

ANALYZING SURFACE FLOW BEHAVIOR BY OPTICAL-FLOW ALGORITHM AND AN APPLICATION FOR FLOW ON DELTA WING

Le Dinh Anh¹, Tran The Hung^{2*}

¹School of Aerospace Engineering, University of Engineering and Technology, Vietnam National University, Hanoi

²Le Quy Don Technical University

ARTICLE INFO		ABSTRACT
Received:	11/7/2022	Surface flow visualization around flying objects plays an important role in evaluating the efficiency of the design process. In previous studies, traditional oil flow visualization technique was mainly used for visualizing flow. In this approach, oil is mixed with pigments, such as titanium dioxide is painted on the surface. The flow phenomena on the surface are discussed based on the image taken after the wind tunnel test and no data processing technique is applied. This study presents a data processing algorithm for visualizing flow on the surface. Experimental setup, evaluation, and the algorithm are presented. The algorithm is applied for analyzing surface flow on a low-aspect-ratio wing and a delta wing. The processing results indicate that the method shows high efficiency in extracting flow on the surface of models. The locations of separation, reattachment, and secondary separation are presented. The difference in flow between the two models is also shown in detail. The results of the present study provide a good reference for further numerical simulation.
Revised:	05/8/2022	
Published:	05/8/2022	
KEYWORDS		
Flow visualization		
Skin-friction fields		
Delta wing		
Separation flow		
Reattachment flow		

PHÂN TÍCH DÒNG CHẢY TRÊN BỀ MẶT BẰNG XỬ LÝ ẢNH VÀ ỨNG DỤNG TRONG XÁC ĐỊNH TRƯỜNG MA SÁT TRÊN BỀ MẶT CÁNH TAM GIÁC

Lê Đình Anh¹, Trần Thế Hùng^{2*}

¹Viện Công nghệ Hàng không vũ trụ, Trường Đại học Công nghệ, Đại học Quốc gia Hà Nội

²Trường Đại học Kỹ thuật Lê Quý Đôn

THÔNG TIN BÀI BÁO		TÓM TẮT
Ngày nhận bài:	11/7/2022	Hiện thị dòng chảy quanh vật thể bay có vai trò quan trọng, giúp đánh giá hiệu quả của thiết kế. Trong các nghiên cứu trước đây, phương pháp truyền thống chủ yếu được sử dụng trong mô phỏng dòng chảy. Trong cách tiếp cận này, dầu được trộn lẫn với chất tạo màu, như ô xit ti tani, được phủ trên bề mặt. Các hiện tượng dòng chảy trên bề mặt vật thể được thảo luận dựa vào ảnh chụp sau quá trình thí nghiệm, và không có thuật toán xử lý nào được áp dụng. Nghiên cứu trình bày thuật toán xử lý dữ liệu trong hiện thị dòng chảy trên bề mặt. Bố trí thí nghiệm, đánh giá và thuật toán xử lý dữ liệu được trình bày. Thuật toán được ứng dụng nhằm phân tích dòng chảy trên cánh có độ giãn dài nhỏ và cánh dạng tam giác. Các kết quả tính toán cho thấy phương pháp cho hiệu quả tốt trong hiện thị đặc trưng dòng chảy trên bề mặt mô hình. Vị trí tách, hợp dòng, tách dòng thứ cấp cũng được mô tả cụ thể. Các kết quả của nghiên cứu cung cấp dữ liệu tham khảo quan trọng cho nghiên cứu mô phỏng số sau này.
Ngày hoàn thiện:	05/8/2022	
Ngày đăng:	05/8/2022	
TỪ KHÓA		
Hiện thị dòng chảy		
Ma sát bề mặt		
Cánh tam giác		
Tách dòng		
Hợp dòng		

DOI: <https://doi.org/10.34238/tnu-jst.6251>

* Corresponding author. Email: tranthehung_k24@lqdtu.edu.vn

1. Giới thiệu

Nghiên cứu hiện tượng dòng chảy trên bề mặt vật có vai trò quan trọng trong tự nhiên và kỹ thuật. Thông qua cấu trúc dòng chảy, có thể đánh giá được lực, mô men và ứng suất tác dụng lên mô hình. Từ đó cho phép đề xuất các biện pháp kiểm soát dòng chảy phù hợp. Các hiện tượng dòng chảy quanh mô hình như dòng chảy nước qua trụ cầu, dòng chảy chất khí qua các tòa nhà cao tầng, hoặc dòng chảy quanh các thiết bị chuyển động như ô tô, đạn pháo, máy bay, tên lửa, thường tương đối phức tạp với đặc trưng chảy rối cao [1]. Phân tích đặc trưng cấu trúc dòng chảy có vai trò quan trọng trong hướng tới tối ưu hóa thiết kế và giảm thiểu tác động lên mô hình [2].

Với vai trò trên, nghiên cứu cơ học chất lưu ngày nay có đóng góp lớn cho thiết kế và xây dựng mô hình. Thông thường phương pháp nghiên cứu có thể bao gồm phương pháp tính toán mô phỏng số hoặc thực nghiệm. Mặc dù các giá trị chỉ là định tính, mô phỏng số đóng góp lớn trong quá trình nghiên cứu và xây dựng mô hình ban đầu. Trần Thế Hùng và cộng sự [3]–[7], nghiên cứu dòng chảy trên mô hình đuôi vát chỉ ra rằng, khi mô hình mô phỏng số phù hợp được lựa chọn, các kết quả tính toán tương đối đồng nhất với thực nghiệm. Lê Đình Anh và cộng sự cũng cho thấy mô hình mô phỏng số rất hiệu quả trong nghiên cứu dòng hai pha [8]–[10] cũng như ứng dụng hiệu quả trong xây dựng và tối ưu hóa mô hình tua bin gió trục đứng [11], [12]. Trong các điều kiện nghiên cứu tại Việt Nam, mô phỏng cho thấy triển vọng lớn trong nghiên cứu thiết kế với khả năng xây dựng, tính toán nhanh và chi phí phù hợp.

