

XÂY DỰNG MẠNG LƯỚI NƠ-RON HỌC SÂU ĐỂ DỰ ĐOÁN ỨNG XỬ CỦA BÀI TOÁN KẾT CẤU TẤM PHẪNG ĐÀN HỒI KHÔNG SỬ DỤNG DỮ LIỆU LỊCH SỬ

BUILDING NEURAL NETWORKS TO PREDICT THE BEHAVIOR OF ELASTIC FLATE STRUCTURES WITHOUT HISTORICAL DATA

NGUYỄN NGỌC TÚ, HOÀNG VĂN NAM*

Viện Cơ khí, Trường Đại học Hàng hải Việt Nam

*Email liên hệ: namhv.vck@vimaru.edu.vn

Tóm tắt

Trong nghiên cứu này, chúng tôi thiết lập một mạng lưới nơ-ron nhân tạo để dự đoán chuyển vị của tấm phẳng đàn hồi chịu tác dụng của các tải trọng cơ học. Một mạng lưới nơ-ron được thiết lập bằng cách thêm vào đó các quy luật vật lý - mô tả ứng xử cơ học của vật liệu, thông qua đó, mạng lưới nơ-ron có thể tự học mà không cần đến các dữ liệu lịch sử. Một số ví dụ được khảo sát và so sánh với phương pháp phần tử hữu hạn (FEM) để minh chứng hiệu quả của phương pháp đề xuất.

Từ khóa: Nơ-ron nhân tạo, học sâu, máy học, tấm phẳng.

Abstract

In this study, we establish a neural network-based computational framework to predict the displacement of elastic plates under mechanical loads. A neural network is constructed by adding physical laws that describe the mechanical behavior of materials, through which the neural network can learn itself without historical data. Several numerical examples are investigated and compared with the finite element method (FEM) to demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Keywords: Neural network, machine learning, elastic plates, FEM.

1. Giới thiệu

Trong nửa thập kỉ qua, học máy (machine learning) đã có những bước tiến đột phá để đạt được các thành công đáng kể trong khoa học - công nghệ bao gồm xử lý hình ảnh, khoa học nhận thức, gen, điều chế thuốc, thiết kế vật liệu,... Ý tưởng của học máy xuất phát từ mối liên hệ toán học của sự kết hợp dữ liệu đầu vào và kết quả đầu ra tương ứng. Mô hình học máy không biết trước mối quan hệ này, nhưng có thể dự đoán chúng nếu được cung cấp đủ về tập dữ liệu lịch sử. Trong quá

trình đào tạo mô hình máy học theo hướng dữ liệu lịch sử (data-driven), máy học được cung cấp các thông tin mô tả quan hệ giữa dữ liệu đầu vào và kết quả xảy ra trong thực tế cho máy học.

Học máy theo hướng dữ liệu lịch sử ngày nay được ứng dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực kĩ thuật khác nhau và ngày càng có thêm nhiều thuật toán tiên bộ cải thiện độ chính xác của mô hình dự đoán. Tuy vậy, trong trường hợp, cơ sở dữ liệu để đào tạo mô hình học máy là nhỏ, thuật toán học máy có thể giảm đi độ chính xác trong dự đoán, hoặc trong trường hợp cơ sở dữ liệu bị nhiễu cũng ảnh hưởng rất lớn đến chất lượng dự đoán, hay như trong trường hợp cá biệt chúng ta không thể có được dữ liệu lịch sử thì việc xây dựng một mạng lưới nơ-ron học sâu không sử dụng dữ liệu lịch sử có một vai trò quan trọng. Trong nghiên cứu này, chúng tôi xây dựng thuật toán học sâu dựa trên các định luật vật lý để dự đoán ứng xử của bài toán kết cấu tấm phẳng chịu lực và cũng để tránh phụ thuộc vào kích thước cơ sở dữ liệu ban đầu như vẫn thường thấy ở các mô hình học máy theo hướng cơ sở dữ liệu như: ứng dụng dữ liệu lịch sử trong thiết kế hình học tối ưu được công bố bởi Hoàng và các cộng sự [1]; các phương pháp học máy trong phân tích hình ảnh y tế từ phát hiện đến chẩn đoán theo Brujine [2]; học sâu để xác định thiết kế cấu trúc liên kết gần tối ưu theo Yonggyun Yu và các cộng sự [3],...

Artificial Neural Network (ANN) hay mạng lưới nơ-ron nhân tạo, là một loại hình kĩ thuật học máy được xây dựng mô phỏng theo cơ chế hoạt động của bộ não con người. Đây là chuỗi thuật toán thông minh xử lý thông tin theo lớp. Dữ liệu đi từ lớp đầu vào, qua nhiều lớp ẩn và tới lớp đầu ra (lớp kết quả). Sau đây, chúng tôi sẽ đi xây dựng một mạng lưới nơ-ron nhân tạo để dự đoán ứng xử của các tấm đàn hồi phẳng dưới tác dụng của các tải trọng cơ học bằng cách thực hiện áp dụng các định luật vật lý vào quá trình đào tạo mà không cần tới các dữ liệu lịch sử.

