

# ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP ƯỚC LƯỢNG ĐIỂM PHÂN TÍCH ĐỘ TIN CẬY KẾT CẤU DÀN

## APPLICATION OF POINT ESTIMATE METHOD TO RELIABILITY ANALYSIS OF TRUSS STRUCTURES

ĐOÀN NHƯ SƠN<sup>1\*</sup>, TRẦN ANH TUẤN<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Khoa Công trình, Trường Đại học Hàng hải Việt Nam

<sup>2</sup>Khoa Công trình, Trường Đại học Công nghệ Giao thông vận tải

\*Email liên hệ: vanson.ctt@vimaru.edu.vn

### Tóm tắt

Bài báo này áp dụng phương pháp ước lượng điểm để xác định chỉ số độ tin cậy kết cấu dàn. Phương pháp ước lượng điểm là phương pháp gần đúng cho phép giảm đáng kể khối lượng tính toán so với phương pháp mô phỏng Monte Carlo. Trước hết, nội dung phương pháp ước lượng điểm được trình bày. Sau đó, chỉ số độ tin cậy của hai kết cấu dàn liên quan tới ứng xử kéo của thanh dàn và độ võng của kết cấu được xem xét. Kết quả tính toán theo phương pháp ước lượng điểm được so sánh với kết quả từ mô phỏng Monte Carlo. Nghiên cứu này cho thấy phương pháp ước lượng điểm có thể áp dụng tốt cho phân tích độ tin cậy kết cấu dàn vì cho kết quả tính toán tốt với chu trình tính toán đơn giản và khối lượng tính toán rất nhỏ so với các mô phỏng Monte Carlo.

**Từ khóa:** Phân tích độ tin cậy, kết cấu dàn, phương pháp ước lượng điểm, mô phỏng Monte Carlo.

### Abstract

This study applies the point estimate method to reliability analyses of truss structures. The point estimate method is an approximate approach that helps reduce computation time and effort compared to Monte Carlo simulations. The reliability analyses of two truss structures relating to the tension behavior of members and deformation are implemented. This study reveals that the point estimate method can be a good choice for reliability analyses of truss structures thanks to its simplicity, well-compared results with Monte Carlo simulations, and facile computation effort.

**Keywords:** Reliability analysis, truss structure, point estimate method, Monte Carlo simulation.

### 1. Mở đầu

Trong các tính toán thiết kế hiện nay, các tính toán theo lý thuyết độ tin cậy thường được sử dụng [1, 2]. Tính toán theo lý thuyết độ tin cậy giúp kể đến các yếu tố bất định trong quá trình khai thác công trình ngay trong bước tính toán thiết kế [3]. Khác với các tính toán tất định thường dùng vốn chỉ đánh giá an toàn kết cấu thông qua hệ số an toàn, tính toán độ tin cậy xem xét các biến đầu vào ẩn chứa một mức độ bất định nào đó. Đặc biệt là, tính toán theo lý thuyết độ tin cậy cho phép xem xét các mức độ bất định khác nhau của các tham số bất định trong quá trình thiết kế. Điều này giúp phản ánh đúng bản chất thực tế của các tham số [4]. Ví dụ như hoạt tải thường sẽ khó dự đoán trước và hàm chứa mức độ bất định lớn hơn nhiều so với các tĩnh tải. Hoặc là các tính chất cơ lý của vật liệu thép có mức độ bất định nhỏ hơn nhiều so với các tính chất cơ lý của vật liệu bê tông do thép là sản phẩm công nghiệp và được kiểm soát tốt bởi các quy trình trong nhà máy. Ngược lại, bê tông là vật liệu thường được thi công ngay tại hiện trường do đó có nhiều tham số ảnh hưởng tới chất lượng bê tông.

Phương pháp mô phỏng Monte Carlo là một phương pháp mạnh mẽ dùng để phân tích, đánh giá độ tin cậy ngay từ khâu thiết kế [2, 3]. Phương pháp mô phỏng Monte Carlo gần đây được áp dụng mạnh mẽ cùng với sự phát triển của máy tính. Một số nghiên cứu sử dụng mô phỏng Monte Carlo để đánh giá độ tin cậy cho bài toán kết cấu dàn [5, 6], hay bài toán địa kỹ thuật [7] đã được thực hiện. Tuy nhiên, nhược điểm của phương pháp này là khối lượng và thời gian tính toán lớn vì yêu cầu tính lặp lại rất nhiều lần của chu trình. Với những bài toán có chỉ số độ tin cậy cao, các mô phỏng Monte Carlo thường phải thực hiện chu trình lặp tới hàng triệu hay hàng chục triệu lần. Việc tính toán lặp lại này rõ ràng là rất tốn kém và mất thời gian để cho kết quả tốt.