Bên cạnh mô phỏng số, các phương pháp thực nghiệm đang dần được sử dụng nhằm đánh giá hiệu quả và kiểm chứng kết quả mô phỏng. Trong phương pháp thực nghiệm cơ học chất lưu, thí nghiệm thường được xây dựng cho mô hình thu nhỏ và đánh giá đặc tính khí động thông qua kết quả trên ống thổi khí động. Ngày nay, các dữ liệu trong quá trình thí nghiệm có thể được xác định thông qua hệ thống quan trắc sử dụng camera. Thông qua các phương pháp xử lý ảnh thực nghiệm, vị trí của vật cùng trường dòng chảy quanh vật có thể được xây dựng [13], [14]. Một trong các ứng dụng của phương pháp trên là xác định trường ma sát quanh bề mặt vật. Trần Thế Hùng và cộng sự [15], [16] đã đo đặc trường ma sát trên mô hình đuôi vát thông qua phương pháp mô phỏng sử dụng dầu phản quang. Phương pháp xử lý ảnh thực nghiệm bằng thuật toán biến phân của Liu và cộng sự [17] được ứng dụng cho các nghiên cứu trên. Ưu điểm của phương pháp trên là bố trí thí nghiệm tương đối đơn giản với chi phí thấp. Ngoài ra, trường dòng chảy trên toàn bộ bề mặt vật có thể thu được. Thêm vào đó, các kết quả tương đồng với nghiên cứu khác. Dựa trên phương pháp của Liu và cộng sự [17], Trần Thế Hùng và Lin Chen [18], [19] đã phát triển thuật toán xử lý dữ liệu mới, cho phép phân tích chi tiết hơn dòng chảy trên bề mặt của mô hình. Tuy nhiên, rõ ràng phương pháp trên còn tương đối mới và chưa được áp dụng rộng rãi trên các mô hình khác nhau. Việc ứng dụng cụ thể cho phép xác định tính phổ quát và hiệu quả của phương pháp.

Trong nghiên cứu này, các đặc tính cơ bản của phương pháp nghiên cứu trường ma sát trên bề mặt vật sẽ được trình bày. Thông qua đó, bài báo đánh giá khả năng ứng dụng của phương pháp trong tính toán các mô hình khác vào điều kiện thực tế tại Việt Nam. Các kết quả tính toán cho mô hình cánh tam giác cũng được trình bày và công bố lần đầu tiên trong nghiên cứu này. Nội dung còn lại của bài báo được tổ chức như sau: Mục 2 của bài báo trình bày về phương pháp bố trí thí nghiệm, thuật toán xử lý dữ liệu nhằm xác định trường ma sát (dòng chảy sát bề mặt mô hình), mục 3 của bài báo trình bày kết quả tính toán cho mô hình cánh tam giác và triển vọng của phương pháp. Bài báo được kết luận trong mục 4.

2. Phương pháp tính toán và bố trí thí nghiệm

2.1. Phương pháp tính toán trường dòng chảy

Phương pháp tính toán trường dòng chảy trên bề mặt mô hình dựa trên giải phương trình phân bố độ dày dầu trên bề mặt bằng thuật toán xử lý ảnh. Phương trình phân bố độ dày dầu trên bề mặt được biểu diễn bằng công thức sau [20]:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot \left[\frac{h^2 \boldsymbol{\tau}}{2\mu} - (\nabla p - \rho \mathbf{g}) \frac{h^3}{3\mu} \right] = 0 \quad (1)$$

Trong đó $\boldsymbol{\tau}$ là trường ma sát trên bề mặt mô hình, h là độ dày lớp dầu được phủ trên bề mặt, ρ là mật độ của chất lỏng, p là áp suất trên bề mặt, μ là độ nhớt động học, t là biến thời gian và \mathbf{g} là véc tơ gia tốc trọng trường. Phương trình (1) là dạng phương trình Navier-Stokes cho dòng chảy sát bề mặt vật. Đây là dạng phương trình vi phân bậc cao và chưa có lời giải số. Việc đo trực tiếp độ dày lớp dầu theo thời gian là tương đối phức tạp và không thực hiện được trong thực tế. Tuy nhiên độ dày lớp dầu có thể đo thông qua cường độ sáng của dầu. Để thực hiện điều này, dầu sử dụng trong mô phỏng được trộn lẫn với chất phản quang, đồng thời được chiếu sáng bằng ánh sáng đơn sắc trong quá trình thí nghiệm. Sự thay đổi cường độ sáng của dầu được ghi lại bằng camera đơn sắc. Giả thuyết độ dày của dầu tỉ lệ với cường độ sáng là chìa khóa quan trọng, giúp giải phương trình dầu và mô phỏng trường dòng chảy trên bề mặt của vật. Giả thuyết này có thể biểu diễn thông qua công thức: $h = \kappa I$. Trong đó, κ là hằng số với đơn vị quy đổi, I là giá trị của cường độ sáng trên bề mặt mô hình đo. Với giả thuyết trên, phương trình (1) sẽ trở thành:

$$\frac{\partial I}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{I} \mathbf{u}) = 0 \quad (2)$$