2. Lý thuyết về tấm đàn hồi

Có hai phương pháp thông dụng để tiếp cận và giải quyết một bài toán cơ học kết cấu: một là giải trực tiếp

phương trình vi phân cân bằng cho nghiệm chính xác, hai là sử dụng phương pháp số cho nghiệm gần đúng. Đối với các bài toán cơ học kết cấu đơn giản, phương pháp thứ nhất khá dễ dàng trong việc mô tả quan hệ giữa các lực và chuyển vị. Tuy nhiên đối với các bài toán có cấu trúc phức tạp, việc sử dụng phương pháp số (ví dụ như FEM [4, 5]) thuận tiện và hiệu quả hơn. Trong đó, một cách tiếp cận thường gặp là dựa trên phương pháp năng lượng - tính toán thế năng toàn phần dưới dạng cơ năng và thiết lập các phương trình cân bằng.

2.1. Thế năng toàn phần

Xét một hệ vật liệu đàn hồi, có năng lượng biến dạng U và công của ngoại lực A . Thế năng toàn phần của hệ Π bao gồm thế năng biến dạng và công của ngoại lực tác dụng lên hệ, được mô tả bởi:

$$\Pi = U + A \tag{1}$$

2.2. Nguyên lý cực tiểu hóa thế năng toàn phần

Nguyên lý cực tiểu hóa thế năng toàn phần phát biểu như sau [5]:

Đối với một hệ bảo toàn, trong tất cả các di chuyển khả dĩ, di chuyển thực ứng với trạng thái cân bằng sẽ làm cho thế năng đạt cực trị. Khi thế năng đạt giá trị cực tiểu thì hệ ở trạng thái cân bằng ổn định.

Hay chuyển vị ảo đại diện cho tất cả các di chuyển khả dĩ có thể phù hợp với các ràng buộc hình học. Công ảo $\delta\Pi$ là công do tất cả các lực dọc theo các chuyển vị ảo thực hiện. Công ảo được thực hiện bởi ứng suất bên trong và ngoại lực được định nghĩa tương ứng là công ảo bên trong δU và công ảo bên ngoài δA . Trong số tất cả các di chuyển khả dĩ, di chuyển tương ứng với trạng thái cân bằng khi làm cho tổng công ảo triệt tiêu:

$$\delta\Pi = \delta U + \delta A = 0 \tag{2}$$

Phân tích chuyển vị của bài toán cơ học kết cấu theo FEM dựa theo phương trình (2) trên đây để thành lập một hệ phương trình đại số tuyến tính và giải cho ra kết quả cần tìm. Nghiên cứu này sẽ đi ứng dụng kỹ thuật máy học sâu dựa trên quy luật vật lý để dự đoán chuyển vị một bài toán cơ học kết cấu bằng cách cực tiểu hóa thế năng toàn phần của hệ trong phương trình (1).

3. Phương pháp nghiên cứu

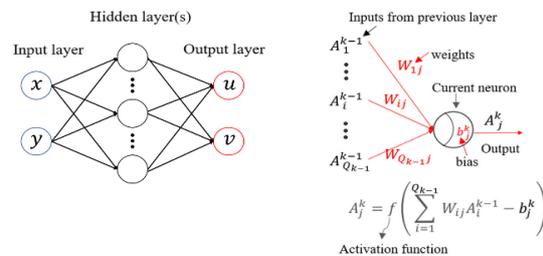
Trong nghiên cứu này, chúng ta sẽ xây dựng một phương pháp có thể thay thế các phương pháp bên trên bằng việc phát triển một thuật toán thực hiện bằng học máy. Thuật toán bao gồm 3 phần chính, một mạng nơ-ron nhân tạo, một hàm mất mát dựa trên quy luật vật lý và một tập dữ liệu ngẫu nhiên đưa vào mạng lưới

nơ-ron để huấn luyện, sẽ được trình bày sau đây.

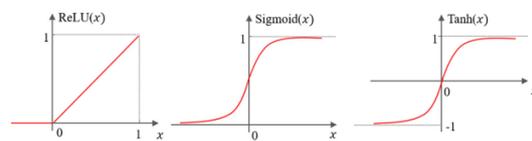
3.1. Mạng lưới nơ-ron nhân tạo (ANN)

ANN là viết tắt của cụm từ Artificial Neural Networks. Về cơ bản, đây là một mô hình tính toán, chúng được xây dựng dựa trên cấu trúc và chức năng của mạng lưới nơ-ron trong sinh học. Do đó, ANN là hệ thống thích ứng có thể tự thay đổi cấu trúc của mình trong quá trình học hỏi, để dự đoán kết quả sau đó chính xác hơn.