Để giảm khối lượng tính toán trong bài toán độ tin cậy, một số phương pháp có thể được dùng như phương pháp độ tin cậy bậc một (FORM - First Order

Reliability Method), độ tin cậy bậc hai (SORM - Second Order Reliability Method) [2]. Tuy nhiên, các ứng xử của kết cấu thường được xác định thông qua các chu trình ẩn. Ví dụ như phương pháp phần tử hữu hạn (FEM - Finite Element Method) thường được sử dụng để tính toán nội lực hay chuyển vị của kết cấu công trình. Do đó các phương pháp FORM hay SORM khó áp dụng trực tiếp cho các bài toán không được định nghĩa tường minh vì các phương pháp này yêu cầu các tính toán liên quan tới các phép tính vi phân. Một nghiên cứu ứng dụng chuỗi Taylor nhằm xấp xỉ các hàm trạng thái và các tham số thống kê tương ứng đã được áp dụng cho bài toán dầm trong nghiên cứu gần đây [8]. Tuy nhiên, nghiên cứu kể trên chưa xem xét tới trạng ứng xử vĩnh (thường liên quan tới trạng thái giới hạn sử dụng) của dầm. Trong nghiên cứu này, phương pháp ước lượng điểm được đề xuất cho bài toán phân tích độ tin cậy kết cấu dầm. Ngoài ra, nhược điểm của phương pháp mô phỏng Monte Carlo cũng được trình bày.

Nghiên cứu này sử dụng phương pháp ước lượng điểm để tính toán độ tin cậy của kết cấu dầm. Trước hết, nội dung của phương pháp sẽ được trình bày chi tiết trong Mục 2. Trong Mục 3, hai bài toán kết cấu dầm cùng với các biến bất định sẽ được trình bày. Mục 4 trình bày kết quả tính toán theo phương pháp ước lượng điểm và so sánh với kết quả tính được từ phương pháp mô phỏng Monte Carlo. Trong Mục 5, các kết luận có được từ kết quả của bài báo sẽ được trình bày.

## 2. Phương pháp ước lượng điểm

Phương pháp ước lượng điểm được đề xuất bởi Rosenblueth và được áp dụng rộng rãi trong các bài toán địa kỹ thuật [9]. Phương pháp ước lượng điểm đơn giản, dễ áp dụng và cho kết quả tương đối chính xác so với các tính toán xác suất đầy đủ. Trong phương pháp ước lượng điểm, hàm trạng thái sẽ được tính toán cho một tập hợp mẫu biến với các trọng số được thiết kế trước. Theo đó, các tham số thống kê của hàm trạng thái như kỳ vọng, phương sai của phân phối sẽ được xấp xỉ thông qua tập hợp điểm rời rạc của hàm trạng thái lập được ở trên. Nội dung chi tiết của phương pháp được trình bày như dưới đây.

Xét một hàm trạng thái  $Y$  là hàm của một biến  $X$  như phương trình (1):

$$Y = g(X) \quad (1)$$

Trong đó, biến ngẫu nhiên  $X$  có kỳ vọng, độ lệch chuẩn và độ chéo đã biết lần lượt là  $\mu_X$ ,  $\sigma_X$ ,  $\nu_X$ . Khi đó, các tham số phân phối (thường gọi là các mô men của

phân phối) của hàm trạng thái  $Y$  được xác định thông qua bốn điều kiện trong phương trình (2) dưới đây [9].