Trong đó \mathbf{u} được gọi là véc tơ vận tốc xác định qua xử lý ảnh, được biểu diễn thông qua phương trình sau:

$$\mathbf{u} = \frac{\kappa I}{2\mu} \boldsymbol{\tau} - (\nabla p - \rho \mathbf{g}) \frac{\kappa^2 I^2}{3\mu} \quad (3)$$

Ảnh hưởng của áp suất và trường trọng lực tới véc tơ lực ma sát thông thường là nhỏ và được bỏ qua trong quá trình tính toán. Phương trình (2) cho thấy mối liên hệ giữa véc tơ vận tốc và sự thay đổi theo không gian, thời gian của cường độ sáng. Thông thường, với mỗi cặp ảnh khác nhau ở thời gian t , sự thay đổi của cường độ sáng là hoàn toàn xác định. Tuy nhiên, cường độ sáng thu được từ camera thường có độ nhiễu cao, Trần và Chen [18] đề xuất áp dụng bộ lọc Gaussian cho toàn bộ phương trình (2). Khi đó phương trình trên sẽ trở thành:

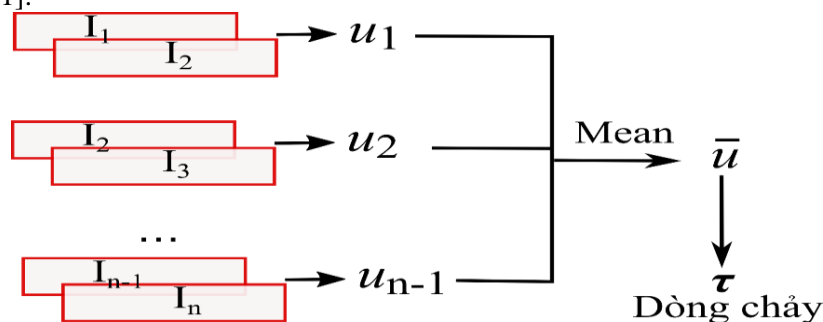
$$\frac{\partial \bar{I}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}} \bar{I}) - D_t \bar{I} = 0 \quad (4)$$

Trong đó D_t là hệ số được xác định thông qua các thành phần của \mathbf{u} , dấu gạch trên đầu thể hiện giá trị đã được lọc qua bộ lọc Gauss.

Phương trình (4) chứa 2 ẩn. Việc giải bài toán hai ẩn bằng một phương trình là không thể. Ở đây, phương pháp biến phân được sử dụng. Hàm biến phân được xác định như sau:

$$J(\bar{\mathbf{u}}) = \int_{\Omega} [\bar{\mathbf{u}} \bar{I}_x + \bar{v} \bar{I}_y + \bar{I}_t - D_t \bar{I}]^2 dx dy + \alpha \int_{\Omega} [(\bar{u}_x + \bar{v}_y)^2 + (\bar{u}_y - \bar{v}_x)^2] dx dy \quad (5)$$

Trong đó, α được gọi là hệ số Lagrange và được cho trước trong quá trình tính toán. Bằng việc sử dụng xác định cực trị của hàm biến phân thông qua phương pháp Euler-Lagrange, véc tơ vận tốc \mathbf{u} có thể được xác định. Cụ thể hóa về phương pháp rời rạc và tính toán được mô tả trong các tài liệu [18], [21].

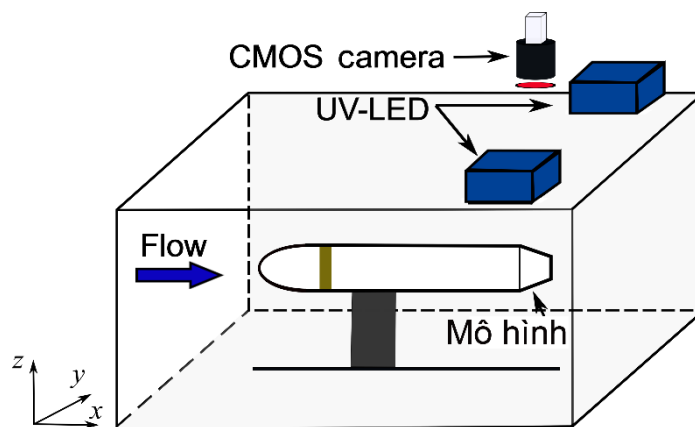


Hình 1. Sơ đồ giải bài toán

Phương pháp trên cho phép xác định trường ma sát từ mỗi cặp ảnh. Bằng cách trung bình hóa nhiều cặp ảnh tại các thời gian khác nhau, trường ma sát có thể được xác định. Sơ đồ giải bài toán trên được trình bày trên Hình 1.

2.2. Bố trí thí nghiệm cho tính toán trường ma sát

Sơ đồ bố trí thí nghiệm điển hình cho phép đo trường ma sát được chỉ trên Hình 2. Mô hình có thể khác nhau, tuy nhiên vị trí của camera và đèn LED được bố trí tương tự như trong các nghiên cứu khác nhau. Thông thường camera được đặt phía trên sao cho sen song song với bề mặt đo. Các đèn LED được bố trí hai bên, nhằm đảm bảo chiếu sáng đều trên bề mặt mô hình. Trước khi tiến hành thí nghiệm, dầu phản quang được sơn trên bề mặt mô hình. Sự thay đổi cường độ sáng của dầu phản quang sẽ được ghi lại bằng camera, phục vụ cho quá trình tính toán và xử lý dữ liệu sau này.