Chúng ta hướng tới tạo một mạng nơ-ron có thể tính toán dự báo được về chuyển vị của một bài toán phẳng. Nó sẽ bao gồm L số lớp với 1 lớp đầu vào, 1 lớp đầu ra và $L - 1$ lớp ẩn trung gian ở giữa (xem Hình 1). Tại lớp đầu vào sẽ là các tọa độ không gian ở các điểm trên mặt phẳng cần tính toán (x, y) và tại lớp đầu ra là kết quả dự đoán về chuyển vị của các điểm tương ứng (u_x, u_y).



Hình 1. Cấu trúc của mạng lưới nơ-ron nhân tạo



Hình 2. Một số biến đổi phi tuyến tính

Tại mỗi nút trong mạng nơ-ron, sẽ có những dữ liệu đầu vào; biến đổi những dữ liệu đầu vào này bằng cách tính tổng có trọng số tương ứng trên các đầu vào; sau đó áp dụng một hàm biến đổi phi tuyến tính để tính toán trạng thái trung gian. Hàm biến đổi còn được gọi là hàm kích hoạt (activation function). Quá trình này được thực hiện từ lớp đầu vào, đến các lớp ẩn và lớp đầu ra. Chúng ta thường gặp một số hàm kích hoạt phổ biến trong kỹ thuật máy học như hàm Sigmoid, hàm Tanh và hàm ReLu (xem Hình 2).

Các đầu ra của lớp trước sẽ là đầu vào của lớp liền phía sau.

$$\mathbf{A}^k = f(\mathbf{W}^{kT} \mathbf{A}^{k-1} + \mathbf{b}^k) \tag{3}$$

Trong đó, \mathbf{W}^k và \mathbf{b}^k lần lượt là ma trận trọng số (weights) và vector độ lệch (bias). \mathbf{A}^k là vector đầu vào tại lớp thứ k . $f(.)$ là hàm kích hoạt phi tuyến tính.

Mạng nơ-ron có thể được định nghĩa như sau:

Lớp đầu vào : $A^0 = [x, y] \in R^2$

Các lớp ẩn : $A^k = f(W^{kT} A^{k-1} + b^k) \in R^M$,

tại $1 \leq k \leq L-1$ với M là độ lớn lớp ẩn thứ k (4)

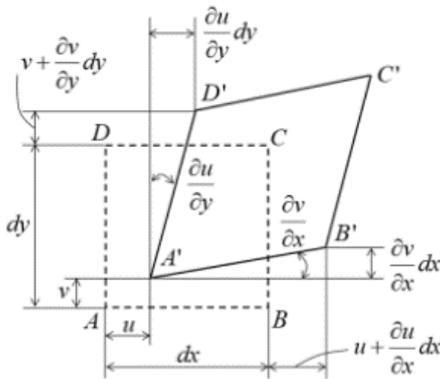
Lớp đầu ra : $A^L = [u_x, u_y] = W^{LT} A^{L-1} + b^L \in R^2$

3.2. Hàm mất mát

Mạng lưới nơ-ron học bằng cách tạo ra các tín hiệu lỗi đo lường sự khác biệt giữa các dự đoán của mạng và giá trị mong muốn, sau đó sử dụng tín hiệu lỗi này để cập nhật lại trọng số (weight) và độ lệch (bias) trong hàm kích hoạt (activation function) để việc dự đoán sau đó chính xác hơn.

Hàm mất mát (loss function), thể hiện mối quan hệ giữa kết quả dự đoán của mạng và giá trị mong muốn. Trong nghiên cứu này, chúng tôi sẽ áp dụng thế năng toàn phần của hệ để làm hàm mất mát.

Xét chuyển vị và biến dạng của một phân tử phẳng như được minh họa ở Hình 3. Gọi u và v là các chuyển vị theo các phương trục x và phương trục y tương ứng.



Hình 3. Chuyển vị và biến dạng của phân tử phẳng

Biến dạng theo phương trục x được kí hiệu là ϵ_x , biến dạng theo phương trục y được kí hiệu là ϵ_y , biến dạng góc được kí hiệu là γ_{xy} .

Vectơ biến dạng được định nghĩa bởi:

$$\boldsymbol{\epsilon} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

Trong đó, $\partial(\cdot)$ kí hiệu đạo hàm riêng.