$$P_+ + P_- = 1 \quad (2a)$$

$$P_+ X_+ + P_- X_- = \mu_X \quad (2b)$$

$$P_+ (X_+ - \mu_X)^2 + P_- (X_- - \mu_X)^2 = \sigma_X^2 \quad (2c)$$

$$P_+ (X_+ - \mu_X)^3 + P_- (X_- - \mu_X)^3 = \nu_X \sigma_X^3 \quad (2d)$$

Trong phương trình (2),  $X^+$  và  $X^-$  lần lượt là các giá trị biên trên và biên trên được thiết kế cho biến  $X$ .  $P^+$  và  $P^-$  là các trọng số xác suất (weight) tương ứng với  $X^+$  và  $X^-$ . Lưu ý là mô men bậc ba (độ chéo) liên hệ với hai mô men còn lại như phương trình (3):

$$\nu_X = \frac{\mu_X^3}{\sigma_X^3} \quad (3)$$

Kết quả  $P^+$ ,  $P^-$ ,  $X^+$  và  $X^-$  giải được từ phương trình (2) và (3) như trong biểu thức (4):

$$X_+ = \mu_X + \left[ \frac{\nu_X}{2} + \sqrt{1 + \left( \frac{\nu_X}{2} \right)^2} \right] \sigma_X \quad (4a)$$

$$X_- = \mu_X + \left[ \frac{\nu_X}{2} - \sqrt{1 + \left( \frac{\nu_X}{2} \right)^2} \right] \sigma_X \quad (4b)$$

$$P_+ = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{\nu_X}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \nu_X/2 \right)^2}} \right] \quad (4c)$$

$$P_- = 1 - P_+ \quad (4d)$$

Với các phân phối đối xứng như phân phối chuẩn tức là phân phối có độ chéo bằng không, biểu thức (4) có thể được viết gọn lại như biểu thức (5).

$$X_{\pm} = \mu_X \pm \sigma_X \quad (5a)$$

$$P_- = P_+ = 0.5 \quad (5b)$$

Sử dụng các kết quả trong biểu thức (4) hay (5), các giá trị của hàm trạng thái  $Y$  ( $Y^+$  và  $Y^-$ ) sẽ được tính toán tại các điểm  $X^+$  và  $X^-$  tương ứng với trọng số được thiết kế  $P^+$ ,  $P^-$ .

Như vậy, hàm trạng thái  $Y$  được rời rạc hóa tại các điểm thiết kế ( $X^+$  và  $X^-$ ) với trọng số xác suất tương ứng ( $P^+$  và  $P^-$ ). Khi đó, các tham số thống kê của phân

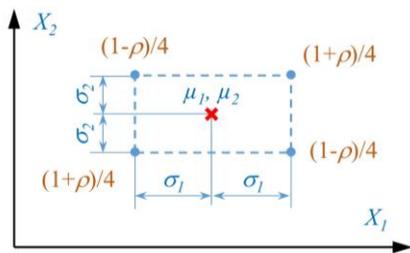
phối của hàm  $Y$  như kỳ vọng ( $\mu_Y$ ) hay phương sai ( $\sigma_Y^2$ ) được tính xấp xỉ cho thống kê rời rạc lần lượt theo công thức (6a) và (6b).

$$\mu_Y \approx \sum_1^k (P_i Y_i) \quad (6a)$$

$$\sigma_Y^2 \approx \sum_1^k (P_i Y_i^2) - \mu_Y^2 \quad (6b)$$

Cuối cùng, chỉ số độ tin cậy được tính xấp xỉ theo công thức (7) dưới đây với giả định hàm trạng thái tuân theo quy luật phân phối Lognormal [3].

$$\beta = \frac{\mu_Y}{\sigma_Y} = \frac{\ln \left[ \frac{\mu_Y}{\sqrt{1 + (\sigma_Y/\mu_Y)^2}} \right]}{\sqrt{\ln \left[ 1 + (\sigma_Y/\mu_Y)^2 \right]}} \quad (7)$$