Hình 2. Bố trí thí nghiệm đo trường ma sát, dòng chảy trên bề mặt mô hình

Do chuyển động của dầu thường chậm, do vậy không nhất thiết phải sử dụng camera tốc độ cao trong quá trình thực nghiệm. Giá thành cho một camera thường giao động trong khoảng 200-1000\$, trong khi đèn LED có giá rẻ hơn và thông thường có thể tự chế tạo. Dầu phản quang thông thường có giá dưới 100\$/lọ. Có thể thấy rằng, nếu ống thổi được trang bị sẵn, thì việc bố trí và tiến hành thực nghiệm cho nghiên cứu không đắt. Thí nghiệm này hoàn toàn có thể tiến hành và thực hiện tại Việt Nam. Trong phần tiếp theo, hai ví dụ về dòng chảy trên bề mặt cánh có độ giãn dài nhỏ tại góc tấn lớn và cánh dạng tam giác được mô tả, nhằm đánh giá hiệu quả của phương pháp trong hiển thị trường dòng chảy quanh vật.

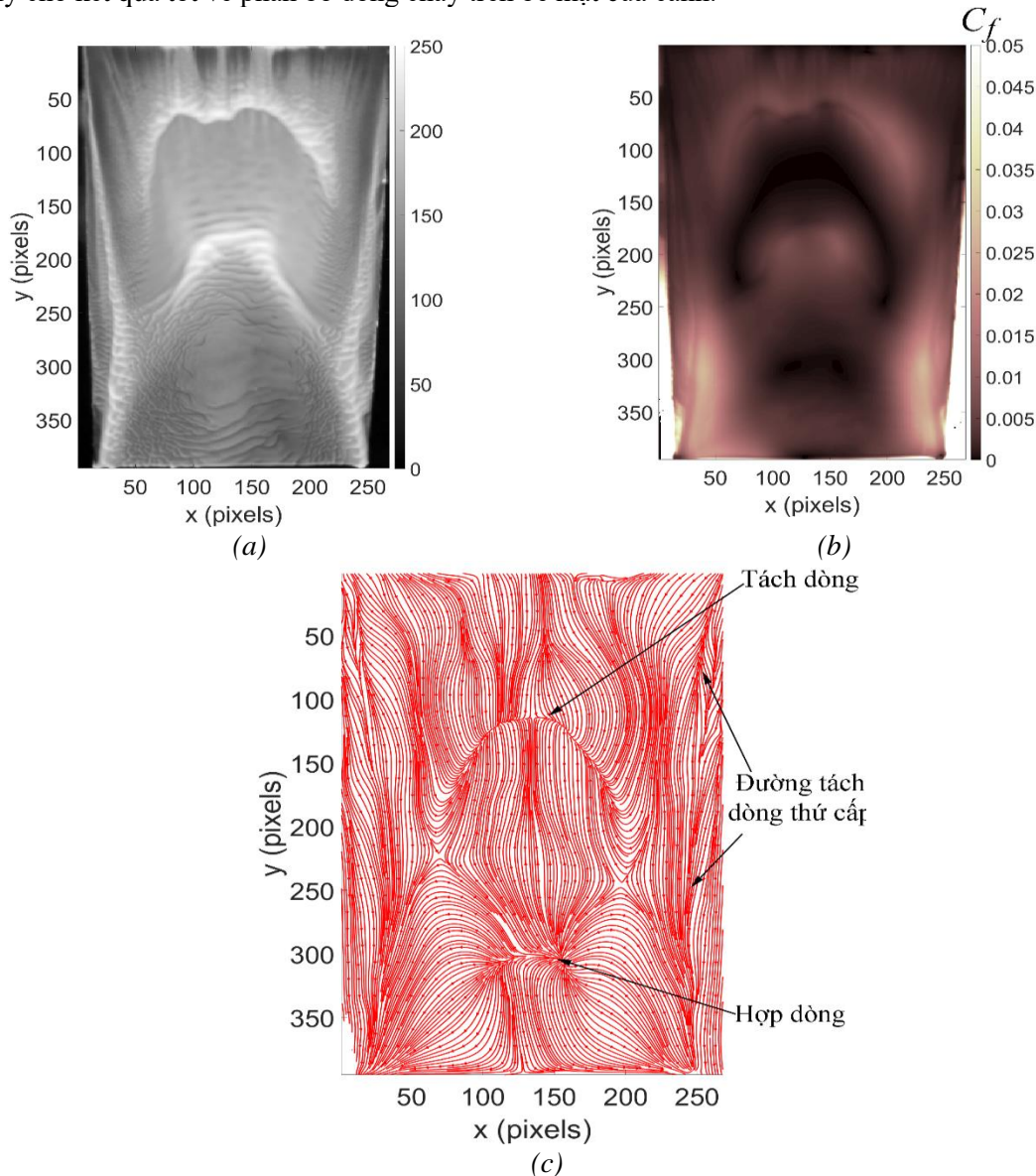
Chương trình xử lý ảnh trên phần mềm Matlab được xây dựng nhằm phân tích đặc trưng dòng chảy trên bề mặt vật. Thuật toán và chương trình được xây dựng bởi nhóm tác giả, và đã được công bố trong các công trình nghiên cứu trước đây [15], [16]. Trong phần tiếp theo của nghiên cứu này, các kết quả trường ma sát cho cánh có độ giãn dài nhỏ và cánh tam giác sẽ được phân tích. Chú ý rằng, các dữ liệu thô ban đầu được lấy từ các nguồn đã được công bố trước đó.

