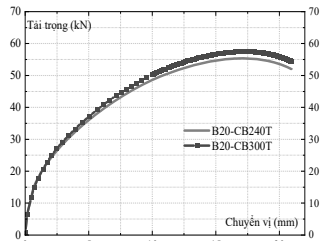
$$P_u = 1,3 \cdot 720 \cdot 50 = 46800 \text{ N} = 46,8 \text{ kN}$$

Bảng 7. So sánh khả năng kháng cắt (KC) giữa mô phỏng và các tiêu chuẩn thiết kế

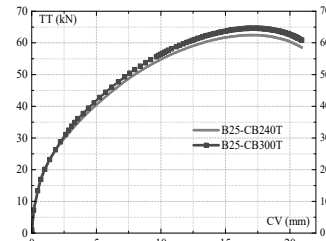
| PP tính          | Mô phỏng | TCVN 5574-2018 | ACI -318 | EC-2 |
|------------------|----------|----------------|----------|------|
| Khả năng KC (kN) | 55,4     | 37,8           | 46,8     | 43,9 |
| Chênh lệch (%)   | 0        | 0              | 15%      | 20%  |

Bằng phương pháp tương tự, khả năng kháng cắt của sàn phẳng BTCT cũng được tính toán theo TCVN 5574-2018 [14] và Eurocode 2 [15]. Bảng 7 so sánh khả năng kháng cắt giữa mô phỏng và các tiêu chuẩn thiết kế. Có thể thấy khả năng kháng cắt của sàn phẳng BTCT theo mô phỏng lớn hơn các giá trị thu được từ các công thức đề xuất của TCVN 5574, ACI 318 và Eurocode 2. Sự chênh lệch này có thể được giải thích do ảnh hưởng của tương tác giữa cốt thép dọc và bê tông lên cường độ kháng cắt của bản. Mô phỏng của Abaqus, tương tác giữa cốt thép và bê tông được áp dụng bằng phương pháp nhúng (Embedded interaction). Ngược lại, trong công thức đề xuất của các tiêu chuẩn, khả năng kháng cắt chỉ phụ thuộc vào cường độ bê tông và các thông số hình học, mà không xét đến sự tương tác này.

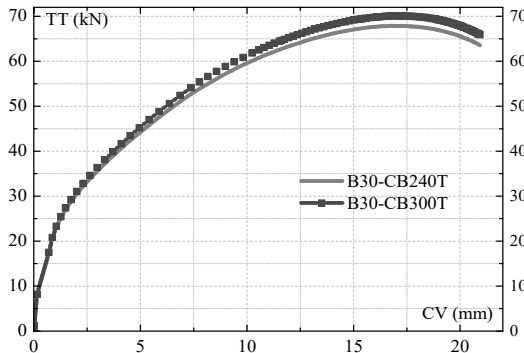
Hình 9, 10, 11 thể hiện đường cong tải trọng - chuyển vị của sàn bê tông cốt thép dưới lực cắt tới hạn khi thay đổi cường độ vật liệu thép ứng với 3 loại bê tông có cấp độ bền là B20, B25 và B30. Bảng 8, 9, 10 tóm tắt giá trị khả năng kháng cắt thu được từ kết quả phân tích số. Có thể thấy, khi tăng cường độ thép dọc, khả năng chịu cắt của sàn bê tông cốt thép tăng từ 3% đến 3,8%. Từ các kết quả trên có thể rút ra nhận xét: khả năng kháng cắt của sàn BTCT thay đổi không đáng kể khi tăng cường độ của cốt thép dọc chịu lực.



Hình 9. Đường cong tải trọng - chuyển vị khi thay đổi cường độ của thép (cùng thông số bê tông B20)



Hình 10. Đường cong tải trọng - chuyển vị khi thay đổi cường độ của thép (cùng thông số bê tông B25)



Hình 11. Đường cong tải trọng - chuyển vị khi thay đổi cường độ của thép (cùng thông số bê tông B30)

Bảng 8. So sánh khả năng kháng cắt trên đồ thị hình 8

| Mô hình                | B20, CB240T | B20, CB300T |
|------------------------|-------------|-------------|
| Khả năng chịu cắt (KN) | 55.4        | 57.5        |
| Gia tăng (%)           | 0           | 3,8%        |

Bảng 9. So sánh khả năng kháng cắt trên đồ thị hình 9

| Mô hình                | B25, B240-T | B25, CB300-T |
|------------------------|-------------|--------------|
| Khả năng chịu cắt (KN) | 62,4        | 64,6         |
| Gia tăng (%)           | 0           | 3,2%         |