Giả thiết vật liệu đồng nhất và đẳng hướng có mô đun đàn hồi E và hệ số poisson ν , định luật Hook đối

với bài toán ứng suất phẳng được mô tả bởi:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

Thế năng biến dạng được tính theo công thức:

$$U = \int_V \frac{1}{2} \boldsymbol{\epsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV \quad (7)$$

Công do ngoại lực thực hiện trên biên của hệ được tính theo công thức:

$$A = - \int_V u f dV - \int_S u_s T_s dS - \sum_i u_i P_i \quad (8)$$

Thế năng toàn phần của hệ kí hiệu là Π bao gồm thế năng biến dạng và công của ngoại lực tác dụng lên hệ có công thức sau [5]:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_V \boldsymbol{\epsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV - \int_V u X_b dV - \int_S u_s T_s dS - \sum_i u_i P_i \quad (9)$$

Trong đó, $\boldsymbol{\sigma}$, $\boldsymbol{\epsilon}$ và u - lần lượt là vectơ ứng suất, vectơ biến dạng và chuyển vị tại một điểm bất kì thuộc hệ. X_b là lực khối tác dụng lên hệ, T_s là lực mặt tác dụng lên hệ, P_i là các lực tập trung tác dụng lên hệ. u_s là chuyển vị của các điểm chịu tác dụng của lực mặt T_s , u_i là chuyển vị của các điểm chịu lực tập trung P_i . V là thể tích của hệ, S diện tích bề mặt bao của hệ.

3.3. Tập dữ liệu huấn luyện

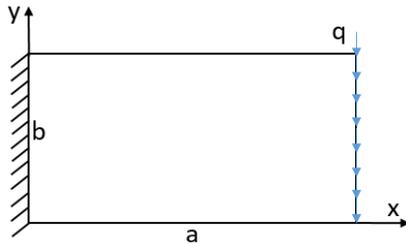
Dữ liệu đào tạo được lấy mẫu gồm các điểm tọa độ trên bề mặt khảo sát và được lấy ngẫu nhiên theo quy luật phân phối chuẩn sau mỗi 200 vòng lặp tối ưu hàm mất mát. Như vậy, tập dữ liệu dùng để đào tạo mô hình máy học sẽ được tự động thay đổi trong quá trình đào tạo nhằm tạo điều kiện miền khảo sát được “bao phủ kín” bởi các điểm dữ liệu. Đối với hàm mất mát dựa trên phương pháp năng lượng, chúng ta lấy mẫu ngẫu nhiên từ một tập dữ liệu phân phối đồng đều và sau đó lấy mẫu lại dữ liệu để kết quả của mô hình được đảm bảo tính chính xác và nhất quán. Trong nghiên cứu này, tập dữ liệu sẽ chỉ có tọa độ các điểm (x, y) cho đầu vào mạng lưới nơ-ron mà không sử dụng kết quả chuyển vị đầu ra tương ứng đã có (hay dữ liệu lịch sử) cho hàm mất mát. Quá trình đào tạo chính là tối ưu hóa trọng số và độ lệch của mạng nơ-ron từ đó giảm thiểu hàm mất mát.

4. Áp dụng và đánh giá

Chúng ta sẽ áp dụng mô hình học máy đã được tạo ra ở phần trên vào ba ví dụ cụ thể và so sánh kết quả dự đoán của mô hình với kết quả tính dựa theo FEM [4, 5].

4.1. Tấm phẳng chịu lực phân bố đều

Chúng ta sẽ bắt đầu với bài toán tấm phẳng chịu lực phân bố đều $q = 10\text{N/mm}$ trên cạnh $x = a$ như được minh họa trên Hình 4. Cho biết: Kích thước của tấm $a \times b = 100 \times 50\text{mm}$; chiều dày của tấm $t = 1\text{mm}$; vật liệu có mô đun đàn hồi $E = 70.10^3\text{MPa}$ và hệ số poisson $\nu = 0,33$.



Hình 4. Bài toán tấm phẳng chịu lực phân bố đều

Điều kiện biên của bài toán:

$$\begin{aligned} F_{xx}|_{y=0} &= 0 \\ u_x|_{x=0} &= 0 & F_{yy}|_{y=0} &= 0 \\ u_y|_{x=0} &= 0 & F_{xx}|_{y=b} &= 0 \\ F_{xx}|_{x=a} &= 0 & F_{yy}|_{y=b} &= 0 \\ F_{yy}|_{x=a} &= -q.b \end{aligned} \quad (10)$$

Hàm mất mát theo công thức:

$$\begin{aligned} L &= U + A \\ &= \int_0^a \int_0^b \frac{Et}{2(1-\nu^2)} \left[\left(\frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_y}{\partial y} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial u_x}{\partial x} \frac{\partial u_y}{\partial y} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1-\nu}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right)^2 \right] dx dy \\ &\quad - \int_0^b [F_{yy}(a, y) \cdot u_x(b, y)] dy \end{aligned} \quad (11)$$