3. Ứng dụng phương pháp trong phân tích dòng chảy và thảo luận

3.1. Cánh có độ giãn dài nhỏ

Cánh có độ giãn dài nhỏ là dạng cánh có chiều dài nhỏ hơn rất nhiều so với sải cánh. Tương tự như cánh thông thường, tại góc tấn lớn có sự tách dòng xảy ra trên bề mặt cánh. Thêm vào đó, do ảnh hưởng của hiệu ứng hình học, hai bên cánh xuất hiện các dải xoáy dọc theo hướng chuyển động [22]. Trên Hình 3a đưa ra hình ảnh phân bố dầu trên bề mặt cánh. Ở đây, dòng chảy của khí có chiều từ trên xuống dưới. Thí nghiệm trên được thực hiện tại đại học Tohoku, Nhật Bản. Hình ảnh phân bố dầu có thể được tải từ trang web của trường. Từ hình ảnh dầu có thể thấy rằng, hiện tượng tách dòng xảy ra tại mép trước và hai bên sườn cánh. Tại vị trí này, dầu tập trung và cường

độ sáng lớn hơn các vùng khác. Tại các vùng tách và hợp dòng, giá trị trường ma sát gần bằng 0 (Hình 3b). Kết quả tính toán trường dòng chảy trên bề mặt cánh được chỉ ra trên Hình 3c. Vùng tách dòng có dạng hình cung và có thể mô tả rõ từ phân bố đường dòng chảy. Phía mép sau xuất hiện điểm hợp dòng. Giữa điểm tách và hợp dòng trên cánh, hình thành vùng xoáy chảy ngược. Thông thường vùng xoáy này ảnh hưởng xấu tới chất lượng khí động của cánh. Đường tách dòng thứ cấp tại hai sườn cánh có thể quan sát rõ từ hình ảnh dòng chảy. Có thể thấy rằng, thuật toán xử lý cho kết quả tốt về phân bố dòng chảy trên bề mặt của cánh.



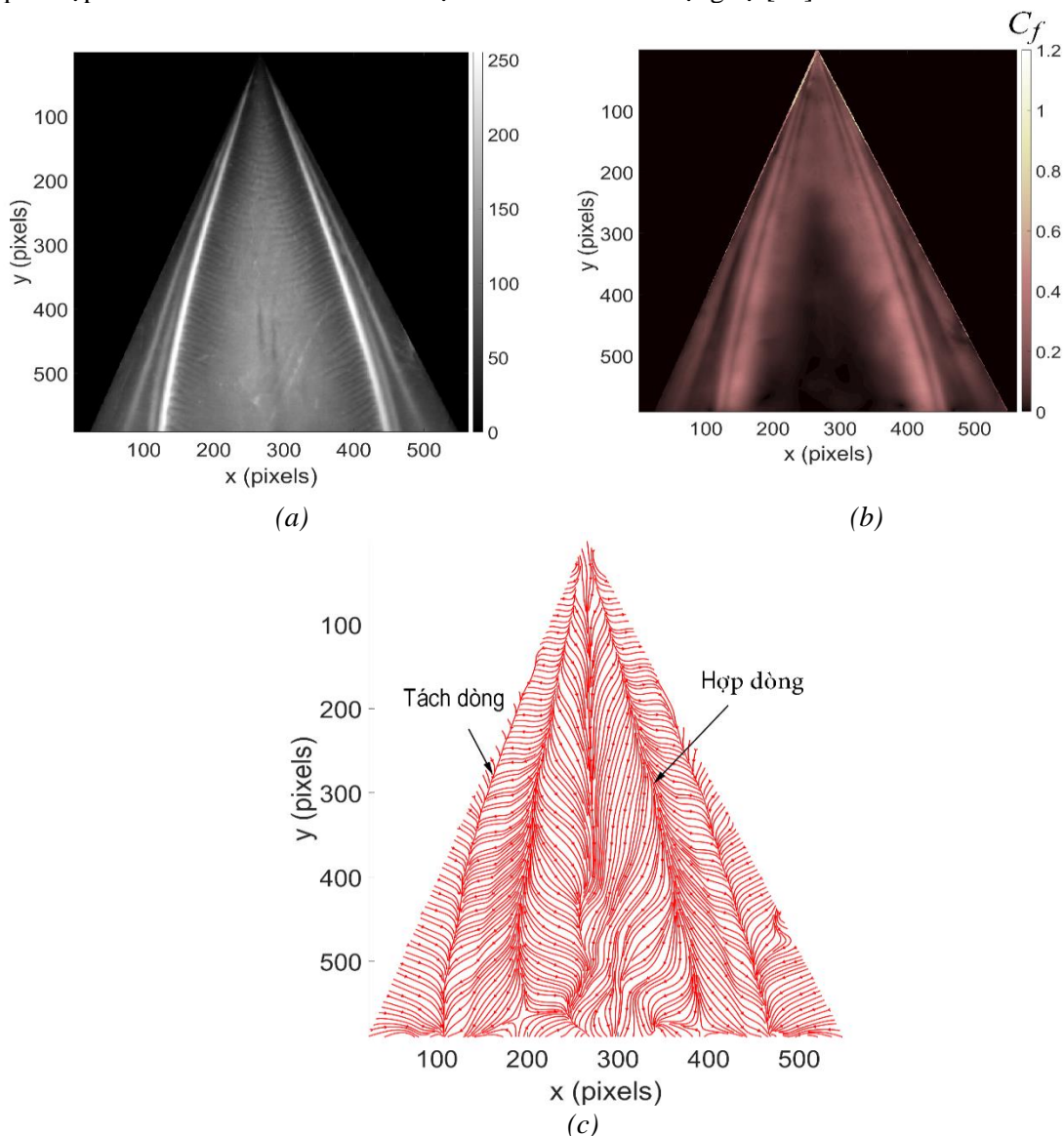
Hình 3. Kết quả tính toán cho cánh độ dẫn dài lớn, (a) Hình ảnh dầu trong bức ảnh cuối, (b) Giá trị trường ma sát, (c) Hình ảnh dòng chảy từ trường ma sát