Hình 1. Điểm lấy mẫu và trọng số xác suất tương ứng cho bài toán 2 biến

Chú ý rằng hai mẫu thử của biến  $X$  ( $X^+$  và  $X^-$ ) trong trường hợp bài toán một biến nằm ở hai phía của kỳ vọng  $\mu_X$  và cách điểm kỳ vọng một khoảng bằng độ lệch chuẩn. Mở rộng các biểu thức trên cho bài toán hàm  $Y$  gồm nhiều biến, ví dụ  $X = \{X_{ij}\}$ , với  $i = 1-n$ , và xem xét các biến có phân phối đối xứng (tức là độ chệch bằng không), khi đó phương pháp ước lượng điểm cần phải tạo ra  $2^n$  mẫu thử để xác định tập hợp mẫu của hàm trạng thái  $Y$ . Với bài toán gồm 2 biến  $X_1, X_2$  có hệ số tương quan  $\rho$ , Hình 1 thể hiện 4 ( $= 2^2$ ) điểm phát sinh mẫu để xác định tập hợp mẫu rời rạc của hàm trạng thái. Bốn điểm này được lấy đối xứng qua điểm kỳ vọng và cách điểm kỳ vọng một khoảng là độ lệch chuẩn của từng biến. Các trọng số xác suất cho từng điểm cũng được thể hiện trên Hình 1 khi kể tới hệ số tương quan  $\rho$ . Khi các biến không có tương quan ( $\rho = 0$ ), dễ thấy các trọng số này bằng nhau và bằng  $1/4$ .

### 3. Các ví dụ tính toán

Mục này trình bày hai kết cấu dàn và các biến bất định liên quan được sử dụng trong nghiên cứu

này. Độ tin cậy của thanh kéo được đánh giá là nhỏ hơn so với các thanh nén như kết luận trong nghiên cứu trước [6]. Do đó, trong nghiên cứu này, độ tin cậy liên quan tới trạng thái làm việc chịu kéo của thanh sẽ được tập trung xem xét trong Ví dụ 1. Ví dụ 2 xét tới độ võng tổng thể của kết cấu dàn. Các ứng xử của kết cấu được xác định thông qua chương trình *FEM-Truss* được phát triển từ các nghiên cứu trước [5, 6].

Phương trình trạng thái giới hạn ( $g$ ) cho ứng xử kéo của thanh dàn và độ võng kết cấu được viết thông qua hệ số an toàn ( $FS$ ) như phương trình (8a) và (8b). Trong phương trình (8a),  $Q$  là nội lực tính được trong thanh dàn,  $R$  là sức kháng kéo tương ứng trong thanh dàn đang xét [6].  $y_{LS}$  và  $y$  trong phương trình (8b) lần lượt là độ võng giới hạn và độ võng lớn nhất của kết cấu.

$$g = FS - 1 = R/Q - 1 \quad (8a)$$

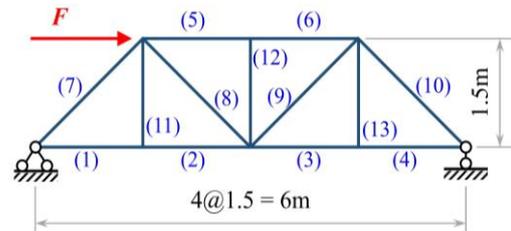
$$g = FS - 1 = y_{LS}/y - 1 \quad (8b)$$

#### 3.1. Ví dụ 1, kết cấu dàn gồm 2 biến bất định

Trong Ví dụ 1, một kết cấu dàn Pratt gồm 13 thanh thép liên kết với nhau tại 8 nút như thể hiện trên Hình 2. Thanh dàn có tiết diện tròn, đường kính 5cm. Vật liệu thép có mô đun đàn hồi là 200GPa và giới hạn chảy 250MPa. Dàn chịu tác dụng của lực  $F$  nằm ngang dọc theo mặt phẳng dàn. Trong ví dụ này, hai biến ngẫu nhiên không tương quan bao gồm đường kính thanh dàn  $D$  và lực ngang  $F$ . Các tham số thống kê kê trong bài toán dàn đã được xem xét ở một số nghiên cứu trước, ở đây các biến được giả định tuân theo phân phối chuẩn ( $N$ -Normal) như biểu thức (9) [10, 11]. Ví dụ này nghiên cứu ứng xử kéo trong thanh dàn. Trong tính toán tất định, lực kéo lớn nhất được xác định trong thanh dàn số 1 là 375kN. Mục 4 sẽ trình bày kết quả phân tích độ tin cậy cho thanh dàn này.