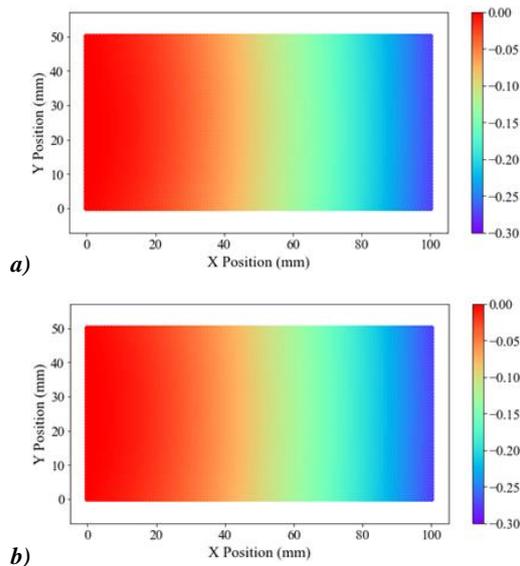
Ấn cần tìm là chuyển vị của tấm phẳng (u_x, u_y) sẽ được tính toán theo công thức sau:

$$\begin{aligned} N(x, y) &= [u'_x, u'_y] \\ u_x &= u'_x \cdot x \\ u_y &= u'_y \cdot x \end{aligned} \quad (12)$$

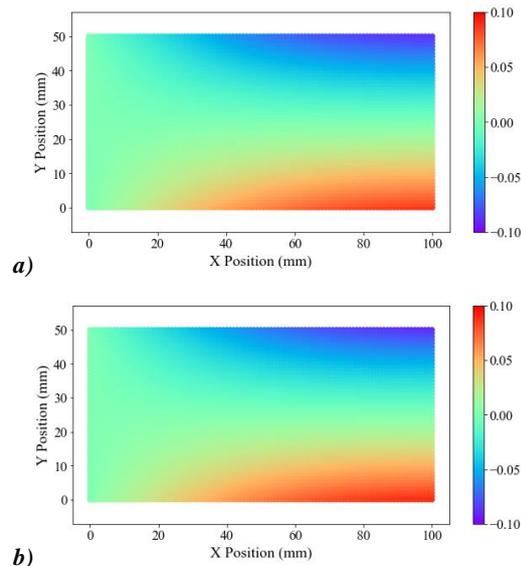
Trong đó, $N(x, y)$ kí hiệu mạng lưới nơ-ron với x, y là tham số đầu vào; u'_x, u'_y là đầu ra dự đoán của mạng nơ-ron.

Với cách mô tả các chuyển vị u_x và u_y như phương trình (12) thì điều kiện chuyển vị trên biên sẽ tự động được thỏa mãn ($u_x|_{x=0} = u_x(0, y) = 0$).

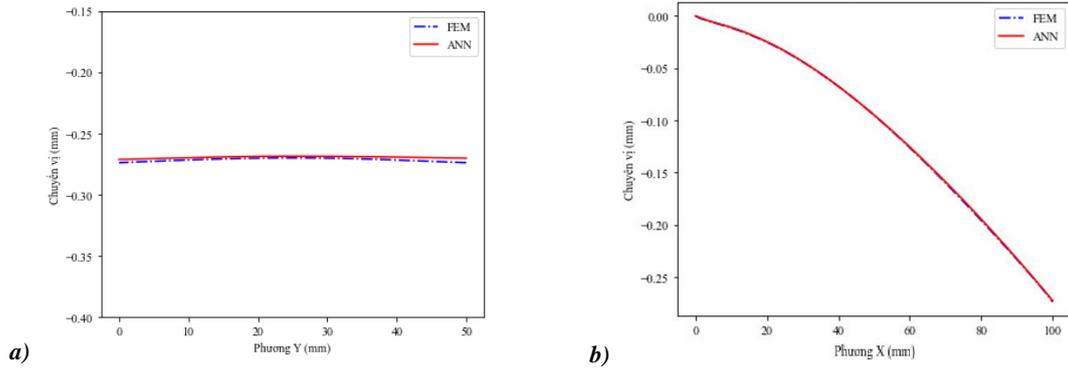
Sử dụng 10.000 điểm dữ liệu trên bề mặt và 1.000 điểm trên mỗi cạnh cho tập dữ liệu huấn luyện, mạng lưới có độ lớn là 10 lớp ẩn với mỗi lớp ẩn gồm 10 nơ-ron. Sau khi được huấn luyện, kết quả được so sánh với FEM. Hình 5 thể hiện chuyển vị của tấm theo phương y, trong đó, Hình 5a thể hiện kết quả theo phương pháp ANN và Hình 5b thể hiện kết quả theo FEM. Hình 6 thể hiện so sánh chuyển vị của tấm theo phương x. Hình 7a thể hiện so sánh chuyển vị của tấm