3.2. Dòng chảy trên bề mặt cánh tam giác

Cánh tam giác, hay delta wing là dạng cánh có hình dạng tam giác, thường được ứng dụng cho thiết bị bay trên âm. Đặc điểm chung của dạng cánh này là xuất hiện dải xoáy chạy dọc theo hai mép cánh. Tại vận tốc dưới âm, hai dải xoáy này tương đối ổn định, giúp hình thành vùng áp suất thấp tại bề mặt trên của cánh. Điều này giúp tăng lực nâng và tăng góc thất tốc cho cánh.

Cánh tam giác đã được nghiên cứu nhiều trong các nghiên cứu trước. Liu và cộng sự [23] sử dụng phương pháp mô phỏng dầu đã chỉ ra cấu trúc của dòng chảy trên cánh. Trong nghiên cứu này, phương pháp xử lý dữ liệu của nhóm tác giả được sử dụng để hiển thị dòng chảy trên cánh. Các dữ liệu về ảnh ban đầu có thể tải về trên trang web của trường Đại học Mi-chi-gan, Hoa Kỳ (<https://wmich.edu/mechanical-aerospace/directory/liu>).

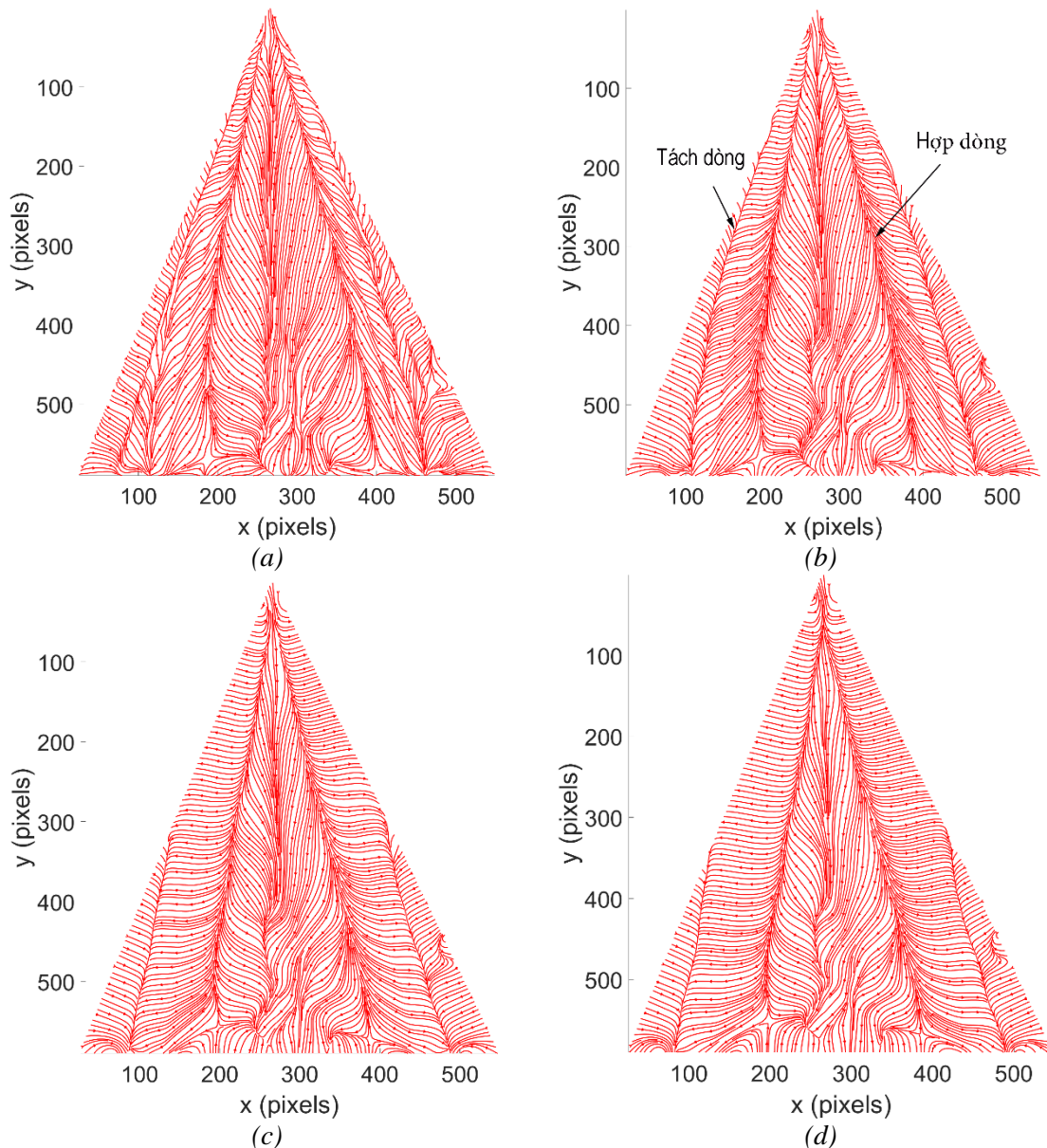
Hình 4 đưa ra kết quả về phân bố dầu, độ lớn của trường ma sát và dòng chảy trên cánh tam giác. Có thể thấy rằng, phương pháp cho hiển thị khá tốt hiện tượng dòng chảy trên bề mặt cánh. Sự xuất hiện của hai dải xoáy trên cánh có thể quan sát thông qua điểm hợp dòng trên bề mặt cánh. Tại mép ngoài, xuất hiện điểm tách dòng thứ cấp. Điều này có nghĩa là một dải xoáy nhỏ nằm trong xoáy chính xuất hiện trên bề mặt của cánh. Kết quả của phương pháp trong bài toán phù hợp với các tính toán trước đó được chỉ ra bởi Liu và cộng sự [24].