$$D \sim N(\mu_D, \sigma_D) = N(5cm, 0.05cm) \quad (9)$$

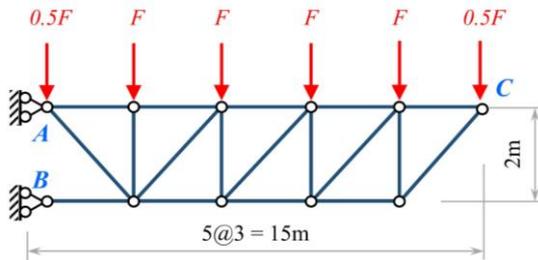
$$F \sim N(\mu_F, \sigma_F) = N(500kN, 75kN)$$



Hình 2. Ví dụ 1, dàn Pratt 13 thanh

### 3.2. Ví dụ 2, bài toán dàn gồm 10 biến bất định

Sơ đồ kết cấu dàn trong Ví dụ 2 gồm 18 thanh dàn liên kết với nhau tại 11 nút dàn như trên Hình 3. Dàn được liên kết với đất thông qua 2 gối cố định tại nút A, và B. Khác với Ví dụ 1, trong ví dụ này, các thanh dàn có tiết diện hộp vuông rỗng với chiều dày thanh ( $t$ ) là biến bất định. Trong đó, các thanh biên và thanh xiên đầu dàn có tiết diện là  $220\text{mm} \times 12,5\text{mm}$ . Các thanh còn lại có tiết diện  $180\text{mm} \times 6\text{mm}$ . Ngoài ra, mô đun đàn hồi  $E$  và giới hạn chảy  $F_y$  của vật liệu thép cũng là biến ngẫu nhiên trong ví dụ này. 6 tải trọng ( $F$ ) đặt tại các nút biên trên của dàn cũng là các biến bất định trong ví dụ này. Như vậy Ví dụ 2 gồm 10 biến bất định độc lập với nhau. Các biến bất định trong Ví dụ 2 được thể hiện thông qua hệ số độ lệch (bias factor) với các tham số thống kê (kỳ vọng  $\mu$  và hệ số biến thiên COV) như được ghi trong Bảng 1 [6, 10-12]. Ví dụ 2 xét tới độ võng của kết cấu dàn. Độ võng giới hạn trong dàn được lấy bằng  $1/240$  chiều dài nhịp theo khuyến nghị của ASCE/SEI 7-16 [13], tương ứng là 6,25cm. Trong tính toán bất định, độ võng lớn nhất tại nút C xác định được là 4,6cm. Kết quả tính toán độ tin cậy sẽ được trình bày ở Mục 4.



Hình 3. Ví dụ 2

Bảng 1. Các tham số bất định trong Ví dụ 2

Tham số	$\mu$	COV	Kiểu phân phối
$t$ (mm)	0.964	0.04	Normal
$E$ (GPa)	1.00	0.06	Normal
$F_y$ (MPa)	1.10	0.10	Normal
$F_i$ (kN) ( $i = 1-6$ )	1.00	0.25	Normal

### 4. Kết quả và thảo luận

Trong phần này, kết quả tính toán theo phương pháp ước lượng điểm sẽ được trình bày chi tiết cho Ví dụ 1. Cần nhắc lại là Ví dụ 1 gồm hai biến bất định độc lập với nhau và hai biến này đều tuân theo phân phối chuẩn. Do đó, biểu thức (5) và mô tả trên Hình 1 được sử dụng để xác định vị trí 4 điểm lấy mẫu cũng như trọng số xác suất của các điểm này.

Theo phương trình (5) và Hình 1, bốn điểm lấy mẫu tương ứng với hai cận của hai biến  $D$  và  $F$  được lập thành bảng như Bảng 2. Sau đó, các hệ số an toàn nhỏ nhất tính được cho thanh chịu kéo tương ứng với từng bộ mẫu này được xác định thông qua chương trình *FEM-Truss*. Kết quả hệ số an toàn tính được cũng được ghi lại trong Bảng 2. Thông qua 4 mẫu thu được của các hệ số an toàn, các giá trị kỳ vọng cũng dễ dàng được xác định thông qua công thức (6a). Chú ý rằng hai biến bất định đang xét là độc lập với nhau nên trọng số xác suất cho bốn mẫu là bằng nhau và bằng 0.25 (1/4). Tương tự, các kết quả thu được của bốn mẫu thử được sử dụng để tính độ lệch chuẩn theo công thức (6b). Kết quả tính được ghi lại trong Bảng 3. Sử dụng kết quả trong Bảng 3, độ lệch chuẩn tính được như trong biểu thức (10) là 0,2025. Theo đó, chỉ số độ tin cậy tính được theo công thức (7) là 1,868 như trình bày trong biểu thức (11).