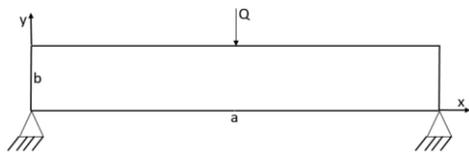
Hình 5. Kết quả chuyển vị theo phương y:
 (a) ANN, (b) FEM



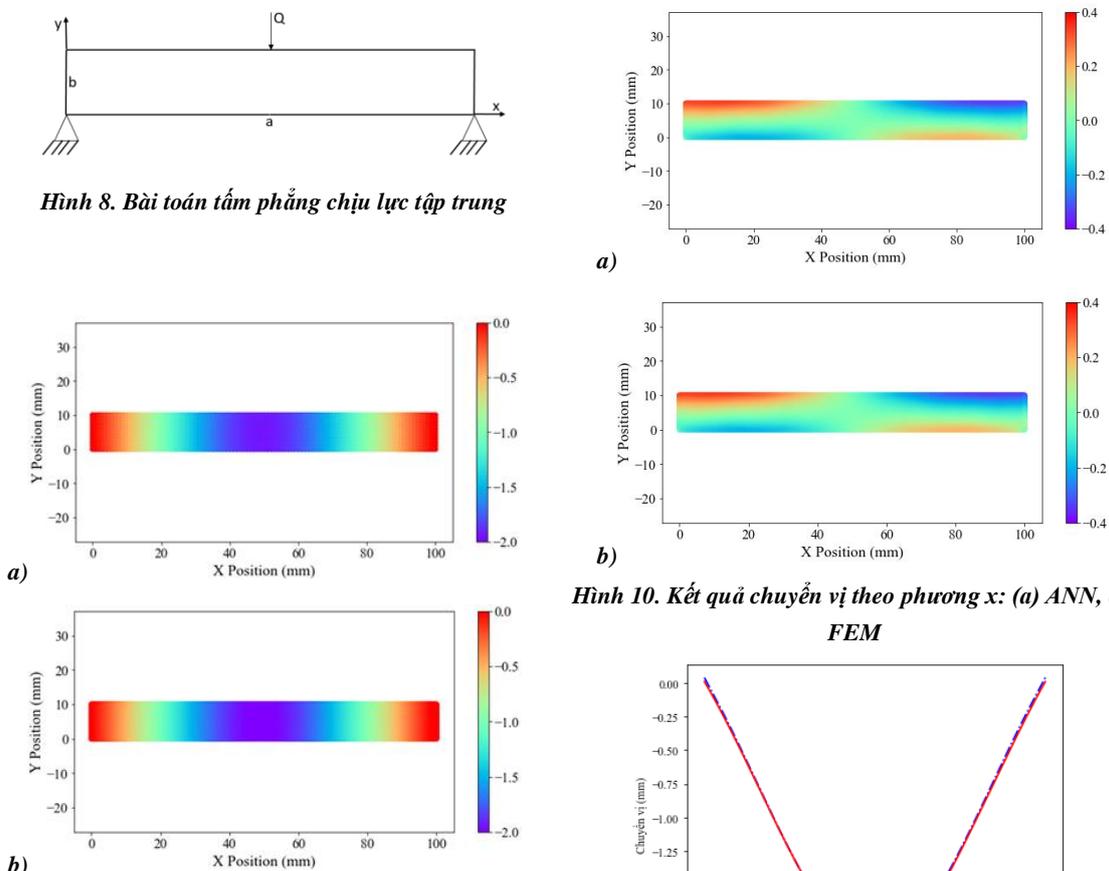
Hình 6. Kết quả chuyển vị theo phương x:
 (a) ANN, (b) FEM



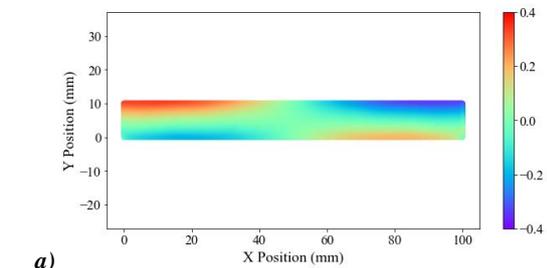
Hình 7. So sánh chuyển vị theo phương y của hai phương pháp ANN và FEM: (a) chuyển vị trên cạnh đặt lực $x = a$, (b) chuyển vị trên cạnh $y = b$



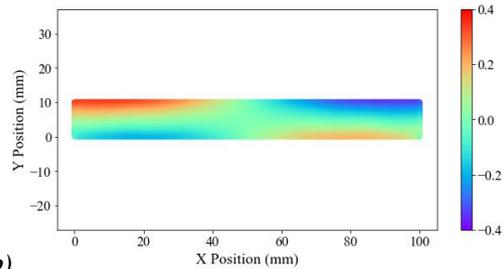
Hình 8. Bài toán tấm phẳng chịu lực tập trung