Hình 4. Kết quả tính toán cho cánh độ dẫn dài lớn, (a) Hình ảnh dầu trong bức ảnh cuối, (b) Giá trị trường ma sát, (c) Hình ảnh dòng chảy từ trường ma sát

Hình 5 đưa ra kết quả về ảnh hưởng của hệ số Lagrange tới kết quả tính toán. Như đã trình bày tại mục 2.1, số Lagrange có tác dụng làm mượt kết quả. Khi số lớn, dòng chảy trên bề mặt

trở nên mượt hơn. Điều này cũng đồng nghĩa với việc các đặc tính nhỏ của dòng chảy bị loại đi. Kết quả có thể thấy rõ với số Lagrange lớn hơn 2000. Tại số Lagrange nhỏ, nhiều hiện tượng của dòng chảy có thể được mô tả rõ ràng. Do vậy, số Lagrange cần được lựa chọn chi tiết và cẩn thận trong quá trình xử lý dữ liệu.



Hình 5. Dòng chảy trên bề mặt cánh tại các số Lagrange: (a) $\alpha = 20$, (b) $\alpha = 200$, (c) $\alpha = 2000$ và (d) $\alpha = 20000$

4. Kết luận

Bài báo đã trình bày phương pháp thực nghiệm và xử lý dữ liệu trong phân tích dòng chảy trên bề mặt vật. Phương pháp thực nghiệm với chi phí thấp có thể thực hiện hoàn toàn tại Việt Nam. Kết hợp với xử lý dữ liệu tiên tiến, phương pháp có thể cho kết quả tốt trong mô phỏng các hiện tượng về dòng chảy quanh mô hình. Tuy nhiên số Lagrange cần được lựa chọn chi tiết trong quá trình tính toán dựa trên quan sát sự phù hợp giữa phân bố dầu và kết quả về dòng chảy.

Áp dụng trên cánh có độ giãn dài nhỏ và cánh tam giác, phương pháp trên cho thấy các hiện tượng dòng chảy có thể được phân tích và hiển thị đầy đủ. Tại góc tấn lớn, trên bề mặt cánh có thể xuất hiện vùng chảy ngược, bị giới hạn giữa điểm tách và hợp dòng. Tương tự như cánh tam giác, trên cánh có độ giãn dài nhỏ có thể xuất hiện vùng xoáy chạy dọc theo bề mặt của cánh. Kết quả phân tích trên cánh tam giác cho thấy, vùng xoáy thứ cấp xuất hiện tại mép ngoài của cánh. Các kết quả nghiên cứu này có thể cung cấp dữ liệu tham khảo cho mô phỏng số trong phân tích đặc tính dòng chảy quanh mô hình.