$$\sigma^2 = 1.837 - 1.3393^2 \approx 0.0410 \quad (10)$$

$$\sigma = \sqrt{0.0410} \approx 0.2025$$

$$\beta = \frac{\ln \left[ \frac{1.3393}{\sqrt{1 + (0.2025/1.3393)^2}} \right]}{\sqrt{\ln \left[ 1 + (0.2025/1.3393)^2 \right]}} = 1.868 \quad (11)$$

Bảng 2. Mẫu thử và FS tương ứng cho Ví dụ 1

Mẫu	$D$ (cm)	$F$ (kN)	FS
1	5.05	575	1.1611
2	4.95	575	1.1156
3	5.05	425	1.5710
4	4.95	425	1.5094
Kỳ vọng			1.3393

Bảng 3. Bảng tính độ lệch chuẩn cho Ví dụ 1

Mẫu	$P_i$	FS	$FS^2 * P_i$
1	0.25	1.1611	0.3371
2	0.25	1.1156	0.3111
3	0.25	1.5710	0.6170
4	0.25	1.5094	0.5695
Tổng cộng			1.8347

Với các bài toán mà hàm trạng thái được xác định thông qua chu trình ẩn, các mô phỏng Monte Carlo với số lượng lớn thường được sử dụng để xác định kết quả của bài toán. Trong nghiên cứu này, 1 triệu mô

phòng Monte Carlo được thực hiện cho Ví dụ 1. Trong mô phỏng Monte Carlo, chỉ số độ tin cậy được tính thông qua xác suất mất an toàn như đã trình bày các nghiên cứu trước [5, 6, 11]. Trong đó, xác suất mất an toàn được tính bằng tỷ giữa tổng số biến cố mất an toàn và tổng số mẫu mô phỏng. Kết quả xác suất mất an toàn tính được là 0,0272, tương ứng với chỉ số độ tin cậy là 1,913. Có thể thấy rằng phương pháp ước lượng điểm cho kết quả tương đối tốt so với các mô phỏng Monte Carlo. Chú ý rằng phương pháp ước lượng điểm chỉ cần tới 4 lần tính toán bằng chu trình ẩn (*FEM-Truss*) cho Ví dụ 1.

Tương tự, áp dụng phương pháp ước lượng điểm cho Ví dụ 2 khi xét tới độ võng tại nút C như đã mô tả ở Mục 3. Kết quả các tham số thống kê của hệ số an toàn là kỳ vọng bằng 1,3320, và độ lệch chuẩn là 0,2010, chỉ số độ tin cậy tính được cho Ví dụ 2 là 1,835. Sau đó, mô phỏng Monte Carlo với 1 triệu mẫu được áp dụng cho Ví dụ 2. Kết quả xác suất vượt qua độ võng giới hạn dự đoán được trong 1 triệu mô phỏng là 0,0292, và chỉ số độ tin cậy tương ứng là 1,893.

Có thể thấy rằng phương pháp ước lượng điểm vẫn cho kết quả tốt ở Ví dụ 2. Chú ý rằng, Ví dụ 2 gồm 10 biến bất định, do đó số lượng điểm mẫu cần thiết cho phương pháp ước lượng điểm là 1,024 ( $2^{10}$ ). Dễ thấy rằng số lượng mẫu tăng lên đáng kể khi số lượng biến bất định tăng lên. Tuy nhiên, số lượng mẫu này vẫn rất nhỏ so với phương pháp mô phỏng Monte Carlo.

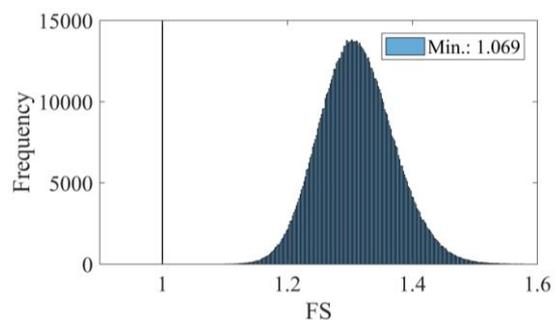
Để đánh giá khối lượng tính toán, dưới đây xem xét lại Ví dụ 1 với trường hợp mức độ bất định của tải trọng  $F$  giảm đi đáng kể (tức là tăng tính xác định của tải trọng). Mức độ bất định thường được đặc trưng thông qua hệ số biến thiên (COV), ở đây giảm mức độ biến thiên của tải trọng từ 0,15 như đã xét ở trên xuống 0,04 (giảm 3,75 lần). Khi đó, độ lệch chuẩn của lực  $F$  sẽ là 20kN thay vì 75kN như lúc trước.