Hình 9. Kết quả chuyển vị theo phương y: (a) ANN, (b) FEM

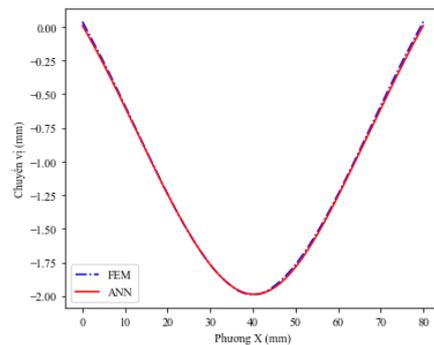


a)



b)

Hình 10. Kết quả chuyển vị theo phương x: (a) ANN, (b) FEM



Hình 11. So sánh chuyển vị tại $y = b$ theo phương x của hai phương pháp ANN và FEM

tại $x = a$, Hình 7b thể hiện so sánh chuyển vị của tấm tại $y = b$ theo phương trục y. Kết quả so sánh cho thấy chuyển vị của phương pháp đề xuất giống với kết quả phân tích theo FEM với sai lệch trung bình là 0,40%.

4.2. Tấm phẳng chịu lực tập trung

Chúng ta xét bài toán tấm phẳng chịu lực tập trung $Q = 1$ kN trên cạnh $y = b$ như được minh họa trên Hình 8. Cho biết: Kích thước của tấm $a \times b = 100 \times 10$ mm ,

chiều dày tấm $t = 1\text{mm}$; vật liệu có mô đun đàn hồi $E=70.10^3\text{MPa}$ và hệ số poisson $\nu=0,33$.

Điều kiện biên của bài toán:

$$\begin{aligned} u_x|_{x=0, y=0} &= 0 & F_{xx}|_{x=a} &= 0 \\ u_x|_{x=a, y=0} &= 0 & F_{yy}|_{x=a} &= 0 \\ u_y|_{x=0, y=0} &= 0 & F_{xx}|_{y=0} &= 0 \\ u_y|_{x=a, y=0} &= 0 & F_{yy}|_{y=0} &= 0 \\ F_{xx}|_{x=0} &= 0 & F_{xx}|_{y=b} &= 0 \\ F_{yy}|_{x=0} &= 0 & F_{yy}|_{y=b} &= 0 \\ & & F_{yy}|_{x=\frac{a}{2}, y=b} &= -Q \end{aligned} \quad (13)$$

Ấn cần tìm là chuyển vị của tấm phẳng (u_x, u_y) sẽ được tính toán theo công thức sau:

$$\begin{aligned} N(x, y) &= [u'_x, u'_y] \\ u_x &= u'_x \cdot [(1-x) \cdot x + y] \\ u_y &= u'_y \cdot [(1-x) \cdot x + y] \end{aligned} \quad (14)$$

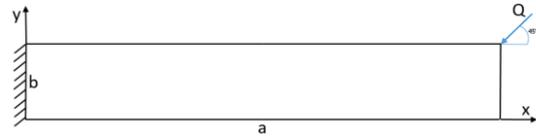
Với u_x và u_y được thiết lập như phương trình (14) thì điều kiện biên sẽ tự động được thỏa mãn.

Sử dụng 10.000 điểm dữ liệu trên bề mặt và 1.000 điểm trên mỗi cạnh cho tập dữ liệu huấn luyện, mạng lưới có độ lớn là 10 lớp ẩn với mỗi lớp ẩn gồm 10 nơ-ron. Sau khi được huấn luyện, kết quả được so sánh với FEM. Hình 9 thể hiện chuyển vị của tấm theo phương y , trong đó, Hình 9a thể hiện kết quả theo phương pháp ANN và Hình 9b thể hiện kết quả theo FEM. Hình 10 thể hiện so sánh chuyển vị của tấm theo

phương x . Hình 11 thể hiện so sánh chuyển vị của tấm tại $y = b$ theo phương trục y . Kết quả so sánh cho thấy chuyển vị của phương pháp đề xuất giống với kết quả phân tích theo FEM với sai lệch trung bình là 1,12%.

4.3. Tấm phẳng chịu lực tập trung theo phương nghiêng

Khảo sát bài toán tấm phẳng bị cố định cạnh bên trái và chịu lực tập trung $Q = 10\text{ N}$ tại vị trí $x=a, y = b$ theo phương nghiêng 45° so với trục x như được minh họa trên Hình 12. Biết rằng: Kích thước của tấm $a \times b = 100 \times 10\text{mm}$, chiều dày tấm $t = 1\text{mm}$; vật liệu có mô đun đàn hồi $E = 70.10^3\text{MPa}$ và hệ số poisson $\nu = 0,33$.