TÀI LIỆU THAM KHẢO/ REFERENCES

- [1] L. Chen, K. Asai, T. Nonomura, G. Xi, and T. Liu, "A review of Backward-Facing Step (BFS) flow mechanisms, heat transfer and control," *Therm. Sci. Eng. Prog.*, vol. 6, pp. 194–216, January 2018, doi: 10.1016/j.tsep.2018.04.004.
- [2] V. M. Do, T. H. Tran, X. S. Bui, and D. A. Le, "Influence of Spike-Nosed Length on Aerodynamic Drag of a Wing-Projectile Model," *Adv. Mil. Technol.*, vol. 17, no. 1, pp. 33–45, 2022.
- [3] T. H. Tran, H. Q. Dinh, H. Q. Chu, V. Q. Duong, C. Pham, and V. M. Do, "Effect of boattail angle on near-wake flow and drag of axisymmetric models: a numerical approach," *J. Mech. Sci. Technol.*, vol. 35, no. 2, pp. 563–573, Feb. 2021, doi: 10.1007/s12206-021-0115-1.
- [4] T. H. Tran, D. A. Le, T. M. Nguyen, C. T. Dao, and V. Q. Duong, "Comparison of Numerical and Experimental Methods in Determining Boundary Layer of Axisymmetric Model," in *International Conference on Advanced Mechanical Engineering, Automation and Sustainable Development*, Springer, 2022, pp. 297–302.
- [5] T. H. Tran, "The Effect of Boattail Angles on the Near-Wake Structure of Axisymmetric Afterbody Models at Low-Speed Condition," *Int. J. Aerosp. Eng.*, vol. 2020, 2020, doi: 10.1155/2020/7580174.
- [6] T. H. Tran, C. T. Dao, D. A. Le, and T. M. Nguyen, "Numerical study for flow behavior and drag of axisymmetric boattail models at different Mach number," in *Regional Conference in Mechanical Manufacturing Engineering*, Springer 2022, pp. 729–741.
- [7] T. H. Tran, T. Ambo, L. Chen, T. Nonomura, and K. Asai, "Effect of boattail angle on pressure distribution and drag of axisymmetric afterbodies under low-speed conditions," *Trans. Jpn. Soc. Aeronaut. Space Sci.*, vol. 62, no. 4, pp. 219–226, 2019, doi: 10.2322/tjsass.62.219.
- [8] A. D. Le, T. H. Phan, and T. H. Tran, "Assessment of a Homogeneous Model for Simulating a Cavitating Flow in Water Under a Wide Range of Temperatures," *J. Fluids Eng.*, vol. 143, no. 10, 2021, Art. no. 101204, doi: 10.1115/1.4051078.
- [9] A. D. Le and T. H. Tran, "Improvement of Mass Transfer Rate Modeling for Prediction of Cavitating Flow," *J. Appl. Fluid Mech.*, vol. 15, no. 2, pp. 551–561, 2022.
- [10] A. D. Le, J. Okajima, and Y. Iga, "Modification of energy equation for homogeneous cavitation simulation with thermodynamic effect," *J. Fluids Eng.*, vol. 141, no. 8, 2019, doi: 10.1115/1.4042257.
- [11] A. D. Le, B. D. Minh, T. V. Hoang, and T. H. Tran, "Modified Savonius Wind Turbine for Wind Energy Harvesting in Urban Environments," *J. Fluids Eng.*, vol. 144, no. 8, 2022, Art. no. 081501.
- [12] A. D. Le, B. D. Minh, and C. D. Trinh, "High Efficiency Energy Harvesting Using a Savonius Turbine with Multicurve and Auxiliary Blade," *J. Fluids Eng.*, vol. 144, no. 11, 2022, Art. no. 111207.
- [13] A. V. Nguyen and T. H. Tran, "Determining Objects Surface and Its Characteristics by Mathematical Approach," in *International Conference on Advanced Mechanical Engineering, Automation and Sustainable Development*, Springer, 2022, pp. 861–865.
- [14] T. H. Tran and L. Chen, "Optical-Flow Algorithm for Near-Wake Analysis of Axisymmetric Blunt-Based Body at Low-Speed Conditions," *J. Fluids Eng.*, vol. 142, no. 11, pp. 1–10, 2020, doi: 10.1115/1.4048145.
- [15] T. H. Tran, T. Ambo, T. Lee, L. Chen, T. Nonomura, and K. Asai, "Effect of boattail angles on the flow pattern on an axisymmetric afterbody surface at low speed," *Exp. Therm. Fluid Sci.*, vol. 99, pp. 324–335, May 2018, doi: 10.1016/j.expthermflusci.2018.07.034.
- [16] T. H. Tran, T. Ambo, T. Lee, Y. Ozawa, L. Chen, T. Nonomura, and Keisuke Asai, "Effect of Reynolds number on flow behavior and pressure drag of axisymmetric conical boattails at low speeds," *Exp. Fluids*, vol. 60, no. 3, 2019, doi: 10.1007/s00348-019-2680-y.
- [17] T. Liu, J. Montefort, S. Woodiga, P. Merati, and L. Shen, "Global luminescent oil-film skin-friction meter," *AIAA J.*, vol. 46, no. 2, pp. 476–485, 2008, doi: 10.2514/1.32219.

-
- [18]T. H. Tran and L. Chen, “Wall shear-stress extraction by an optical flow algorithm with a sub-grid formulation,” *Acta Mech. Sin. Xuebao*, vol. 37, no. 1, pp. 65–79, 2021, doi: 10.1007/s10409-020-00994-9.
- [19]T. H. Tran, C. T. Dao, and V. M. Do, “Application of traditional oil-flow-visualization technique in determining skin-friction fields on axisymmetric afterbody model,” *J. Sci. Tech.*, vol. 16, no. 02, pp. 48 - 58, 2021.
- [20]L. H. Tanner and L. G. Blows, “A study of the motion of oil films on surfaces in air flow, with application to the measurement of skin friction,” *J. Phys. E.*, vol. 9, no. 3, pp. 194–202, 1976, doi: 10.1088/0022-3735/9/3/015.
- [21]T. H. Tran, M. Anyoji, T. Nakashima, K. Shimizu, and A. D. Le, “Experimental Study of the Skin-Friction Topology Around the Ahmed Body in Cross-Wind Conditions,” *J. Fluids Eng.*, vol. 144, no. 3, 2022, doi: 10.1115/1.4052418.
- [22]T. Liu, S. Woodiga, and T. Ma, “Skin friction topology in a region enclosed by penetrable boundary,” *Exp. Fluids*, vol. 51, no. 6, pp. 1549–1562, 2011, doi: 10.1007/s00348-011-1171-6.
- [23]T. Liu, S. Woodiga, J. Gregory, and J. Sullivan, “Global skin-friction diagnostics based on surface mass-transfer visualizations,” *AIAA J.*, vol. 52, no. 11, pp. 2369–2383, 2014, doi: 10.2514/1.J052682.
- [24]T. Liu, S. Woodiga, J. Montefort, K. J. Conn, and L. Shen, “Global skin friction diagnostics in separated flows using luminescent oil,” *J. Flow Vis. Image Process.*, vol. 16, no. 1, pp. 19–39, 2009, doi: 10.1615/JFlowVisImageProc.v16.i1.20.