Bảng 10. So sánh khả năng kháng cắt trên đồ thị hình 10

| Mô hình                | B30, CB240-T | B30, CB300-T |
|------------------------|--------------|--------------|
| Khả năng chịu cắt (KN) | 67,9         | 70           |
| Gia tăng (%)           | 0            | 3%           |

## 5. KẾT LUẬN

Bài báo khảo sát ảnh hưởng của cường độ bê tông và cốt thép đến khả năng kháng cắt của sàn phẳng bê tông cốt thép bằng phương pháp mô phỏng. Dựa trên các kết quả đã đạt được, các kết luận sau đây có thể được rút ra:

1. Bằng việc so sánh với kết quả thực nghiệm, mô hình số xây dựng trên nền tảng mô hình vật liệu phá hoại dẻo của bê tông (CDP) chứng minh độ tin cậy để dự đoán khả năng kháng cắt của sàn phẳng bê tông cốt thép.

2. Khả năng kháng cắt của sàn phẳng BTCT theo các công thức đề xuất trong các tiêu chuẩn TCVN 5574-2018, ACI 318 và Eurocode 2 nhỏ hơn khả năng chịu lực thực tế. Điều này được cho là do các tiêu chuẩn thiết kế đã bỏ qua ảnh hưởng tương tác giữa bê tông và cốt thép dọc đến khả năng kháng cắt của bản sàn.

3. Sự tăng cường độ bê tông giúp tăng cường đáng kể khả năng kháng cắt của sàn phẳng. Ngược lại, cường độ thép dọc chịu lực cho thấy ảnh hưởng không đáng kể đến khả năng kháng cắt của sàn phẳng BTCT.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Valivonis, J., Skuturna, T., Daugevičius, M., Šneideris, A. (2017). Punching shear strength of reinforced concrete slabs with plastic void formers. *Construction and Building Materials*, Vol 145, pp.518–27.
- [2] Muttoni, A. (2008). Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs without Transverse Reinforcement. *ACI Structural Journal* 105.
- [3] Belletti, B., Muttoni, A., Ravasini, S., Vecchi, F., 2019. Parametric analysis on punching shear resistance of reinforced-concrete continuous slabs. *Magazine of Concrete Research*, Vol. 71, Issue 20, pp.1083–96.
- [4] Đặng, C.T. (2017). Nghiên cứu thực nghiệm khả năng chống chọc thủng của sàn phẳng bê tông cốt thép được gia cường bởi cốt sợi kim loại vô định hình. *Khoa Học & Công Nghệ Việt Nam*, số 20/9, tr13–7.
- [5] Oukaili, N., Al-Gasham, T. (2014). Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Flat Plates with Openings. *University of Baghdad Engineering Journal* Vol.20, pp.1–20.
- [6] Yang, J.-M., Yoon, Y.-S., Cook, W., Mitchell, D. (2010). Punching Shear Behavior of Two-Way Slabs Reinforced with High-Strength Steel. *ACI Structural Journal*, Vol 107, pp.468–75.
- [7] Babu, R., Benipal, G., Singh, A., (2005). Constitutive modeling of concrete: An overview. *Aian Journal of civil engineering*, vol 6, pp. 211–46.
- [8] Lubliner, J., Oliver, J., Oller, S., Oñate, E., (1989). A plastic-damage model for concrete. *International Journal of Solids and Structures* 25(3), pp. 299–326.
- [9] Lee, J., Fenves, G.L., (1998). Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures. *Journal of Engineering Mechanics* 124(8), pp. 892–900.
- [10] Hafezoghori, M., Hejazi, F., Vaghei, R., Jaafar, M., Karimzadeh, K., 2017. Simplified Damage Plasticity Model for Concrete. *Structural Engineering International* 27, pp. 68–78
- [11] Dassault Systèmes Simulia Corp., 2016. Simulia. ABAQUS 6.14 user's manuals.
- [12] Jahangir Alam, A.K.M., (1997). Punching shear behaviour of shear reinforced concrete slabs.
- [13] ACI Committee 318., (2014). Building Code Requirements for Structural Concrete.
- [14] 2018. TCVN 5574 - 2018, Kết cấu bê tông và bê tông cốt thép - Tiêu chuẩn thiết kế.
- [15] 2005. Eurocode 2, Design of Concrete Structures, Part 1–6, General Rules and Rules for Buildings, European Committee for Standardization. vol. 1.