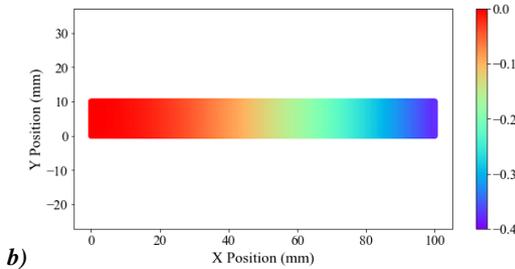
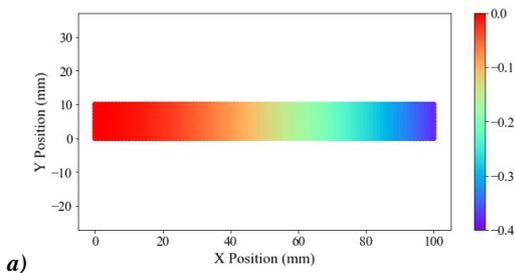


Hình 12. Bài toán tấm phẳng chịu lực tập trung theo phương nghiêng

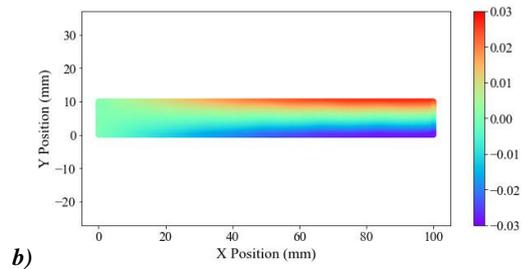
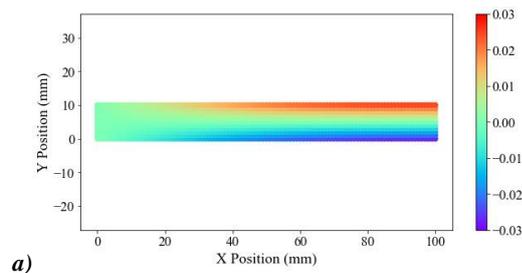
Kết quả dự đoán theo phương pháp ANN phù hợp với kết quả phân tích theo FEM như được thể hiện ở Hình 13 và 14 với sai lệch trung bình là 0,86%.

5. Kết luận

Trong nghiên cứu này, chúng tôi đã thiết lập một mạng lưới nơ-ron nhân tạo dựa trên các định luật vật lý để dự đoán ứng xử cơ học của tấm phẳng đàn hồi



Hình 13. Kết quả chuyển vị theo phương y :
 (a) ANN, (b) FEM



Hình 14. Kết quả chuyển vị theo phương x :
 (a) ANN, (b) FEM

mà không cần dùng tới các dữ liệu từ thực nghiệm có sẵn. Mạng lưới nơ-ron được xây dựng với đầu vào là tọa độ không gian các điểm trên bề mặt tấm phẳng và tại đầu ra, mạng lưới sẽ dự đoán các chuyển vị tương ứng của chúng. Sau đó áp dụng mạng lưới cho hai bài toán thực tế với hai loại tải trọng khác nhau bao gồm (1) tấm phẳng chịu lực phân bố đều, (2) tấm phẳng chịu lực tập trung để xác thực hiệu quả của phương pháp. Trong cả hai trường hợp, kết quả được so sánh với FEM. Thông qua so sánh, có thể kết luận mạng lưới nơ-ron nhân tạo trong nghiên cứu này đã có thể dự đoán gần đúng các ứng xử trong tấm phẳng đàn hồi với độ chính xác gần với FEM.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Van-Nam Hoang, Ngoc-Linh Nguyen, Dat Q. Tran, Quang-Viet Vu, H. Nguyen-Xuan (2022), *Data-driven geometry-based topology optimization*, Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol. 65 (2), pp.1-15.

- [2] De Bruijne M (2016), *Machine learning approaches in medical image analysis: from detection to diagnosis*, Med Image Anal, Vol.33, pp.94-97.
- [3] Yu Y, Hur T, Jung J, Jang IG (2019), *Deep learning for determining a near-optimal topological design without any iteration*, Struct Multidisc Optim, Vol.59, pp.787-799.
- [4] Young W. Hwon - Hyochoong Bang (2000), *The Finite Element Method Using MATLAB*, Second Editor. CRC Press.
- [5] Hoàng Văn Nam (2021), *Phương pháp phần tử hữu hạn*, NXB Hàng hải, Hải Phòng.

Ngày nhận bài:	03/01/2023
Ngày nhận bản sửa:	15/01/2023
Ngày duyệt đăng:	09/02/2023