Áp dụng phương pháp ước lượng điểm như đã trình bày ở trên. Chú ý là chỉ có các giá trị của tải trọng  $F$  tại biên (520kN và 480kN) cần thay cho các giá trị tương ứng trong cột 3 của Bảng 2. 4 mẫu thử mới được đưa vào chương trình *FEM-Truss* để xác định hệ số an toàn cho các mẫu thử mới. Sử dụng các giá trị an toàn mới tính được các giá trị kỳ vọng và độ lệch chuẩn của hệ số an toàn lần lượt là 1,311 và 0,0586.

Dễ thấy, giá trị kỳ vọng của hệ số an toàn thay đổi không đáng kể so với giá trị kỳ vọng trong Bảng 2. Tuy nhiên độ lệch chuẩn giảm gần 3,5 lần so với giá trị ban đầu (0,2027). Sử dụng các tham số thống kê mới, chỉ số độ tin cậy tính được theo công thức (7) là 6,039. Chú ý là giá trị kỳ vọng của tải trọng vẫn giữ

nguyên bằng 500kN như lúc đầu. Như vậy, không phải giá trị kỳ vọng của tải trọng mà là mức độ bất định (COV) của tải trọng giảm đi thì chỉ số độ tin cậy sẽ tăng lên rất đáng kể. Do đó, trong thực tế để tăng độ tin cậy cần thiết giảm thiểu mức độ bất định của các tham số đầu vào như tải trọng.

Tiếp theo, mô phỏng Monte Carlo với 1 triệu mẫu vẫn được sử dụng để xác nhận kết quả của phương pháp ước lượng điểm trong Ví dụ 1 trong trường hợp COV của  $F$  bằng 0,04. Kết quả của hệ số an toàn tương ứng với 1 triệu mô phỏng được ghi lại trên Hình 4. Có thể thấy rằng hệ số an toàn nhỏ nhất thu được trong 1 triệu lần mô phỏng là 1,069 và lớn hơn 1,0. Kết quả mô phỏng chỉ ra rằng trong 1 triệu mô phỏng, không có biến cố mất an toàn nào xuất hiện. Do đó, để có kết quả từ mô phỏng Monte Carlo, thường phải tăng số lượng mô phỏng lên nhiều hơn nữa. Chú ý rằng chỉ số độ tin cậy 6,039 tính được ở trên tương ứng với xác suất mất an toàn là  $7,7 \times 10^{-10}$ . Điều đó có nghĩa là cần phải thực hiện ít nhất  $7,7 \times 10^{10}$  mô phỏng để có thể xuất hiện 1 biến cố mất an toàn. Rõ ràng là số lượng mô phỏng này là rất lớn nên yêu cầu thời gian tính toán rất lâu cũng như các yêu cầu đủ mạnh của phần cứng máy tính mới có thể thực hiện được.



Hình 4. Biểu đồ xác suất của FS từ 1 triệu mô phỏng

Qua khảo sát từ ví dụ trên, dễ dàng nhận thấy phương pháp mô phỏng Monte Carlo thường yêu cầu khối lượng tính toán rất lớn khi chỉ số độ tin cậy của bài toán lớn. Trong thực tế, phương pháp mô phỏng Monte Carlo thường áp dụng tốt cho các bài toán có chỉ số độ tin cậy nhỏ hơn 4. Trong những trường hợp này, phương pháp ước lượng điểm giúp đưa ra đánh giá chỉ số độ tin cậy nhanh hơn và tương đối chính xác.

## 5. Kết luận

Trong nghiên cứu này, nội dung phương pháp ước lượng điểm đã được trình bày để phân tích độ tin cậy kết cấu dàn. Hai ví dụ liên quan tới ứng xử kéo và độ võng của kết cấu dàn được xem xét. Kết quả được so sánh với phương pháp mô phỏng Monte Carlo. Một vài kết luận được rút ra như dưới đây.

Phương pháp ước lượng điểm đơn giản, dễ sử dụng và có thể áp dụng tốt cho bài toán phân tích độ tin cậy kết cấu dàn. Khối lượng tính toán tăng lên theo số lượng biến bất định liên quan (2<sup>n</sup>). Phương pháp này cho kết quả tương đối chính xác.

Chỉ số độ tin cậy phụ thuộc chủ yếu vào mức độ bất định của các tham số đầu vào. Cụ thể với tải trọng, mức độ bất định của tải trọng giảm đi thì chỉ số độ tin cậy sẽ tăng lên tương ứng.

Phương pháp mô phỏng Monte Carlo thường được coi là phương pháp chính xác khi số lượng mẫu đủ lớn. Tuy nhiên, với những bài toán có chỉ số độ tin cậy lớn, việc áp dụng trực tiếp mô phỏng Monte Carlo thường yêu cầu khối lượng tính toán rất lớn. Khi đó, phương pháp ước lượng điểm có thể được sử dụng để đưa ra nghiệm tương đối chính xác và nhanh chóng.

### **TÀI LIỆU THAM KHẢO**

- [1] Ellingwood B, Galambos T V (1982). *Probability-based criteria for structural design*. Struct Saf, Vol.1, pp.15-26.  
[https://doi.org/10.1016/0167-4730\(82\)90012-1](https://doi.org/10.1016/0167-4730(82)90012-1).
- [2] Nowak AS, and Collins KR (2000). *Reliability of Structures*. New York: McGraw-Hill.
- [3] Haldar A, Mahadevan S. *Probability (2000), Reliability and Statistical Methods in Engineering Design*. John Wiley: Hoboken, NY, USA.
- [4] Allen TM, Nowak AS., Bathurst RJ (2005). *Calibration to Determine Load and Resistance Factors for Geotechnical and Structural Design. Transportation Research Circular: Washington, DC, USA*.  
<https://doi.org/10.17226/21978>.
- [5] Đoàn Như Sơn, Nguyễn Phan Anh, Phạm Thị Ly (2022). *Phân tích độ nhạy của các biến ngẫu nhiên đến độ võng kết cấu dàn*. Tạp chí Khoa học Công nghệ Hàng hải, Số 72, Tr.80-84.
- [6] Doan NS (2023). *A study on the probabilistic safety assessment of the truss structure designed by the LRFD code*. J Sci Technol Civ Eng - HUCE; Vol.17, pp.111-124.  
[https://doi.org/10.31814/stce.nuce2023-17\(1\)-09](https://doi.org/10.31814/stce.nuce2023-17(1)-09).
- [7] Doan NS, Huh J, Mac VH, Kim DH, Kwak K (2021). *Calibration of Load and Resistance Factors for Breakwater Foundations under the Earthquake Loading*. Sustainability. Vol.13, p.1730.  
<https://doi.org/10.3390/su13041730>.
- [8] Trần Anh Tuấn (2023). *Ứng dụng chuỗi Taylor trong tính toán độ tin cậy kết cấu dàn*. Tạp chí Khoa học Công nghệ Hàng hải; Số 74, Tr.76-80.
- [9] Baecher GB, Christian JT (2003). *Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering*. London and New York: John Wiley and Sons.  
<https://doi.org/10.1198/tech.2005.s838>.
- [10] Ludena AJ (2014). *Reliability-based Analysis and Design of 2D Trusses*.
- [11] Đoàn Như Sơn (2023). *Phân tích đánh giá an toàn kết cấu dàn phẳng theo lý thuyết độ tin cậy*. Đề tài NCKH cấp Trường năm học 2022-2023, Trường Đại học Hàng hải Việt Nam.
- [12] Blum HB (2013). *Reliability-based design of truss structures by advanced analysis*. Research Report R936, The University of Sydney, Sydney, Australia.
- [13] ASCE. ASCE STANDARD ASCE/SEI 7-16 (2016). *Minimum Design Loads and Associated Criteria for Buildings and Other Structures*.

Ngày nhận bài:	13/10/2023
Ngày nhận bản sửa:	21/10/2023
Ngày duyệt đăng:	27/10/2023